



# Теорія стійкості та варіаційне числення

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології<sup>1</sup></i>
Спеціальність	<i>124 системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна (ПО 21)</i>
Форма навчання	<i>очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>залік</i>
Розклад занять	<i>одна лекція на тиждень та одне практичне заняття кожні два тижні</i>
Мова викладання	<i>українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н, професор Капустян О.В., тел. +380 (44) 431 04 63<sup>2</sup> Практичні: асистент Юсупів Т.В., тел. +380 (97) 259 63 33, асистент Зеленська І.О., тел. +380 (95) 757 43 80</i>
Розміщення курсу	<i><a href="https://classroom.google.com/c/NjU0OTMyMTU1ODIx">https://classroom.google.com/c/NjU0OTMyMTU1ODIx</a></i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:

- застосовувати методи якісної теорії диференціальних рівнянь для дослідження на стійкість за Ляпуновим диференціальних рівнянь та систем;
- досліджувати на екстремум основні класи задач класичного варіаційного числення.

1.2. Основні завдання навчальної дисципліни.

Навчальна дисципліна «Теорія стійкості та варіаційне числення» сприяє формуванню у студентів таких компетентностей:

ЗК01: Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях

ЗК03: Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу

ЗК05: Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово

ЗК15: Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та

<sup>1</sup>В полях Галузь знань/Спеціальність/Освітня програма:

Для дисциплін професійно-практичної підготовки зазначається інформація відповідно до навчального плану. Для соціально-гуманітарних дисциплін вказується перелік галузей, спеціальностей, або «для всіх».

<sup>2</sup>Електронна пошта викладача або інші контакти для зворотного зв'язку, можливо зазначити прийомні години або години для комунікації у разі зазначення контактних телефонів. Для силабусу дисципліни, яку викладає багато викладачів (наприклад, історія, філософія тощо) можна зазначити сторінку сайту де представлено контактну інформацію викладачів для відповідних груп, факультетів, інститутів.

необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності

ФК03: Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів

ФК09: Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі

Згідно освітньо-професійної програми навчальна дисципліна «Теорія стійкості та варіаційне числення» сприяє досягненню таких програмних результатів навчання:

ПРН01: Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу

ПРН04: Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики

ПРН05: Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності

Студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі:

**знання :**

основних понять, методів та положень загальної теорії диференціальних рівнянь, теорії стійкості та варіаційного числення; базових теоретичних та практичних методів дослідження на стійкість диференціальних рівнянь та систем; базових теоретичних та практичних методів розв'язання задач теорії варіаційного числення.;

**уміння:**

досліджувати на стійкість розв'язки диференціальних систем за означенням, за першим наближенням, методом функцій Ляпунова. Досліджувати на стійкість лінійні системи; розв'язувати основні задачі класичного варіаційного числення на основі теорем про необхідні та достатні умови існування розв'язків.;

**досвід:**

застосування основних теорем якісної теорії диференціальних рівнянь до дослідження поведінки розв'язків конкретних диференціальних задач; використання основного варіаційного принципу та теорем про необхідні та достатні умови існування розв'язків для розв'язання задач класичного варіаційного числення.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна базується на знаннях та компетентностях, набутих при вивченні дисципліни ПО 1 «Математичний аналіз». Водночас дисципліна «Диференціальні рівняння» є базовою для дисциплін: ПО 12 «Методи оптимізації і дослідження операцій» та ПО 14 «Теорія керування».

### 3. Зміст навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин				
	Всього	у тому числі			
		Лекції	Практичні (семінарські)	Лабораторні (комп'ютерний практикум)	СРС
1	2	3	4	5	6
<b>Розділ 1. Основи загальної теорії систем диференціальних рівнянь та теорії стійкості</b>					
<i>Тема 1. Існування, єдиність, продовжуваність та характер залежності розв'язку задачі Коші від початкових даних та параметрів</i>	7	6	-		1
<i>Тема 2. Основи теорії стійкості за Ляпуновим розв'язків систем диференціальних рівнянь</i>	19	10	8		1
<i>Розрахункова робота 1</i>	6				6
Разом за розділом 1	32	16	8		8
<b>Розділ 2. Варіаційне числення</b>					
<i>Тема 1. Елементи класичного варіаційного числення</i>	29	20	8		1
<i>Розрахункова робота 2</i>	6				6
Разом за розділом 2	35	20	8		7
<i>Модульна контрольна робота</i>	3		2		1
<i>екзамен</i>	20				20
<b>Всього годин</b>	90	36	18		36

