



ОСНОВИ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>124 Системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЄКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович</i> Практичні: <i>д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Основи фінансової математики» ПВ 04 має прикладний напрямок і відноситься до вибіркової в освітній програмі.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі програмні компетентності та результати навчання за Стандартом вищої освіти:

Загальні компетентності

ЗК 01 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях

ЗК 03 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу

ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

Фахові компетентності

ФК 04 Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, відокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежність між ними.

Програмні результати навчання

ПРН 03 Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики

багатовимірних випадкових векторів та використовувати їх для розв'язування прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів.

ПРН 14 Розуміти і застосовувати на практиці методи статистичного моделювання і прогнозування, оцінювати вихідні дані.

ПР 16 Розуміти та реалізовувати свої права і обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності вільного демократичного суспільства, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина України.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

У програмі підготовки фахівця вивчення курсу спирається на широкому використанні основних результат дисциплін «Теорія ймовірностей» (ПО 6), «Математична статистика» (ПО23)

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття і математичний апарат фінансової та актуарної математики

Тема 1.1. Фінансовий ринок, первинні та вторинні фінансові інструменти. Стохастичні процеси як математичний апарат фінансової математики

Тема 1.2. Пуассонівський та вінерівський процеси. Класична модель ризику. Класифікація випадкових процесів та модель ціни акції

Розділ 2. Стохастичні процеси, що застосовуються в фінансовій математиці

Тема 2.1. Умовні розподіли та марківські процеси.

Визначення і обчислення умовного математичного сподівання. Побудова оптимального прогнозу. Марківські процеси.

Тема 2.2. Дифузійні процеси та їх застосування.

Означення дифузійного процесу. Стохастичний інтеграл Іто. Рівняння Іто і його розв'язок як дифузійний процес. Формула Іто для стохастичного диференціала. Стохастичне рівняння для дифузійної моделі ціни акції та його розв'язок як геометричний броунівський рух.

Розділ 3. Математичні стохастичні моделі

Тема 3.1. Лінійна регресійна статична лінійна модель.

Тема 3.2. Лінійні стохастичні моделі часових рядів. Стаціонарні стохастичні процеси. Моделі $AR(p)$, $ARMA(p, q)$, $ARIMA(p, q, r)$, $ARFIMA(p, q, r)$. Прогнозування часового ряду.

Тема 3.3. Нелінійні умовно-гауссівські моделі $ARCH$ та $GARCH$, оцінювання їх параметрів. Стохастичні моделі з неперервним часом.

Розділ 4. Моделі функціонування ринку цінних паперів. Розрахунок хедж-стратегії для опціонів.

Тема 4.1. Ринок з дискретним часом. Модель Кокса-Рубінштейна.

Тема 4.2. Ринок з неперервним часом. Дифузійна модель (B, S) -ринку. Хедж-стратегія у випадку європейських опціонів. Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу.

Розділ 5. Статистика реальних фінансових даних та їх моделі.

Тема 5.1. Статистичний аналіз одновимірних розподілів фінансових даних.

Тема 5.2. Статистична авто модельність. Фрактальний броунівський рух. Статистичний R/S -аналіз

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. Мішура Ю.С., Шевченко Г.М. Математика фінансів: навчальний посібник. Київ, видавництво КНУ ім. Т.Шевченка, 2011. 351с.

2.Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. — К.: Інформтехніка, 1995. — 380 с.

3. Бондаренко В.Г. Основи фінансової математики [Електронний ресурс] : конспект лекцій навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Системний аналіз» спец. 124 Системний аналіз – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 112 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/70901>

4.Бідюк П.І., Романенко В.Д., Тимошук О.Л. Аналіз часових рядів (навчальний посібник). Київ. Політехніка. 200.—317 с.

Допоміжна

1.Edgar E.Peters. Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics. John Wiley and Sons Inc.—1994—P.315

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Фінансовий ринок—основні означення, класифікація. Арбітраж. Фінансові інструменти та їх класифікація. первинні та вторинні фінансові інструменти: банківський рахунок, облігації, акції, опціони
2	Математичні моделі цін облігації та акції. . Означення випадкового процесу. Теорема Колмогорова. Процеси з незалежними приростами. Приклади: пуассонівський та вінерівський процеси..
3	Класична модель ризику страхової компанії в актуарній математиці.
4	.Класифікація випадкових процесів. Стаціонарні процеси. Ціна акції як випадковий процес.
5	Умовні математичні сподівання. Побудова оптимального прогнозу.
6	Марківський процес як узагальнення процесу з незалежними приростами. Формула Чепмена-Колмогорова для перехідних ймовірностей. Приклади. Поняття про мартингал.
7	Означення дифузійного процесу. Стохастичний інтеграл Іто. Рівняння Іто і його розв'язок як дифузійний процес.
8	Формула Іто для стохастичного диференціала. Стохастичне рівняння для дифузійної моделі ціни акції та його розв'язок як геометричний броунівський рух.
9	Лінійна регресійна модель. Перевірка адекватності за критерієм R^2 .
10	Моделювання часових рядів за допомогою некорельованих випадкових величин. Властивості моделі авторегресії $AR(p)$,Моделі $ARMA(p, q)$, Стаціонарність моделей.
11	Задача прогнозування. Моделі $ARIMA(p, q, r)$, $ARFIMA(p, q, r)$.
12	. Нелінійні моделі часових рядів $ARCH$ та $GARCH$, їх узагальнення та оцінювання параметрів. Моделі стохастичної волатильності
13	Моделі Кокса—Росса—Рубінштейна для (B, S) -ринку з дискретним часом. Хедж-стратегія у випадку європейських опціонів.
14	Дифузійна модель (B, S) -ринку. Хедж-стратегія у випадку європейських опціонів.
15	Формула Блека-Шоулса. Модель з дивидендами. Особливості американських.
16	Статистичний аналіз фінансових даних та відмінність одновимірних розподілів часових рядів від гауссівського. Приклад: параметри розподілу логарифмів ціни.
17	Статистична автотемельність. Фрактальний броунівський рух.
18	Статистичний R/S-аналіз та його застосування для деяких фінансових часових рядів.

