



МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ І ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>124 Системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна (ПО 12)</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>3 кредити ЕКТС/90 годин (лекції – 36 годин, практичні заняття – 18 годин, СРС – 36 години)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен/МКР</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к. ф.-м. н., доцент Яковлева Алла Петрівна, Ykovleva.Alla@ill.kpi.ua Практичні: к. ф.-м. н., доцент Яковлева Алла Петрівна</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Предмет навчальної дисципліни. Дисципліна «Методи оптимізації і дослідження операцій» є одною з базових для спеціальності 124 «Системний аналіз». У даному курсі увагу приділено ознайомленню студентів з традиційними та найновішими математичними методами дослідження задач на пошук екстремуму, чисельними методами та алгоритмами оптимізації, їхніми властивостями та поняттям програмування їх на комп'ютері.

Мета та завдання навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей і навчання основним принципам методів оптимізації і дослідження процесів і систем, які необхідні при дослідженні соціально-економічних, екологічних, технічних та фізичних систем різного роду. У процесі навчання студент має оволодіти наступними компетентностями:

Загальними: ЗК 01 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях, ЗК 02 Здатність планувати і управляти часом, ЗК 03 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу, ЗК 04 Здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність, ЗК 08 Здатність бути критичним і самокритичним, ЗК 09 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації, ЗК 12 Здатність працювати в команді та автономно виконувати командні рішення, ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт, ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена

суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

Фаховими: ФК 05 Здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв'язання задач оптимізації та оптимального керування, ФК 06 Здатність до комп'ютерної реалізації математичних моделей реальних систем і процесів; проектувати, застосовувати і супроводжувати програмні засоби моделювання, прийняття рішень, оптимізації, обробки інформації, інтелектуального аналізу даних, ФК 09 Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі.

По завершенню курсу студент має набути наступні програмні результати навчання: ПРН 07 Знати основи теорії оптимізації, оптимального керування, теорії прийняття рішень, вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проектування складних систем, ПРН 16 Розуміти і реалізовувати свої права і обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності вільного демократичного суспільства, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення навчальної дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій» вимагає від студентів комплексу знань, вмінь на навичок, отриманих при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Основи системного аналізу», «Чисельні методи», «Теорія керування» «Диференціальні рівняння», «Алгебра і геометрія». У даному курсі увагу приділено ознайомленню студентів з традиційними та найновішими математичними методами дослідження задач на пошук екстремуму, чисельними методами та алгоритмами оптимізації, їхніми властивостями та поняттям програмування їх на комп'ютері.

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. Класифікація задач оптимізації.

Тема 1.1. Класифікація точок екстремуму.

У цій темі розглядаються задачі умовної та безумовної оптимізації та їхні характеристики. Проводиться класифікація задач та точок екстремуму. Розглядаються гладкі задачі оптимізації, задачі варіаційного числення, задачі опуклої оптимізації та задачі оптимального керування. Вводяться поняття локального та глобального екстремуму, умови існування задачі оптимізації, поняття $\arg\min$ та Argmin функції.

РОЗДІЛ 2. Безумовна оптимізація.

Тема 2.1. Необхідні умови оптимальності.

Необхідні умови оптимальності в безумовній задачі оптимізації. Поняття стаціонарної точки. Теорема про необхідні умови в задачі на безумовну оптимізацію. Приклади задач та їхнього розв'язку. Умови I та II порядків, критерій Сільвестра.

Тема 2.2. Достатні умови оптимальності.

Достатні умови оптимальності в задачі на безумовний екстремум. Симетричні матриці, поняття їхньої додатної та від'ємної означеності. Теорема про достатні умови оптимальності в задачі безумовної оптимізації функції багатьох змінних.

РОЗДІЛ 3. Задачі на умовний екстремум.

Тема 3.1. Лінії рівня. Геометрична інтерпретація.

Задачі умовної оптимізації та їхня геометрична інтерпретація.

Задачі на умовний екстремум. Поняття лінії рівня цільової функції. Геометрична інтерпретація задач з обмеженнями у вигляді рівностей та нерівностей.

Тема 3.2. Функція та множники Лагранжа.

