



# МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. ЧАСТИНА 1.

## Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>124 Системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна (ПО 01.1)</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС, 150 год. (лекції – 54 год., практ. – 54 год., СРС – 42 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен/МКР</i>
Розклад занять	<i><a href="https://schedule.kpi.ua/">https://schedule.kpi.ua/</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Чаповський Юрій Аркадійович, Практичні: к.ф.-м.н., доц, Денисьєвський Микола Олексійович, к.ф.-м.н., доц, Руденко Олексій Володимирович, к.ф.-м.н., доц. Мінарченко Олександр Миколайович</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вона включає:

- базові поняття теорії множин, дійсних та комплексних чисел;
- послідовності дійсних чисел та їх границі;
- поняття дійсно-значної функції однієї змінної, її границю, властивості неперервних функцій;
- диференціальне числення функції однієї змінної, та його застосування;
- елементи топології  $R^n$ , векторно-значні функції: границя, похідна, криві в  $R^2$  та  $R^3$ ;
- невизначений інтеграл.

Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових **компетентностей**: ЗК 01 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях; ЗК 02 Здатність планувати і управляти часом; ЗК 03 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу; ЗК 05 Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово; ЗК 09 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації; ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт; ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні,

дотримуватися академічної доброчесності; ФК 02 Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів та аналізу даних; ФК 09 Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі.

У результаті засвоєння курсу здобувач повинен бути здатним продемонструвати такі програмні результати навчання: ПРН 01 Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу; ПРН 04 Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики; ПРН 05 Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності.

У кінці вивчення курсу студент повинен **знати**: вступ до математичного аналізу (множини на прямій, послідовності та їхні границі, функції та їхні границі, неперервність, властивості неперервних функцій); диференціальне числення функцій однієї змінної (диференційовність та похідна, властивості диференціала та похідно першого і вищих порядків, формула Тейлора та її застосування до наближених обчислень, дослідження на екстремум), знаходити первісні від певних елементарних функцій.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліни, які передують даній – Алгебра та аналітична геометрія, Дискретна математика. Дисципліни, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни: Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика, Обчислювальна математика, Основи системного аналізу, Основи фізики, Фізика коливально-хвильових процесів, Гармонічний аналіз та операційне числення, Математична статистика, Дослідження операцій, Теорія прийняття рішень.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Вступ до аналізу**

Операції над множинами. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Математична індукція. Дійсні числа. Аксиоматика числової осі. Верхні та нижні межі числової множини. Злічені множини. Незліченність множини дійсних чисел. Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра.

### **Розділ 2. Числові послідовності**

Топологія прямої. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Лема Бореля. Границя числової послідовності. Монотонні послідовності. Нескінченно малі послідовності. Часткові границі. Критерій Коші.

### **Розділ 3. Границя функції однієї змінної. Неперервність.**

Границя функції в точці та на нескінченності. Однобічні границі. Нескінченно малі та їх порівняння. Властивості границь. Перша чудова границя. Неперервні функції. Локальні властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Точки розриву. Неперервність елементарних функцій. Чудові границі та їх використання. Властивості неперервних функцій на замкнутому відрізку.

#### **Розділ 4. Диференційне числення функцій однієї дійсної змінної**

Диференціал та похідна функції однієї дійсної змінної. Похідна складеної та оберненої функції. Інваріантність форми першого диференціала. Таблиця похідних. Диференціювання функцій, що визначені параметрично. Логарифмічне диференціювання. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца та її застосування. Вищі похідні функцій, що визначені параметрично. Екстремуми функції. Лема Ферма. Теорема Ролля, формули Лагранжа і Коші.. Формула Тейлора.. Формула Тейлора для основних функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування. Критерії опуклості диференційованих функцій. Асимптоти графіка функції. Схема дослідження функції та побудова графіків. Правила Лопіталя та їх застосування.

#### **Розділ 5. Векторно-значні функції дійсної змінної.**

Топологія простору  $R^n$ . Відкриті та замкнені множини. Основні принципи аналізу в  $R^n$ . Границя та неперервність векторно-значних функцій. Диференціальне числення векторно-значних функцій. Похідні функцій, що задані параметрично.