### 4. Навчальні матеріали та ресурси

#### Базова

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. - Київ: Либідь, 2003
2. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах – Київ:Либідь, 2003
3. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь – Київ: Либідь, 2004.
4. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Ловейкін Ю.В. Варіаційне числення та методи оптимізації. – Київ: 2010. [Електронне видання: [http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/var\\_chisl.pdf](http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/var_chisl.pdf)]

#### Додаткова

5. Адамян В.М., Сушко М.Я. Варіаційне числення: Навч. посіб. Одеса: «Астропринт», 2005. – 128 с.

6. Грудкіна Н.С. Варіаційне числення: Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи дисципліни / Н.С. Грудкіна. – Краматорськ: ДДМА, 2021. – 28 с.
7. Захарчук В.І. Методи оптимізації та комп'ютерні технології: начальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / Віктор Іванович Захарчук. – Луцьк: РВВ Луцького НТУ, 2017. – 144 с.
8. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння – Київ: Либідь, 2004.
9. Шкіль М.І. Диференціальні рівняння: Навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл./ М.І. Шкіль, В.М. Лейфура, П.Ф. Самусенко. – К.: Техніка, 2003. – 368 с.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Теореми Пеано та Пікара для систем диференціальних рівнянь у нормальній формі. Продовжуваність розв'язків. (2 год.) <b>Література:</b> [1, п. 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3] <b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, п. 5.1.1] <b>Література:</b> конспект, [1, п. 5.1.1].
2	Поняття про коректність задачі Коші. Теорема про стійкість на відрізку розв'язку задачі Коші відносно збурень початкових даних та правих частин. Залежність розв'язків від початкових даних та параметрів (2 год.) <b>Література:</b> [1, п. 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3] <b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, п. 5.1.2, 5.1.3] <b>Література:</b> конспект, [1, п. 5.1.2, 5.1.3].
3	Перші інтеграли систем диференціальних рівнянь. Теорема про існування повного набору перших інтегралів. Метод інтегровних комбінацій. (2 год.) <b>Література:</b> [1, п. 5.2]. <b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, п. 5.2]. <b>Література:</b> конспект, [1, п. 5.2].
4	Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Стійкість лінійних систем. Стійкість лінійної системи зі сталою матрицею (2 год.) <b>Література:</b> [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2]. <b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, п. 5.3]. (1 год.) Перейти до виконання першого завдання першої розрахункової роботи [1, п. 5.3].

	<b>Література:</b> конспект, [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2].
5	<p>Фазові портрети лінійних систем другого порядку в околах положень рівноваги. Сідло, вузол, фокус, центр, пряма положень рівноваги.</p> <p><b>Література:</b> [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, п. 5.3]. (1 год.) Виконати перше завдання першої розрахункової роботи [1, п. 5.3].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2].</p>
6	<p>Теорема про стійкість за першим наближенням (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [1, п. 5.5.4], [2, п. 5.3], [3, § 15].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. Виконати друге завдання першої розрахункової роботи.</p> <p><b>Література:</b> конспект, [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2, 5.3].</p>
7	<p>Основи прямого методу Ляпунова в теорії стійкості. Знаковизначені функції. Означення функції Ляпунова. Перша теорема Ляпунова про стійкість (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, виконати третє завдання першої розрахункової роботи [1, п. 5.3]</p> <p><b>Література:</b> конспект, [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].</p>
8	<p>Теорема Ляпунова про асимптотичну стійкість. Теореми Ляпунова та Четаєва про нестійкість. Теорема про нестійкість за першим наближенням. (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].</p>
9	<p>Вступ до варіаційного числення. Історичні відомості. Огляд основних задач. Основна лема варіаційного числення. Постановка найпростішої задачі варіаційного числення. Означення слабкого локального екстремуму функціоналу (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
10	<p>Поняття першої варіації функціоналу. Теореми про необхідні умови розв'язку найпростішої задачі варіаційного числення в термінах першої варіації та рівняння Ейлера. Постановка задачі з вільним кінцем та задачі без обмежень. Теорема про необхідні умови розв'язку. Приклади (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p>