Класична задача на умовний екстремум та способи її розв'язання. Теорема про необхідні умови локальної оптимальності або правило множників Лагранжа. Достатні умови екстремуму в класичній задачі на умовний екстремум. Умови регулярності.

РОЗДІЛ 4. Елементи опуклого аналізу.

Тема 4.1. Опуклі множини.

Властивості та значення опуклих множин, як одного з основних понять сучасного випуклого аналізу. Означення відрізка, опуклої та строго опуклої множини, їхні властивості та приклади опуклих множин. Теорема про перетин та додатну лінійну комбінацію опуклих множин. Поняття та властивості поліедральних множин.

Тема 4.2. Теорема відділимості.

Поняття відділимості опуклих множин та відділимості точки та множини. Його роль в опуклому аналізі. Різні варіанти відділимості: точки й множини, двох множин. Залежність цієї властивості від виду множини. Роль цього поняття в опуклому аналізі. Теорема відділимості.

РОЗДІЛ 5. Опуклі функції.

Тема 5.1. Різні означення опуклості.

Теорія опуклих функцій. Означення та властивості опуклих функцій. Сильно опукла, строго опукла та вгнута функції та їхні основні властивості.

Тема 5.2. Дії над опуклими функціями.

Внутрішні операції на класі опуклих функцій. Теорема про додатну лінійну комбінацію опуклих функцій та функції взяття максимуму. Критерії опуклості в термінах перших та других похідних.

РОЗДІЛ 6. Елементи субдиференціального числення.

Тема 6.1. Субградієнт та субдиференціал.

Поняття диференціальності для негладких опуклих функцій.

Тема 6.2. Дії над субдиференціалами.

Властивості субдиференціалу опуклої функції та його роль в оптимізації. Теорема про існування та властивості субградієнтів та субдиференціалів опуклої функції.

РОЗДІЛ 7. Необхідні умови екстремуму.

Тема 7.1. Умови оптимальності.

Умови оптимальності в загальній мінімізації. Поняття направлення спаду та допустимого направлення. Теорема про пустоту перетину множин, як необхідну умову локальної оптимальності. Диференціальні умови оптимальності в задачі мінімізації на опуклих множинах.

Тема 7.2. Теорема Куна-Таккера.

Теорема Куна-Таккера, як одного з основних результатів теорії оптимізації для задачі математичного програмування. Необхідні умови екстремуму в загальній задачі математичного програмування та теорема Куна-Таккера, як результат для опуклої задачі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. Бейко И. Методи і алгоритми рішення задач оптимізації /И. Бейко, Б. Бублик, П. Зинько. { К.: Вища шк., 2003. { 512 с.
2. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методів оптимізації. – М.: Наука, 1986. – 326 с.
3. Пшеничний Б.Н. Опуклий аналіз і екстремальні задачі. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
4. Пшеничний Б.Н., Данілін Ю.М. Чисельні методи в екстремальних задачах. – М.: Наука, 1990. – 300 с.
5. Алексєєв В.М., Галєєв Э.М., Тихомиров В.М. Збірник задач по оптимізації. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

Методичне забезпечення:

6. Методи оптимального керування. Конспект Лекцій. Ел. Ресурс. / Укладачі: В.Є. Мухін, А.П. Яковлева. — К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», НН «ІПСА», 2022. — 85 с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 1 від 02.09.2022 р.)

7. Методичні вказівки до виконання практичних робіт по методах оптимізації / Улк. А.П. Яковлева. – К.:НТУУ “КПІ”, 2007. – 56 с.

