



# Теорія випадкових процесів

## Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія випадкових процесів» (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	124 Системний аналіз, 122 Комп'ютерні науки
Освітня програма	«Системний аналіз і управління» «Системи штучного інтелекту», «Комп'ютерні науки та інформаційні технології»
Статус дисципліни	Вибіркова (ПВ )
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	3 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	120 годин (36 години – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Диф. залік / модульна контрольна робота
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент Ільєнко Андрій Борисович <a href="mailto:an.ilienko@gmail.com">an.ilienko@gmail.com</a> Практичні: канд. фіз.-мат. наук, Павленков Володимир Володимирович <a href="mailto:pavlenkov@matan.kpi.ua">pavlenkov@matan.kpi.ua</a>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<p><b>Цілі дисципліни</b></p>	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- до виділення основних факторів, що впливають на перебіг конкретного явища або процесу (фізичного, економічного, соціального тощо);</li> <li>- до виокремлення з них детермінованих факторів, що мають досліджуватися методами «нестохастичної» математики (математичний аналіз, теорія диференціальних рівнянь, математична фізика тощо), статичних стохастичних факторів, які є предметом вивчення теорії ймовірностей, та динамічних стохастичних факторів, що підлягають дослідженню засобами теорії випадкових процесів;</li> <li>- до формалізації динамічних стохастичних факторів у вигляді випадкових процесів певних класів;</li> <li>- до вивчення їх властивостей на основі апарату теорії випадкових процесів.</li> </ul>
<p><b>Предмет навчальної дисципліни</b></p>	<p>Основні поняття теорії випадкових процесів у дискретному та неперервному часі: гіллясті процеси, ланцюги Маркова, вінерівський процес, пуассонівський процес, елементи страхової математики.</p>
<p><b>Компетентності</b></p>	<p>Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу (ЗК3);</p> <p>Здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК11);</p> <p>Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (ФК2);</p> <p>Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів (ФК3);</p> <p>Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, відокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежність між ними (ФК4).</p>
<p><b>Програмні результати навчання</b></p>	<p>Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів та використовувати їх для розв'язання прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів (РН03).</p> <p>Знати</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основні означення теорії ймовірностей на основі теорії міри та інтегралу і аксіоматики Колмогорова (ймовірнісний простір, випадкова величина, випадковий вектор, ймовірнісний розподіл як міра на просторі <math>\mathcal{X}</math>, щільність розподілу абсолютно неперервного вектора як щільність</li> </ul>

Радона-Нікодима його розподілу відносно міри Лебега, математичне сподівання як інтеграл за мірою, дисперсійна матриця та її властивості тощо), а також означень оптимальних середньоквадратичних лінійної та нелінійної оцінок одного випадкового вектора за іншим і формул для оптимальної лінійної оцінки та для дисперсійної матриці її похибки;

- основні означення та факти елементарної теорії гіллястих процесів Гальтона-Ватсона (генератриса цілочисельної випадкової величини та її властивості, генератриса суми випадкового числа випадкових величин, гіллястий процес Гальтона-Ватсона, теорема про ймовірність виродження, класифікація гіллястих процесів);
- основні означення, факти та методи елементарної теорії ланцюгів Маркова в дискретному часі (загальний та однорідний ланцюг Маркова, матриця перехідних ймовірностей, початковий розподіл, розподіл після  $n$  кроків, інваріантний та ергодичний розподіли, ергодична теорема Маркова, закон великих чисел для ланцюгів Маркова, методи знаходження ймовірностей та середніх часів досягнення множини станів, класифікація станів, рекурентні та транзйентні стани, критерій рекурентності, теорема Пойя);
- основні загальні означення та факти теорії випадкових процесів (сім'я скінченновимірних розподілів, теорема Колмогорова про існування процесу, математичне сподівання та кореляційна функція процесу, властивості кореляційної функції, гауссівські процеси, означення та властивості вінерівського та пуассонівського процесів, застосування пуассонівського процесу — актуарна модель Крамера-Лундберга та інтегральне рівняння для ймовірності виродження).