	<p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
11	<p>Постановка задачі Больца. Умови трансверсальності. Теорема про необхідні умови розв'язку. Приклади (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
12	<p>Узагальнення найпростішої задачі варіаційного числення та задачі Больца на векторний випадок. Теореми про необхідні умови розв'язку. Приклади (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. Виконати перше завдання другої розрахункової роботи [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
13	<p>Постановка задачі зі старшими похідними. Узагальнена лема Лагранжа. Теорема про необхідні умови розв'язку. Приклади (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. Виконати друге завдання другої розрахункової роботи [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
14	<p>Постановка класичної ізопериметричної задачі. Лагранжіан. Теорема про необхідні умови розв'язку. Приклади. (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
15	<p>Поняття сильного локального екстремуму найпростішої задачі варіаційного числення. Формулювання теореми Вейерштраса. Лема про спрямлення кутів (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p> <p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
16	<p>Необхідні і достатні умови 2-го порядку слабкого локального екстремума в найпростішій задачі варіаційного числення. (2 год.)</p> <p><b>Література:</b> [4].</p>

<p><b>Завдання для самостійної роботи:</b> Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом. [4].</p> <p><b>Література:</b> конспект, [4].</p>
---

## 5. Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення знань, надбаних на лекційних заняттях

№ з/п	Назва теми заняття (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Поняття стійкості. Стійкість розв'язків систем за означенням. Стійкість розв'язків лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. : [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2].
2	Фазові портрети лінійних систем другого порядку [1, п.п. 5.5.1-5.5.3], [2, п.п. 5.1, 5.2].
3	Дослідження стійкості та асимптотичної стійкості розв'язків нелінійних систем. Стійкість за першим наближенням [1, п. 5.5.4], [2, п. 5.3], [3, § 15].
4	Метод функцій Ляпунова [1, п. 5.6], [2, п. 5.4], [3, § 15].
5	Контрольна робота № 1
6	Найпростіша задача варіаційного числення. Слабкий локальний екстремум. Рівняння Ейлера. Допустимі екстремалі: [4].
7	Задача з вільним кінцем та задача без обмежень. Задача Больца: [4].
8	Векторні задачі. Система рівнянь Ейлера. Задачі зі старшими похідними: [4].
9	Класична ізопериметрична задача. Необхідні умови другого порядку та достатні умови слабого локального екстремуму: [4].
10	Контрольна робота № 2

## 6. Самостійна робота студента/аспіранта

Самостійна робота студентів полягає в опрацюванні теоретичного матеріалу за конспектом; підготовці індивідуальних завдань; підготовці до заліка.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для студента обов'язковими є ведення та опрацювання конспектів лекцій та практичних занять, виконання домашніх завдань, контрольних робіт та принаймні 60% індивідуальних завдань. Кожне завдання має свій дедлайн, про що студентів попереджено. Зміна дедлайну або ж перескладання роботи для окремих студентів можливе лише за наявності серйозних причин та підтверджуючих ці причини документів (наприклад, довідки про хворобу)

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: домашні завдання кожні два тижні по 4 бали (8 завдань), 10 балів загалом за виконання індивідуальних завдань протягом курсу, загалом максимальний бал = 5,25 балів за робочий тиждень; необхідними умовами зарахування тижневих балів та індивідуальних завдань є правильне розв'язання завдань та наявність лекційного конспекту (без наявності конспекту бали не нараховуються); дві контрольні роботи протягом семестру по 9 балів кожна.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: залік

Умови допуску до семестрового контролю: семестровий рейтинг більше 20 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** доктор фізико-математичних наук, професор Капустян О.В.

**Ухвалено** кафедрою ММСА (протокол № 13 від 05.06.2024)

**Погоджено** Методичною комісією ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)