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<p>РОЗДІЛ 1. Класифікація задач оптимізації.</p> <p>Тема 1.1. Класифікація точок екстремуму.</p> <p>У цій темі розглядаються задачі умовної та безумовної оптимізації та їхні характеристики. Проводиться класифікація задач та точок екстремуму. Розглядаються гладкі задачі оптимізації, задачі варіаційного числення, задачі опуклої оптимізації та задачі оптимального керування. Вводяться поняття локального та глобального екстремуму, умови існування задачі оптимізації, поняття argmin та Argmin функції.</p> <p>Література: [1] – С. 7 – 10; [6] – С. 1 – 15.</p> <p>Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
2	<p>РОЗДІЛ 2. Безумовна оптимізація.</p> <p>Тема 2.1. Необхідні умови оптимальності.</p> <p>Необхідні умови оптимальності в безумовній задачі оптимізації. Поняття стаціонарної точки. Теорема про необхідні умови в задачі на безумовну оптимізацію. Приклади задач та їхнього розв'язку. Умови I та II порядків, критерій Сільвестра.</p> <p>Тема 2.2. Достатні умови оптимальності. Достатні умови оптимальності в задачі на безумовний екстремум. Симетричні матриці, поняття їхньої додатної та від'ємної означеності. Теорема про достатні умови оптимальності в задачі безумовної оптимізації функції багатьох змінних.</p> <p>Література: [1] – С. 8 – 11; [6] – С. 16 – 20.</p> <p>Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
3	<p>РОЗДІЛ 3. Задачі на умовний екстремум.</p> <p>Тема 3.1. Лінії рівня. Геометрична інтерпретація.</p> <p>Задачі умовної оптимізації та їхня геометрична інтерпретація.</p> <p>Задачі на умовний екстремум. Поняття лінії рівня цільової функції. Геометрична інтерпретація задач з обмеженнями у вигляді рівностей та нерівностей.</p> <p>Тема 3.2. Функція та множники Лагранжа.</p> <p>Класична задача на умовний екстремум та способи її розв'язання. Теорема про необхідні умови локальної оптимальності або правило множників Лагранжа. Достатні умови екстремуму в класичній задачі на умовний екстремум. Умови регулярності.</p> <p>Література: [1] – С. 11 – 16; [6] – С. 22 – 27.</p> <p>Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
4	<p>РОЗДІЛ 4. Елементи опуклого аналізу.</p> <p>Тема 4.1. Опуклі множини.</p> <p>Властивості та значення опуклих множин, як одного з основних понять сучасного випуклого аналізу. Означення відрізка, опуклої та строго опуклої множини, їхні властивості та приклади опуклих множин. Теорема про перетин та додатну лінійну комбінацію опуклих множин. Поняття та властивості поліедральних множин.</p> <p>Тема 4.2. Теорема відділимості.</p> <p>Поняття відділимості опуклих множин та відділимості точки та множини. Його роль в опуклому аналізі. Різні варіанти відділимості: точки й множини, двох множин. Залежність цієї властивості від виду множини. Роль цього поняття в опуклому аналізі. Теорема відділимості.</p> <p>Література: [1] – С. 16 – 19; [2] – С. 7 – 10.</p> <p>Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>

	<i>літературою.</i>
5	<p>РОЗДІЛ 5. Опуклі функції.</p> <p>Тема 5.1. Різні означення опуклості. Теорія опуклих функцій. Означення та властивості опуклих функцій. Сильно опукла, строго опукла та вгнута функції та їхні основні властивості.</p> <p>Тема 5.2. Дії над опуклими функціями. Внутрішні операції на класі опуклих функцій. Теореми про додатну лінійну комбінацію опуклих функцій та функції взяття максимуму. Критерії опуклості в термінах перших та других похідних. Література: [1] – С.16 –21; [2] – С. 52 – 70. Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
6	<p>РОЗДІЛ 6. Елементи субдиференціального числення.</p> <p>Тема 6.1. Субградієнт та субдиференціал. Поняття диференціальності для негладких опуклих функцій.</p> <p>Тема 6.2. Дії над субдиференціалами. Властивості субдиференціалу опуклої функції та його роль в оптимізації. Теореми про існування та властивості субградієнтів та субдиференціалів опуклої функції. Література: [1] – С. 101 –113; [2]- С. 70 – 90. Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
7	<p>РОЗДІЛ 7. Необхідні умови екстремуму.</p> <p>Тема 7.1. Умови оптимальності. Умови оптимальності в загальній мінімізації. Поняття направлення спаду та допустимого направлення. Теорема про пустоту перетину множин, як необхідну умову локальної оптимальності. Диференціальні умови оптимальності в задачі мінімізації на опуклих множинах.</p> <p>Тема 7.2. Теорема Куна-Таккера. Теорема Куна-Таккера, як одного з основних результатів теорії оптимізації для задачі математичного програмування. Необхідні умови екстремуму в загальній задачі математичного програмування та теорема Куна-Таккера, як результат для опуклої задачі. Література:[1] – С.121 –129; [2]- С. 187 – 192. Завдання на СРС: Опрацювання лекції за конспектом (електронним конспектом) та вказаною літературою.</p>
8	МКР-2
9	Екзамен