#### Вміти

- знаходити числові характеристики випадкових величин та векторів (математичне сподівання та дисперсію/дисперсійну матрицю);
- знаходити оптимальні середньоквадратичні лінійні оцінки випадкових векторів та дисперсійні матриці похибок оцінювання;
- знаходити ймовірності виродження гіллястих процесів Гальтона-Ватсона, досліджувати процеси на докритичність/критичність/надкритичність;
- будувати матриці перехідних ймовірностей однорідних ланцюгів Маркова в дискретному часі, обчислювати розподіли ймовірностей після  $n$  кроків, знаходити ергодичні розподіли, обчислювати ймовірності та середні часи досягнення множини станів, класифікувати стани ланцюгів Маркова;
- знаходити скінченновимірні розподіли, математичні сподівання та кореляційні функції випадкових процесів;
- знаходити числові та функціональні характеристики випадкових величин, векторів та процесів, пов'язаних з вінерівським та пуассонівським процесами;
- знаходити ймовірності виродження в актуарній моделі

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення дисципліни «Теорія випадкових процесів» вимагає від студентів комплексу знань, вмінь на навичок, отриманих при вивченні дисциплін «Теорія ймовірностей» (ПО6), «Математична статистика» (ПО24), «Математичний аналіз» (ПО1), «Алгебра і геометрія» (ПО2) і «Функціональний аналіз» (ПО8), та передує і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Теорія керування» (ПО15), «Основи системного аналізу» (ПО17), «Стационарні випадкові процеси», «Аналіз часових рядів», та інші вибіркові дисципліни.

## 3. Зміст навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<b>Розділ 1. Випадкові величини й вектори та їх характеристики.</b>				
<i>Тема 1.1. Елементи аксіоматики Колмогорова.</i>				
<i>Тема 1.2. Числові характеристики випадкових величин та векторів.</i>	5	2	1	2
<i>Тема 1.3. Оптимальне лінійне оцінювання випадкових векторів.</i>	6	2	2	2
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>16</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
<b>Розділ 2. Найпростіші класи випадкових процесів у дискретному часі: гіллясті процеси та ланцюги Маркова.</b>				
<i>Тема 2.1. Генератриса та їх властивості. Гіллясті процеси Гальтона-Ватсона.</i>	12	4	2	6
<i>Тема 2.2. Елементи теорії ланцюгів Маркова з дискретним часом.</i>	24	10	6	8
<i>Контрольна робота з розділів 1 та 2</i>	2		2	
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>38</b>	<b>14</b>	<b>10</b>	<b>14</b>
<b>Розділ 3. Загальні означення та теореми теорії випадкових процесів.</b>				
<i>Тема 3.1. Скінченновимірні розподіли та числові характеристики випадкових процесів.</i>	9	4	1	4
<i>Тема 3.2. Вінерівський процес та його властивості.</i>	9	4	1	4
<i>Тема 3.3. Пуассонівський процес та його властивості.</i>	9	4	1	4
<i>Тема 3.4. Застосування пуассонівського процесу: елементи страхової математики, актуарна модель Крамера-Лундберга.</i>	9	4	1	4
<b>Разом за розділом 3</b>	<b>36</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>16</b>
<i>Залік</i>	<b>30</b>			<b>30</b>
<b>Всього годин</b>	<b>120</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>66</b>

## 4. Навчальні матеріали та ресурси

### Базова:

1. Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Сахно Л.М., Шевченко Г.М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування. - ВПЦ "Київський університет", 2018. - 480 с.

2. Grimmett G., Stirzaker D. One thousand exercises in probability. - Oxford University Press, 2020. - 580 p.
3. Grimmett G., Stirzaker D. Probability and random processes. - Oxford University Press, 2020. - 669 p.
4. Gusak D., Kukush A., Kulik A., Mishura Yu., Pilipenko A. Theory of stochastic processes with applications to financial mathematics and risk theory. – Springer, 2010. – 374 p.
5. Mikosch T. Non-life insurance mathematics: an introduction with the Poisson process. – Springer, 2009. – 432 p.
6. Shiryaev A. Probability-1. - Springer, 2016. - 486 p.
7. Suhov Yu., Kelbert M. Probability and statistics by example. Markov chains: a primer in random processes and their applications. - Cambridge University Press, 2008. - 487 p.

**Додаткова:**

8. Durrett R. Essentials of stochastic processes. – Springer, 2012. – 266 p.
9. Durrett R. Probability: theory and examples. – Cambridge University Press, 2010. – 438 p.
10. Kallenberg O. Foundations of modern probability. – Springer, 2021. – 946 p.

