



РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Силабус освітнього компонента

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>124 Системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС/120 год. (лекції – 54 год., практичні роботи – 18 год., СРС – 48 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович Практичні: д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Рівняння математичної фізики» є дисципліною циклу професійної підготовки і присвячена формуванню у студентів здатності застосовувати основні поняття, означення, теореми та методи їх доведення, що необхідні для вивчення таких дисциплін, як «Моделювання складних систем» та «Основи системного аналізу».

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати наступні компетентності та програмні результати навчання:

Загальні компетентності

- ЗК 01** Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях
- ЗК 03** Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу
- ЗК 05** Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово
- ЗК 14** Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт
- ЗК 15** Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності

Фахові компетентності

- ФК 02** Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів та аналізу даних
- ФК 03** Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів
- ФК 09** Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі

Програмні результати навчання

ПРН 04 Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліни, які передують даній: ПО 01.1-3—Математичний аналіз, ПО 02.2—Алгебра і геометрія, ПО 04.1-2—Фізика, ПО 20—Гармонічний аналіз та операційне числення, ПО 05.1—Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики. Частина 1, ПО 06—Теорія ймовірностей. Дисципліни, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни: ПО 25—Моделювання складних систем.

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1 Математичні моделі фізичних процесів. Постановка задач для рівнянь математичної фізики

Тема 1.1. Приклади та класифікація рівнянь математичної фізики. Розв'язок модельних рівнянь. Фізичні явища і процеси, що описуються рівняннями з частинними похідними: розподіл електричного потенціалу, коливання струни і мембрани, розподіл температури, дифузія. Класифікація рівнянь математичної фізики. Метод Даламбера розв'язування задачі Коші для однорідного рівняння коливань струни, побудова розв'язку задачі Коші для однорідного одновимірного рівняння теплопровідності (дифузії) методом перетворення Фур'є. Означення та властивості еволюційного оператора абстрактного диференціального рівняння, побудова розв'язку задачі Коші для неоднорідних еволюційних рівнянь.

РОЗДІЛ 2 Еліптичні рівняння

Тема 2.1. Оператор Лапласа в криволінійних координатах та застосування до розв'язку задачі Діріхле.

Криволінійні координати та пов'язані з ними об'єкти—ортобазис і метричні характеристики (коефіцієнти Ламе). Обчислення в криволінійних координатах дивергенції векторного поля, градієнта скалярної функції, вираз для лапласіана в криволінійних координатах. Побудова розв'язку задач Діріхле і Неймана в кругових областях методом поділу змінних..

Тема 2.2. Загальні методи розв'язку крайових задач.

Загальні властивості гармонічних функцій— формули Гріна та наслідки з них, визначення функції Гріна задачі Діріхле, властивості функції Гріна та методи її побудови для деяких тривимірних областей методом електростатичних зображень; застосування методів функції комплексної змінної для побудови функції Гріна на площині. Розв'язок задачі Діріхле для неоднорідного еліптичного рівняння. Нерівність Харнака, теорема Ліувілля.

РОЗДІЛ 3 Еволюційні рівняння

Тема 3.1. Задача Коші для еволюційних рівнянь

Побудова розв'язку задачі Коші для однорідного параболічного рівняння із сталими коефіцієнтами в просторі довільної розмірності методом перетворення Фур'є. Розв'язок задачі Коші для неоднорідного рівняння. Техніка обчислення розв'язків з використанням математичних сподівань функцій від гауссівських векторів. Розв'язок задачі Коші для тривимірного однорідного рівняння коливань методом осереднення. Перехід до двовимірного рівняння методом спуску. Розв'язок задачі Коші для неоднорідного рівняння. Техніка обчислення розв'язків задачі Коші для поліноміальних початкових умов.

Тема 3.2. Крайові задачі для еволюційних рівнянь

Побудова розв'язку крайової задачі на півосі для одновимірних рівнянь—дифузії та коливань струни. Метод поділу змінних розв'язування крайової задачі на відрізьку.

РОЗДІЛ 4 Інтегральні рівняння в задачах математичної фізики

Тема 4.1. Інтегральні рівняння: теорія та застосування

Визначення лінійного інтегрального рівняння, приклади: рівняння типу згортки, рівняння з виродженим ядром. Побудова розв'язку рівняння Вольтерра. Приклади застосування інтегральних рівнянь до розв'язування задач математичної фізики—побудова розв'язку збуреного параболічного рівняння, метод параметриксу, метод поверхневих потенціалів.