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Оцінювання параметрів процесів із незалежними приростами.
2	Обчислення числових характеристик стохастичних процесів.
3	Побудова оптимального прогнозу стохастичної послідовності.
4	Формула Іто для функції від дифузійного процесу.
5	Властивості лінійних моделей. Перевірка адекватності.
6	Моделі ARIMA, ARFIMA. Умовно-гауссівські нелінійні моделі.
7	Хедж-стратегія інвестора на фінансових (B, S) ринках.
8	Ймовірнісні розподіли реальних фінансових даних.
9	Фрактальний броунівський рух та його застосування як базового процесу моделі.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів має на меті розвиток творчих здібностей та активізація їх розумової діяльності, формування потреби безперервного самостійного поповнення знань та розвиток морально-вольових зусиль. Завданням самостійної роботи студентів є навчити студентів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його та формування навичок до щоденної роботи з метою одержання та узагальнення знань, умінь і навичок.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань: обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях; робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій; написання МКР (модульної контрольної роботи); підготовка до складання семестрового контролю.

Контрольні роботи

Метою проведення модульної контрольної роботи є перевірка рівня засвоєння теоретичного і практичного матеріалу дисципліни.

МКР 1. Статистика випадкових величин та обчислення умовних середніх.

МКР 2. Дифузійні процеси, формула Іто. Характеристики стохастичних процесів.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання домашніх завдань і успішного написання МКР.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента, який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. Повторне написання модульної контрольної роботи для осіб, що були відсутні без поважної причини, не допускається. Пропущений залік не зараховується незалежно від причин пропуску; у такому випадку студент отримує запис у відомості «не з'явився» та повинен скласти залік на додатковій сесії.

Оголошення результатів контрольних заходів Результати модульної контрольної роботи вказуються на бланках для модульної контрольної роботи (завдання, які виконували студенти) з позначенням усіх помилок, коректної або некоректної відповіді, а також з коментарями, зауваженнями тощо.

Академічна доброчесність Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf. Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за модульні контрольні роботи, відповіді на підсумковому контролі.

Таблиця 1. Система рейтингових балів.

№ з/п	Контрольний захід	Макс бал	Ваговий бал	Кіл-ть	Всього
1.	Модульна контрольна робота МКР 1	45	1	1	45
2.	Модульна контрольна робота МКР 2	55	1	1	55
	Всього				100
3.	Залікова контрольна робота+співвєсїда	100	1	1	100

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем та проводиться двічі за семестр. Для одержання першої атестації перша модульна контрольна робота має бути написана на позитивну оцінку (не менше 23 балів з 45). Для одержання другої атестації друга модульна контрольна робота має бути написана на позитивну оцінку (не менше 28 балів).

Підсумковий контроль—залік (усний)

На підсумковому контролі студент виконує роботу, що складається з одного теоретичних питань та 3 практичних. Перелік теоретичних питань видається лектором на останньому занятті з дисципліни. Теоретичне питання оцінюється у 25 балів, практичне – у 25 балів.

Студенти, які мають рейтингову оцінку 60 і більше балів, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань («автоматом»).

Студенти, які наприкінці семестру мають рейтинг менше 60 балів, а також ті, хто хоче підвищити оцінку, виконують залікову контрольну роботу. При цьому попередній рейтинг з дисципліни скасовується і до залікової відомості заносяться бали за залікову контрольну роботу («жорстка» PCO). Ця оцінка є остаточною.

Результат виконання залікового завдання оцінюється за такими критеріями (у відсотках максимальної кількості балів за завдання):

- виконання завдання у повному обсязі 100%,
- часткове виконання з незначною кількістю непринципових помилок 50% -90%

- часткове виконання, є помилки, немає обґрунтування відповіді <50%,
- завдання не виконане або виконане з грубими помилками, немає обґрунтування відповіді 0%-10%

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) склав: професор кафедри математичних методів системного аналізу д.ф.-м.н., професор, Бондаренко Віктор Григорович

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 3 від 08.10. 2025)

Погоджено Методичною комісією ПСА (протокол № 2 від 09.10. 2025)

ОПП «Системний аналіз і управління» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти введено в дію з 2022/2023 навч. року наказом ректора КПІ ім. Ігоря Сікорського від 15.02.2022 р. № НОН /75/2022