**Навчальний контент**

**5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)**

**Лекційні заняття**

№	Тема лекції та перелік основних питань
1	Елементи аксіоматики Колмогорова. В більш строгому та детальному викладенні, ніж у курсі теорії ймовірностей, на основі теорії міри та інтегралу розглядається аксіоматичний підхід Колмогорова. Вводяться: ймовірнісний простір $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , випадкові величини й вектори на ньому як вимірні відображення з $(\Omega, \mathcal{F})$ на одно- та скінченновимірні простори відповідно, їх розподіли як індуковані міри, дискретні, неперервні, абсолютно неперервні та сингулярні випадкові величини та вектори, а також щільність розподілу в абсолютно неперервному випадку як похідна Радона-Нікодима розподілу за мірою Лебега. Розглядається канторівський розподіл як найпростіший приклад сингулярного розподілу на прямій. <i>Рекомендована література: [6], §2.1 – §2.4.</i>
2	Числові характеристики випадкових величин та векторів. Математичне сподівання $E\xi$ випадкової величини $\xi$ вводиться як інтеграл $\int \xi(\omega) P(d\omega)$ . Доводяться формули заміни міри в інтегралі Лебега-Стілтєса, і на їх основі отримуються різні співвідношення для математичного сподівання. Вводиться поняття дисперсійної матриці випадкового вектора, вивчаються її властивості та правила перетворення при афінних відображеннях. <i>Рекомендована література: [6], §2.6.</i>
3	Оптимальне лінійне оцінювання випадкових векторів. Розглядається задача оптимального лінійного оцінювання одного випадкового вектору за іншим в сенсі мінімуму середньоквадратичного відхилення. Для цього наводяться елементи геометрії гільбертового простору (лема про перпендикуляр). Встановлюється вигляд оптимальної оцінки та дисперсійної матриці похибки оцінювання. <i>Рекомендована література: [6], §2.11.</i>
4	Генератриси та їх властивості. Нагадується означення генератриси дискретної випадкової величини з цілими невід'ємними значеннями та її основні властивості, зокрема вигляд генератриси суми випадкового числа випадкових величин. <i>Рекомендована література: [3], §5.1 - §5.3, [6], §1.13.</i>
5	Гіллясті процеси Гальтона-Ватсона. Розглядається гілляста модель Гальтона-Ватсона. Доводиться теорема про ймовірність виродження. Наводиться класифікація гіллястих

	<p>процесів (докритичні, критичні, надкритичні) та умови належності до цих класів у термінах математичного сподівання числа нащадків.  <i>Рекомендована література:</i> [3], §5.4 - §5.5, [6], §1.13.</p>
6	<p>Ланцюги Маркова з дискретним часом: основні означення. Наводяться означення загального та однорідного ланцюга Маркова. Вводиться матриця перехідних ймовірностей однорідного ланцюга. Встановлюється вигляд розподілу ланцюга після <math>n</math> кроків.  <i>Рекомендована література:</i> [3], §6.1, [7], §1.1.</p>
7	<p>Ймовірності та середні часи досягнення. Розглядаються методи знаходження ймовірностей та середніх часів досягнення множини станів та демонструються їх застосування до дискретного процесу розмноження та загибелі.  <i>Рекомендована література:</i> [7], §1.3.</p>
8	<p>Ергодична теорема Маркова. Вводяться поняття інваріантного та ергодичного розподілів, доводиться ергодична теорема Маркова та закон великих чисел.  <i>Рекомендована література:</i> [3], §6.4, [7], §1.9, §1.12.</p>
9	<p>Рекурентні та транзійтні стани. Наводяться означення рекурентного та транзійтного стану, встановлюється критерій рекурентності. Доводиться теорема Пойя про рекурентність/транзійтність простого симетричного <math>d</math>-вимірного випадкового блукання.  <i>Рекомендована література:</i> [7], §1.5, §1.6.</p>
10	<p>Класифікація станів. Наводиться класифікація станів ланцюга Маркова за критеріями істотності/неістотності та рекурентності/транзійтності.  <i>Рекомендована література:</i> [3], §6.2, §6.3, [7], §1.2.</p>
11	<p>Випадкові процеси та їх скінченновимірні розподіли. Вводяться основні означення, пов'язані з поняттям випадкового процесу (параметрична множина, сім'я скінченновимірних розподілів, траєкторія тощо). Наводиться формулювання теореми Колмогорова про існування процесу та обговорюється сенс умов узгодженості.  <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 1, [3], §8.9, [4], розділ 1.</p>
12	<p>Числові характеристики випадкових процесів. Вводяться математичне сподівання та кореляційна функція процесу, вивчаються властивості кореляційної функції. Розглядається означення гауссівського процесу та встановлюється критерій гауссовості.  <i>Рекомендована література:</i> [4], розділ 2.</p>
13	<p>Вінерівський процес та його властивості. Розглядається неформальний підхід до вінерівського процесу як границі перемасштабованих випадкових блукань. Наводиться строгі означення вінерівського процесу в термінах його скінченновимірних розподілів. Встановлюються його основні властивості — однорідність і незалежність приростів, автотельність тощо.  <i>Рекомендована література:</i> [1], §2.2, [3], §8.5.</p>
14	<p>Вінерівський процес та його властивості (продовження). Встановлюються більш глибокі властивості вінерівського процесу (існування неперервної модифікації, необмеженість варіації траєкторій, їх недиференційовність, теорема Леві про квадратичну варіацію).  <i>Рекомендована література:</i> [1], §2.2, [3], §8.5.</p>
15	<p>Потік подій Пуассона. Вводиться поняття пуассонівського потоку подій як потоку, що задовольняє умови відсутності післядії, стаціонарності та ординарності. Доводиться теорема про пуассоновість розподілу кількості подій на фіксованому часовому проміжку.  <i>Рекомендована література:</i> [5], §2.1.</p>
16	<p>Пуассонівський процес та його властивості. Наводиться строгі означення пуассонівського процесу в термінах його скінченновимірних розподілів. Встановлюється вигляд його математичного сподівання та кореляційної функції. Формулюється й частково доводиться теорема про незалежність та експоненціальну розподіленість проміжків між стрибками.  <i>Рекомендована література:</i> [5], §2.1.</p>