#### **Розділ 6. Невизначений інтеграл функції однієї змінної.**

Первісна, таблиця інтегралів. Заміна змінної, інтегрування по частинам. Інтегрування в певних класах елементарних функцій: раціональних, тригонометричних, ірраціональних, трансцендентних.

### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

#### **Базова:**

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1: підручник. К: Либідь, 1993. 320 с
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2: підручник. К: Либідь, 1994. 304 с
3. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. У 2-х частинах. Частина 1: підручник. Київ : Вища школа, 1992. - 595 с
4. Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко, Т. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. – 257 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf>
5. Математичний аналіз І. Диференціальне числення функцій дійсної змінної. Збірник задач для розрахункових робіт. [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.В. Богданський, В.Г. Бондаренко, А.Ю. Мальцев, Г.Б. Подколзін.– Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 59 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31653>

#### **Допоміжна:**

1. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г., Кривошеєва Г.М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. 2-е вид. доп. і доопр. – К.: Кондор, 2006. – 460с

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Операції над множинами—об'єднання, перетин, різниця, добуток. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Графік абстрактної функції.
2	Потужність множини, злічені множини. Дійсні числа. Верхня та нижні грані числової множини. Математична індукція, приклади. Аксиоматика дійсних чисел.
3	Комплексні числа, алгебраїчні операції. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра. Елементарні функції комплексної змінної
4	Околиці, граничні точки множини. Границя та узагальнена границя числової послідовності. Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності. Важливі границі.
5	Єдиність границі. Обмеженість збіжної послідовності.. Арифметичні властивості границь. Перехід до границі в нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса. Число $e$ .
6	Теорема Коші-Кантора. Граничні точки множини. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Підпослідовності. Часткові границі послідовності. Верхня та нижня границі. Критерій Коші.
7	Границя функції в точці та на нескінченності. Перехід до границі в нерівностях. Перша чудова границя. Границя монотонної функції. Нескінченно малі функції. Арифметичні властивості границь. Приклади.
8	Неперервні функції. Арифметичні властивості неперервних функцій. Теорема Больцано-Коші. Теорема Вейєрштрасса.
9	Існування і неперервність оберненої функції. Приклади. Експоненційна та логарифмічна функції. Степенева функція. Гіперболічні функції. Неперервність елементарних функцій.
10	Друга чудова границя та наслідки. Приклади. Порівняння функцій в околі точки. Еквівалентність функцій в точці.
11	Однобічні границі. Розриви функції. Похідна: означення, геометричний зміст. Диференціал: означення, геометричний зміст.
12	Неперервність диференційованих функцій. Арифметичні властивості похідних. Похідна композиції. Приклади. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна оберненої функції. Таблиця похідних. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.
13	Монотонність диференційованої функції. Точки зростання, спадання, локального екстремуму. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца.
14	Диференціали вищих порядків. Опуклість функції. Опуклість диференційованої та двічі диференційованої функції. Нерівність Йенсона та її застосування.
15	Асимптоти та побудова графіків.
16	Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа та Пеано. Формула Тейлора для основних функцій. Приклади застосування.
17	Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування.

18	<i>Правила Лопіталя та їх застосування.</i>
19	<i>Формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. Дослідження характеру функції в точці за похідними вищого порядку.</i>
20	<i>Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Евклідов простір <math>R^n</math>. Скалярний добуток. Норма. Збіжність послідовностей в <math>R^n</math>. Арифметичні властивості збіжних послідовностей. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.</i>
21	<i>Відкриті та замкнені множини. Замикання множини. Границя множини. Лінійно зв'язні множини.</i>
22	<i>Компактні множини в <math>R^n</math>.</i>
23	<i>Криві на площині. Похідні функції, що задана параметрично. Криві, задані в полярних координатах. Границя та неперервність векторно-значних функцій. Похідна векторно-значної функції. Криві в <math>R^n</math>. Дотична до кривої в неособливій точці.</i>
24	<i>Первісна та невизначений інтеграл: таблиця, властивості, заміна змінної. Інтегрування частинами. Приклади.</i>
25	<i>Інтегрування раціональних дробів.</i>
26	<i>Інтегрування деяких тригонометричних функцій.</i>
27	<i>Інтегрування деяких ірраціональностей та трансцендентних виразів.</i>

### Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	<i>Математична індукція, біном Ньютона. Доведення деяких нерівностей.</i>
2	<i>Операції, з множинами, образ, прообраз. Графік абстрактної функції. Рівняння кривої на площині.</i>
3	<i>Верхня та нижня межі підмножини дійсних чисел. Комплексні числа.</i>
4	<i>Граничні точки множини. Границя послідовності.</i>
5	<i>Монотонні послідовності. Число <math>e</math>. Нерівності для границь.</i>
6	<i>Підпослідовності. Верхня та нижня границі.</i>
7	<i>Границі функцій. Перша та друга чудові границі.</i>
8	<i>Границі функцій. Нескінченно малі. .</i>
9	<i>Границі функцій. Техніка пошуку границь.</i>
10	<i>Неперервні функції. Основні типи розривів.</i>
11	<i>Рівномірна неперервність.</i>
12	<i>Похідна явної функції. Техніка диференціювання.</i>
13	<i>Геометричний зміст похідної. Диференціал</i>

14	<i>Логарифмічна похідна. Техніка диференціювання.</i>
15	<i>Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца.</i>
16	<i>Застосування теореми Ролля та формул Лагранжа і Коші.</i>
17	<i>Зростання та спадання функції, нерівності. Локальні екстремуми. Найбільші та найменші значення функції на відрізку.</i>
18	<i>Дослідження функції на опуклість.</i>
19	<i>Формула Тейлора.</i>
20	<i>Правило Лопіталя.</i>
21	<i>Побудова графіків функції.</i>
22	<i>Границя, неперервність та похідна векторно-значної функції, Дотична до кривої.</i>
23	<i>Похідна від функції, що задана параметрично.</i>
24	<i>Первісна. Таблиця інтегралів. Властивості невизначених інтегралів.</i>
25	<i>Заміна змінних. Інтегрування по частинам.</i>
26	<i>Інтегрування раціональних виразів.</i>
27	<i>Інтегрування тригонометричних та ірраціональних виразів.</i>

## Політика та контроль

### 6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

*Усі роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>.*

### 7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

*Семестровий контроль: **екзамен***

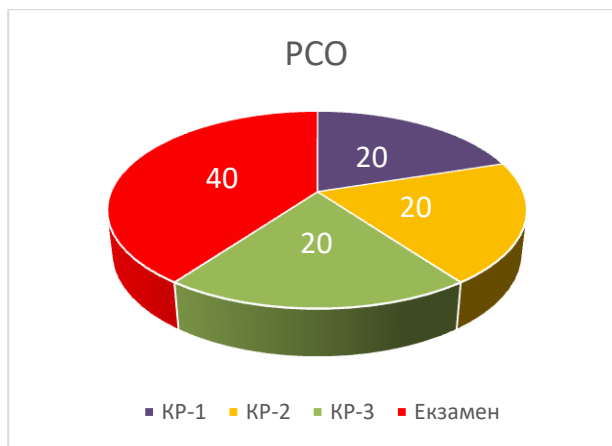
*Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за<sup>1</sup>:*

---

<sup>1</sup>Кожна контрольна робота може бути замінена (за наявності форс-мажорних обставин) самостійною або розрахунковою роботою. Кількість можливих балів за контрольний захід при цьому не змінюється.

У разі неможливості проведення екзамену за наявності форс-мажорних обставин, бали за семестр R нараховуються за формулою  $R = 100 \cdot (G1 + G2 + G3) / 3$ , де G1, G2, G3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

КР-1 КР-2 КР-3	20 балів 20 балів 20 балів
Екзаменаційна робота / екзамен	40 балів



7.1. Семестровий рейтинг складається з рейтингових балів, і не перевищує  $R_{\max} = 100$  балів. У семестрі здобувач може набрати 60 балів, на екзамені — 40 балів. Бали за семестр рахуються як сума набраних балів за всі контрольні заходи.

7.2. Кожний контрольний захід оцінюється у частках від одиниці  $G$  ( $0 - 1$ ). Бали за кожну контрольну роботу нараховуються як  $R = 20 \cdot G$ , за екзамен як  $R = 40 \cdot G$ .

7.3. У разі, якщо здобувач отримав за роботу в семестрі оцінку не нижче ніж 60% від максимальної оцінки за його бажанням, висловленим в письмовій формі, його семестрова оцінка  $R$  може бути порахована за формулою  $R = \min\{84, 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3\}$ , де  $G_1, G_2, G_3$  — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

7.4. Здобувач допускається до екзамену або перескладання, якщо семестрова складова його балів становить не нижче, ніж 25 балів.