РОЗДІЛ 5 Сучасні методи в теорії рівнянь математичної фізики. Короткий огляд.

Тема 5.1. Узагальнені функції в задачах математичної фізики

Визначення і властивості узагальнених функцій—алгебраїчні операції, збіжність, диференціювання. Регулярні і сингулярні узагальнені функції, приклади. Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь, фундаментальний розв'язок рівняння та методи його побудови. Обчислення фундаментального розв'язку оператора Даламбера. Узагальнена задача Коші для рівнянь математичної фізики.

Тема 5.2 Нелінійні задачі математичної фізики. Фрактальні моделі.

Недоліки лінійних рівнянь математичної фізики як моделей фізичних процесів. Нелінійне рівняння теплопровідності. Рівняння Колмогорова-Петровського-Піскунова-Фішера (КППФ) для щільності популяції, хвильовий характер розв'язку. Рівняння типу «реакція-дифузія». Похідна дробового порядку та відповідні їй диференціальні рівняння—фрактальні моделі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова рекомендована література

1. Перестюк М.О., Маринець В.В. *Теорія рівнянь математичної фізики* -К.:Либідь, 2006, -363с.
2. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. *Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики: навч. посібник*. – Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2015.–358 с.
3. Tikhonov A.N. and Samarskiĭ A.A. *Equations of mathematical physics*. – Courier Corporation, 2013. – 800 p.
4. A.Friedman. *Partial Differential Equations*. Krieger, New York, 1976с.
5. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «системний аналіз»/В.Г.Бондаренко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського—Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018—100 с.

Допоміжна

6. Vladimirov, V. S. *Methods of the theory of generalized functions*. (English) *Analytical Methods and Special Functions* 6. London: Taylor & Francis (ISBN 0-415-27356-0/hbk). xiv, 311 p. (2002).
7. Smoller J., *Shock Waves and Diffusion-Reaction Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983
8. Logan, D. J., *Nonlinear Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1994
9. Galaktionov, V. A., *Geometric Sturmian Theory of Nonlinear Parabolic Equations with Applications*, Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, 2004. P.356
10. S. D. Eidelman, S. D. Ivasyshen, A. N. Kochubei *Analytic Methods in the Theory of Differential and Pseudo-Differential Equations of Parabolic Type*.— Springer Basel AG, 2004.—386 P
11. Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Elsevier Inc. Amsterdam – Boston – Heidelberg – London – New York – Oxford – Paris – San Diego – San Francisco – Singapore – Sydney – Tokio. 2006. 541 p.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Класифікація та приклади рівнянь математичної фізики. Постановка граничних задач для рівнянь математичної фізики.
2	Розв'язок задачі Коші для модельних рівнянь математичної фізики .
3	Еволюційний оператор абстрактного диференціального рівняння. Приклади розв'язування задачі Коші для лінійних неоднорідних систем звичайних диференціальних рівнянь
4	Еволюційний оператор абстрактного диференціального рівняння. Приклади розв'язування задачі Коші для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь з частинними похідними
5	Криволінійні координати. Обчислення дивергенції.
6	Лапласіан в криволінійних координатах. Задача Діріхле в крузі.
7	Лапласіан в полярних і сферичних координатах. Задача Діріхле в кругових областях.
8	Загальні властивості гармонічних функцій.
9	Функція Гріна задачі Діріхле в тривимірному просторі.
10	Функція Гріна задачі Діріхле на площині.
11	Задача Діріхле для рівняння Пуассона. Нерівність Харнака. Теорема Ліувілля.
12	.Розв'язок задачі Коші для параболічного рівняння в R^n із сталими коефіцієнтами.
13	. Ймовірна інтерпретація параболічного рівняння. Приклади обчислення розв'язку задачі Коші .
14	Задача Коші для гіперболічного рівняння.
15	Граничні задачі на півосі для одновимірних еволюційних рівнянь: побудова розв'язку рівняння дифузії.
16	Граничні задачі на півосі для одновимірних еволюційних рівнянь: побудова розв'язку рівняння коливань..
17	Метод поділу змінних для граничних еволюційних задач.:
18	Основні означення та приклади. Вироджені інтегральні рівняння.
19	Рівняння Вольтерра. Інтегральні рівняння із симетричним ядром.
20	Визначення і властивості. поверхневих потенціалів .
21	Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до інтегральних рівнянь.
22	Інтегральні рівняння для збуреної дифузії. Метод параметриксу.
23	Узагальнені функції та дії над ними..
24	Узагальнений розв'язок звичайного диференціального рівняння.
25	Узагальнені розв'язки рівнянь математичної фізики.
26	Процеси, що моделюються квазілінійними рівняннями. Напівлінійні рівняння «реакція-дифузія» та хвильові ефекти їх розв'язків.
27	Процеси аномальної дифузії. Дробові похідні Рімана-Ліувілля та Капуто. Фрактальні моделі—рівняння з дробовими похідними.