17	Застосування пуассонівського процесу: елементи страхової математики, актуарна модель Крамера-Лундберга. Вводиться найпростіша актуарна модель, заснована на припущенні про пуассоновість потоку страхових позовів — модель Крамера-Лундберга. Наводиться умова NPC (Net Profit Condition) та обговорюється її сенс. <i>Рекомендована література: [5], §3.1, §4.1.</i>
18	Інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства страхової компанії. Встановлюється інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства страхової компанії в розглядуваній моделі на нескінченному часовому горизонті. В явному вигляді знаходяться ймовірності небанкрутства у випадках: а) нульового початкового капіталу та довільного розподілу страхових виплат, б) довільного початкового капіталу та експоненціального розподілу страхових виплат. <i>Рекомендована література: [5], §4.2.</i> Огляд курсу.

### Практичні заняття

№	Зміст практичного заняття
1	Знаходження сумісних і маргінальних функцій, рядів та щільностей розподілу дискретних та абсолютно неперервних випадкових векторів. Обчислення математичних сподівань, дисперсійних матриць та інших числових характеристик випадкових векторів. Знаходження числових характеристик афінно перетворених випадкових векторів. <i>Завдання на СРС: [2], розділи 3 та 4.</i>
2	Знаходження оптимальних середньоквадратичних лінійних оцінок одних випадкових векторів за іншими, а також дисперсійних матриць похибок таких оцінок. <i>Завдання на СРС: варіанти контрольних робіт попередніх років.</i>
3	Знаходження і використання генератрис дискретних випадкових величин з цілими невід'ємними значеннями. Знаходження генератрис сум випадкового числа випадкових величин та їх застосування до задач прорізування потоків випадкових подій. Дослідження гіллястих процесів Гальтона-Ватсона на докритичність/критичність/надкритичність та знаходження ймовірностей їх виродження. <i>Завдання на СРС: [2], розділ 5.</i>
4	Побудова матриць перехідних імовірностей однорідних ланцюгів Маркова в дискретному часі, обчислення розподілів ймовірностей після $n$ кроків (як для конкретних $n$ , так і для загальних із застосуванням методів лінійної алгебри). <i>Завдання на СРС: [2], §6.1, [4], розділ 10.</i>
5	Знаходження стаціонарних та ергодичних розподілів, обчислення ймовірностей та середніх часів досягнення множин станів. <i>Завдання на СРС: [2], §6.4, [4], розділ 10.</i>
6	Класифікація станів ланцюгів Маркова. <i>Завдання на СРС: [2], §6.2, §6.3, [4], розділ 10.</i>
7	МКР. «Оптимальне лінійне оцінювання випадкових векторів, гіллясті процеси Гальтона-Ватсона та ланцюги Маркова з дискретним часом».
8	Знаходження скінченновимірних розподілів, математичних сподівань та кореляційних функцій випадкових процесів. Знаходження числових та функціональних характеристик випадкових величин, векторів та процесів, пов'язаних з вінерівським процесом. <i>Завдання на СРС: [4], розділи 2 та 5.</i>
9	Знаходження числових та функціональних характеристик випадкових величин, векторів та процесів, пов'язаних з пуассонівським процесом. Знаходження ймовірностей виродження в актуарній моделі Крамера-Лундберга в термінах перетворення Лапласа. <i>Завдання на СРС: [4], розділ 5.</i>