7.5. Рейтингова оцінка з кредитного модуля переводиться в оцінку ECTS згідно таблиці

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам ECTS:**

Бали: контрольні роботи + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	<b>A-Відмінно</b>
94...85	<b>B-Дуже добре</b>
84...75	<b>C-Добре</b>
74...65	<b>D-Задовільно</b>
64...60	<b>E-Достатньо</b>
Менше 60	<b>F-Незадовільно</b>
стартовий рейтинг менше 25 балів	<b>FX-Не допущено</b>

7.6. Для допуску до контрольного заходу у дистанційному режимі здобувач має надіслати, не пізніше ніж за 3 дні до дати проведення контрольного заходу, свою фотографію та фотографію написаних від руки

наступних своїх даних: ПІБ, група, місце поточного знаходження (місто, район, країна), підпис. Ці дані надсилаються один раз на семестр з пошти, на яку здобувач згоден отримати завдання контрольного заходу (бажано в домені @ill.kpi.ua). У разі зміни якихось з цих даних або поштової адреси, дані надсилаються знову.

7.7. Виконання і оцінювання **контрольної роботи** або **екзамену**, проведеному в **дистанційному режимі**.

7.7.1. Здобувач отримує завдання контрольного заходу на пошту, вказану в п. 7.6.

7.7.2. Розв'язок отриманого завдання здійснюється самостійно. Виконане завдання контрольного заходу надсилається як відповідь на отримане завдання у вигляді одного файлу в форматі **pdf**, який містить фотографії рукописного тексту, і розмір якого не перевищує 10 Mb. Текст має бути розбірливим і фотографії тексту якісні.

За невиконання будь-якої з цих вимог робота не перевіряється і буде оцінена в 0 балів.

7.7.3. Виконання завдання має бути здійснено у зазначений в умовах час. Максимальний за роботу бал зменшується на 5% за кожну хвилину запізнення.

7.7.4. Перша сторінка роботи має містити **варіант завдання, ПІБ та групу виконавця роботи**. Кожна сторінка має містити його **підпис**. Робота, що не містить будь-яких з цих даних не перевіряється і оцінюється в 0 балів.

7.7.5. Екзамен може бути також проведений у формі співбесіди за допомогою комп'ютерних засобів. При цьому відсутність працюючої камери, або мікрофону, або відсутність інтернету означає неявку студента на іспит.

7.8. Виконання і оцінювання **самостійної (розрахункової) роботи**, проведеної в **дистанційному режимі**.

7.8.1. Здобувач отримує завдання самостійної (розрахункової) роботи на пошту, вказану в п. 7.6, або на пошту групи.

7.8.2. Виконана самостійна (розрахункова) робота має бути надіслана як відповідь на отримане завдання у вигляді одного файлу в форматі **pdf**, який містить саму роботу, набрану за допомогою будь-якого редактора, або фотографії рукописного тексту. У другому випадку текст має бути розбірливим і фотографії тексту якісними. Розмір файлу не має перевищувати 10 Mb.

За невиконання будь-якої з цих вимог робота не перевіряється і буде оцінена в 0 балів.

7.8.3. Робота має бути надіслана не пізніше вказаної в умовах дати. Максимальний бал за роботу зменшується на 20% за кожний день запізнення.

7.8.4. Перша сторінка роботи має містити **варіант, ПІБ та групу виконавця роботи**. Також перша сторінка має містити підпис виконавця у разі фотографій рукописного тексту. Робота, що не містить будь-яких з цих даних не перевіряється і оцінюється в 0 балів.

7.8.5. Будь-яка кількість робіт (розв'язаних завдань), що надішли вчасно і містять понад 90% однакових формул (викладок), буде оцінюватися як одна робота (завдання), тобто кожен (спів)автор отримує бали за одну роботу (завдання), поділені на кількість (спів)авторів. Роботи (завдання), що надішли із запізненням і містять понад 90% формул (викладок), які містяться в раніше надісланих роботах, оцінюються в 0 балів.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено к.ф.-м.н., доцентом, Чаповським Юрієм Аркадійовичем**

**Ухвалено кафедрою ММСА (протокол №13 від 05.06.2024)**

**Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)**