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Класифікація рівнянь математичної фізики. Розв'язок задачі Коші для однорідних рівнянь коливань струни та дифузії.
2	Розв'язок задачі Коші для неоднорідних еволюційних рівнянь. Розв'язок задачі Діріхле в кругових областях.
3	Обчислення функції Гріна для ряду областей в три- та двовимірному просторах.
4	Методи побудови розв'язку задачі Діріхле.
5	Розв'язок задачі Коші для параболічних рівнянь в просторі довільної розмірності. Обчислення математичних сподівань за гауссівською мірою.

6	<i>Розв'язок задачі Коші для рівняння коливань в дво- та тривимірному просторі.</i>
7	<i>Розв'язок змішаної задачі— на півосі та на відрізку— для рівнянь дифузії та коливань струни.</i>
8	<i>Розв'язок вироджених інтегральних рівнянь. Дослідження розв'язку рівнянь Вольтерра.</i>
9	<i>Диференціювання узагальнених функцій. Знаходження фундаментальних розв'язків диференціальних рівнянь.</i>

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових зусиль. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його та формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань: обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях; робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій; написання МКР (модульної контрольної роботи) ; підготовка до складання семестрового контролю.

Метою проведення модульних контрольних робіт є перевірка рівня засвоєння теоретичного і практичного матеріалу дисципліни.

МКР 1. *Одновимірні еволюційні рівняння, задачі Діріхле та Неймана в крузі..*

МКР 2. *Складається з двох частин. Частина 1—задача Коші для двовимірних та тривимірних еволюційних рівнянь. Частина 2— інтегральні рівняння.*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань і успішного написання МКР.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. Повторне написання модульної контрольної роботи для осіб, що були відсутні без поважної причини, не допускається. Пропущений залік не зараховується незалежно від причин пропуску; у такому випадку студент отримує запис у відомості «не з'явився» та повинен скласти залік на додатковій сесії.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами. Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf. Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за модульні контрольні роботи, відповіді на практичних заняттях, відповіді на підсумковому контролі.

Таблиця 1. Система рейтингових балів.

№	Контрольний захід	Максимальний бал
1	Модульна контрольна робота МКР 1	40
2	Модульна контрольна робота МКР 2 Частина 1	35
3	Модульна контрольна робота МКР 2 Частина 2	25
4	Разом	100

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем та проводиться двічі за семестр. Для одержання першої атестації перша модульна контрольна робота має бути написана на позитивну оцінку (не менше 21 балів з 40). Для одержання другої атестації друга модульна контрольна робота має бути написана на позитивну оцінку (не менше 30 балів).

Підсумковий контроль—залік (усний)

На підсумковому контролі студент виконує роботу, що складається з одного теоретичних питань та 4 практичних. Перелік теоретичних питань видається лектором на останньому занятті з дисципліни. Теоретичне питання оцінюється у 20 балів, практичне – у 20 балів.

Студенти, які мають рейтингову оцінку 60 і більше балів, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань («автоматом»).

Студенти, які наприкінці семестру мають рейтинг менше 60 балів, а також ті, хто хоче підвищити оцінку, виконують залікову контрольну роботу. При цьому попередній рейтинг з дисципліни скасовується і до залікової відомості заносяться бали за залікову контрольну роботу («жорстка» PCO). Ця оцінка є остаточною.

Результат виконання залікового завдання оцінюється за такими критеріями (у відсотках максимальної кількості балів за завдання):

- виконання завдання у повному обсязі	100%,
- часткове виконання з незначною кількістю непринципових помилок	50% -90%
- часткове виконання, є помилки, немає обґрунтування відповіді	<50%,
- завдання не виконане або виконане з грубими помилками, немає обґрунтування відповіді	0%-10%

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) склав: професор кафедри математичних методів системного аналізу д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович

Ухвалено кафедрою ММСА(протокол № 3 від 08.10. 2025)

Погоджено Методичною комісією ПІСА (протокол № 2 від 09.10. 2025)

ОПП «Системний аналіз і управління» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти введено в дію з 2024/2025 навч. року наказом ректора КПІ ім. Ігоря Сікорського від 10.06.2024 р. № НОД /434/2024