## 6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Питання, що виносяться на самостійне опрацювання, визначаються кожним лектором окремо для кожного розділу і, як правило, є поглибленням основного лекційного матеріалу.

### Політика та контроль

#### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, підготовку до МКР та іспиту.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше див. за посиланням <https://kpi.ua/code>

#### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	ДКР	Семестр. атест.
6	4	120	36	18	66	1	0	диф. залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання [https://document.kpi.ua/files/2020\\_1-273.pdf](https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf).

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:



- модульну контрольну роботу;
- відповіді на практичних заняттях;
- відповідь на диф. заліку.

#### Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота проводиться з теми «Оптимальне лінійне оцінювання випадкових векторів, гіллясті процеси Гальтона-Ватсона та ланцюги Маркова з дискретним часом» та оцінюється в 25 балів. Контрольна робота складається з 5 задач. Ваговий бал кожної задачі – 5 балів. Розв'язок задачі оцінюється в 0-5 балів наступним чином:

- якщо задача повністю розв'язана, то студент отримує 5 балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то студент отримує 3 – 4 бали;
- якщо незадовільна відповідь, але наявні правильні фрагменти розв'язку, то студент отримує 1 – 2 бали.
- якщо метод розв'язування задачі неправильний, то студент отримує 0 балів.

#### Відповіді під час практичних занять

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті – 3 бали. Максимальна сумарна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 25 балів.

#### Штрафні та заохочувальні бали за:

- невиконання домашніх робіт: – 1 бал (за кожне завдання);
- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики: + 3 бали.

#### Форма семестрового контролю – диф. залік

На заліку студент виконує письмову роботу. Кожний білет складається з 2 теоретичних питань та 3 практичних. Перелік теоретичних питань наведений у методичних рекомендаціях до кожного модуля, а також видається лектором на останньому занятті з дисципліни. Теоретичне питання оцінюється у 10 балів, практичне – у 10 балів.

#### Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 25 + 25 = 50 \text{ балів.}$$

Залікова складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_E = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

P

озмір шкали рейтингу  $R=100$  балів.

Розмір стартової шкали  $R_C = 50$  балів.

Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 50$  балів.

Умови позитивної проміжної атестації

На першій атестації (8 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

На другій атестації (14 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

Умови допуску до диф. заліку

Необхідною умовою допуску до диф. заліку є стартовий рейтинг студента не менше 30 балів.

На заліку студент виконує письмову роботу. Кожний білет складається з 2 теоретичних питань та 3 практичних. Перелік теоретичних питань наведений у методичних рекомендаціях до кожного модуля, а також видається лектором на останньому занятті з дисципліни. Теоретичне питання оцінюється у 10 балів, практичне – у 10 балів.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;
- «добре», достаньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або незначні неточності – 7-8 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та деякі помилки – 5-6 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь – 0-4 бали.

Система оцінювання практичних питань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування задачі – 10 балів;
- «добре», повне розв'язування задачі з несуттєвими неточностями – 8-9 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками – 5-7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування – 0-4 бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<b>Рейтинг</b>	<b>Оцінка ECTS</b>	<b>Традиційна оцінка</b>
95 - 100	<b>A</b> – відмінно	Відмінно
85 - 94	<b>B</b> – дуже добре	Добре
75 - 84	<b>C</b> – добре	
65 - 74	<b>D</b> – задовільно	Задовільно
60 - 64	<b>E</b> – достатньо	
менше 60 балів	<b>FX</b> – незадовільно	Незадовільно
менше 30 балів	<b>F</b> – не допущено	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено *к.ф.-м.н., доцент, Ільєнко Андрій Борисович*

Ухвалено кафедрою МАтаТІЙ (протокол № 16 від 08.07.2022)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 8 від 11.07.2022 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)