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	<p>Класифікація точок екстремуму.</p> <p>Розрізняти точки максимуму та мінім., локального та глобального екстремуму, строго та нестрого</p> <p>Завдання на СРС: Розв'язати задачі з задачника [5] , [6] з відповідних розділів.</p>
2	<p>Задачі моделювання.</p> <p>Побудування математичних моделей на основі сформульованих народно-господарських задач та визначення їх адекватності.</p> <p>Завдання на СРС: [3] – 8-15, [14] – 1-7.</p>
3	<p>Безумовна оптимізація: необхідні та достатні умови екстремуму, дослідження матриць.</p> <p>Розв'язувати задачі безумовної оптимізації в скінчено вимірному евклідовому просторі та проводити класифікацію точок екстремуму.</p> <p>Завдання на СРС: Розв'язати задачі з задачників [5], [6].</p>

4	Задачі на умовний екстремум: лінії рівня, геометрична інтерпретація; функція та множники Лагранжа. Розв'язувати задачі умовної оптимізації (класичну задачу на умовний екстремум. Завдання на СРС: Розв'язати задачі з задачника [5], [6].
5	Елементи опуклого аналізу: опуклі множини, теореми відділимості. Визначати опуклість множин, їх опуклих оболонок та застосовувати теореми відділимості. Завдання на СРС: вивчити поняття конусу, опуклого конусу та спряженого.
6	Опуклі функції: графік, надграфік, різні означення опуклості; лінійна комбінація та функція максимуму опуклих функцій. Розв'язувати задачі на визначення факту опуклості чи не опуклості функцій. Завдання на СРС: Розв'язати задачі для функцій максимуму для лінійної комбінації.
7	Елементи субдиференціального числення: субградієнт та субдиференціал, дії над субдиференціалами. Розв'язувати задачі на побудову субдиференціалів різних функцій. Завдання на СРС: Розв'язати задачі для функцій максимуму для лінійної комбінації.
8	Задача математичного програмування; теорема Куна-Таккера; умови Слейтера. Розв'язувати задачі математичного програмування з застосуванням теорема Куна-Таккера. Завдання на СРС: Розв'язати задачі на умову Слейтера.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Усі роботи студенти мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Дедлайни кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: екзамен (1 семестр).

Семестровий рейтинг за I семестр:

- Семестровий рейтинг з дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій» складається з рейтингових балів і не перевищує $R_{\max} = 100$. В семестрі студент може набрати 60 балів, відповідно на екзамені – 40 балів.
-

Таблиця 1. Система рейтингових балів.

№	Контрольний захід	Бал
1.	Модульна контрольна робота «Розв'язання задач безумовної оптимізації та класифікація точок екстремуму»	30
2.	Модульна контрольна робота «Класичні задачі на умовний екстремум та задача лінійного програмування»	30

2. Студент допускається до екзамену при виконанні таких умов:

- поточний рейтинг за семестр складає не нижче 30 балів;
- виконані 2 модульні контрольні роботи.

Відповідно сумарної кількості балів, що набрані в семестрі, студент отримує оцінку згідно таблиці 2.

Таблиця 2. Відповідність між рейтингом і заліковою оцінкою.

<i>Рейтинг</i>	<i>Оцінка ECTS</i>	<i>Традиційна оцінка</i>
<i>95 - 100</i>	<i>A — відмінно</i>	<i>зараховано</i>
<i>85 - 94</i>	<i>B — дуже добре</i>	<i>зараховано</i>
<i>75 - 84</i>	<i>C — добре</i>	
<i>65 - 74</i>	<i>D — задовільно</i>	<i>зараховано</i>
<i>60 - 64</i>	<i>E — достатньо</i>	
<i>менше 60 балів</i>	<i>FX — незадовільно</i>	<i>незараховано</i>

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к. ф.-м. н., доцент Яковлева Алла Петрівна

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 3 від 08.10.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол № 2 від 09.10.2025 р.)

ОПП «Системний аналіз і управління» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти введено в дію з 2022/2023 навч. року наказом ректора КПІ ім. Ігоря Сікорського від 15.02.2022 р. № НОН /75/2022