



# МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки</i>
Освітня програма	<i>Інтелектуальні сервіс-орієнтовані розподілені обчислювання</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1,2 курси, осінній, весняний та осінній семестри</i>
Обсяг дисципліни	<i>14,5 кредитів ЄКТС. Частина 1: 135 годин, 54 год. – лекції, 36 год. – практика, СРС – 45 год. Частина 2: 165 годин, 54 год. – лекції, 54 год. – практика, СРС – 57 год. Частина 3: 135 годин, 54 год. – лекції, 36 год. – практика, СРС – 45 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамени - 3</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н.,доцент, Бохонов Юрій Євгенович, Vokhonov.Yuriy@Ill.kpi.ua Практичні: к.ф.-м.н.,доцент, Бохонов Юрій Євгенович.</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom <a href="https://classroom.google.com/w/NTI1OTE5MzQwODYw/t/all">https://classroom.google.com/w/NTI1OTE5MzQwODYw/t/all</a></i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вона включає:

- Вступ до математичного аналізу (множини на прямій, послідовності та їхні границі, функції та їхні границі, неперервність, властивості неперервних функцій);
- диференціальне числення функцій однієї змінної (диференційовність та похідна, властивості диференціала та похідно першого і вищих порядків, формула Тейлора та її застосування до наближених обчислень, дослідження на екстремум);
- Інтегральне числення функцій однієї змінної (невизначений інтеграл та його властивості, методи знаходження невизначених інтегралів, теорія визначеного інтеграла, вступ до теорії міри, геометричні застосування інтегралу, невластні інтеграли);
- теорія функцій багатьох змінних (неперервні функції та їхні властивості, диференціальне числення багатовимірних відображень, матриця Якобі та її застосування, вищі похідні, формула Тейлора, локальний та умовний екстремум функцій багатьох змінних, основи теорії неявної функції, заміна змінних в диференціальних виразах та рівняннях з частинними похідними);
- числові та функціональні ряди (збіжність, абсолютна збіжність числових рядів, рівномірна збіжність функціональних, зокрема, степеневих рядів);
- інтеграли, що залежать від параметра, обчислення деяких класичних інтегралів, функції Ейлера та їхні властивості;

- звичайні диференціальні рівняння, методи їхнього розв'язання, теорема про існування та єдність розв'язку задачі Коші для рівнянь і нормальних систем, теорія лінійних рівнянь і систем, метод варіації довільних сталих знаходження частинного розв'язку лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків, знаходження розв'язку задачі Коші для лінійної системи зі сталими коефіцієнтами методом зведення матриці системи до нормальної форми Жордана;
- абстрактна теорія інтеграла за мірою, кратні інтеграли, їхні властивості, заміна змінної в кратному інтегралі, теорема про середнє, криволінійні та поверхневі інтеграли, зв'язок між ними (теорема Гріна, Стокса, Гауса-Остроградського), застосування до задач геометрії, елементи векторного аналізу;
- теорія функцій комплексної змінної, аналітичні функції, поняття конформного відображення, застосування до відображення деяких областей за допомогою аналітичних функцій, інтегральне зображення аналітичної функції, розклад в ряди Тейлора та Лорана, теорія лишків, їхнє застосування до обчислення визначених та невластивих інтегралів;
- основи гармонічного аналізу, абстрактні, експоненційні та тригонометричні ряди Фур'є, умови їхньої збіжності, перетворення та інтеграл Фур'є, їхні властивості та застосування до розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними;
- операційне числення, перетворення Лапласа та його властивості, застосування до розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та систем таких рівнянь

По завершенню курсу студент має набути наступні програмні результати навчання: знання теоретичних і прикладних положень неперервного та дискретного аналізу, включаючи аналіз нескінченно малих, інтегральне числення, розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, комплексний аналіз, теорія рядів та перетворень Фур'є, операційне числення.

У процесі навчання студент має оволодіти такими загальними, фаховими компетентностями та програмними результатами навчання:

У процесі навчання студент має оволодіти такими загальними, фаховими компетентностями та програмними результатами навчання:

ЗК1 «Здатність до абстрактного мислення»,

ЗК6 «Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями»,

ЗК11 «Здатність приймати обґрунтовані рішення»,

ФК1 «Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування»

ПРН2 «Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації».

## **2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна передує всім іншим дисциплінам. Дисципліни, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни: Алгебра та аналітична геометрія, Лінійна алгебра, Математична логіка та теорія алгоритмів, Дискретна математика, Чисельні методи, Основи фізики, Фізика коливально-хвильових процесів, Теорія ймовірностей, ймовірності процеси та математична статистика, Методи і системи штучного інтелекту, Методи оптимізації, Основи системного аналізу.

### 3. Зміст навчальної дисципліни

#### **Кредитний модуль 1. «Диференціальне числення функцій однієї змінної»**

##### Розділ 1. Функції дійсної змінної. Теорія границь та диференціальне числення

Тема 1.1. Вступ до аналізу.

Метод математичної індукції, деякі класичні нерівності.

Тема 1.2. Границя числової послідовності.

Властивості границь, важливі границі, теореми Тьоплиця та Штольця.

Тема 1.3. Комплексні числа.

Різні форми комплексних чисел. Дії з комплексними числами.

Тема 1.4. Границя функції.

Властивості границь функцій. Неперервність. Основні теореми теорії неперервних функцій – Коші, Вейєрштраса, Кантора..

Тема 1.5. Диференціальне числення функцій.

Диференційовність функції та існування похідної, поняття диференціалу. Властивості похідних і диференціалів. Теорема про середнє. Похідні вищих порядків. Формула Лейбниця. Дослідження функції на монотонність, екстремум, опуклість методами диференціального числення.

#### **Кредитний модуль 2. «Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Звичайні диференціальні рівняння»**

##### Розділ 1. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

Тема 1.1. Невизначений інтеграл.

Властивості невизначеного інтегралу. Таблиця первісних. Методи інтегрування – заміни, інтегрування за частинами, інтегрування дробово-раціональних функцій, інтегрування деяких ірраціональних функцій – підстановки Чебишева та Ейлера. Інтегрування тригонометричних функцій.

Тема 1.2. Визначений інтеграл.

Абстрактна теорія інтеграла за мірою. Визначений інтеграл як частинний випадок інтеграла за мірою. Властивості інтегралів – заміна змінної, інтегрування за частинами, теореми про середнє. Основна лема інтегрального числення, формула Ньютона-Лейбниця.

Тема 1.3. Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду.

Критерій Коші збіжності невластних інтегралів. Ознака збіжності. Головне значення невластного інтеграла.

##### Розділ 2. Функції кількох дійсних змінних. Теорія границь та диференціальне числення.

Тема 2.1. Границя та неперервність функцій кількох змінних.

Обмеженість неперервної функції, визначеної на компактї, рівномірна неперервність.

Тема 2.2. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних.

Частинні похідні, матриця Якобі, достатні умови диференційовності функції багатьох змінних. Властивості похідних та диференціалів, диференціювання композиції функцій, неявної та оберненої функцій. Дотичні та нормалі до поверхні. Похідні та диференціали вищих порядків. Умови незалежності від порядку диференціювання. Матриця Гессе.

Тема 2.3. Екстремум функцій багатьох змінних.

Локальний та умовний екстремуми, поняття знаковизначеної квадратичної форми, критерій Сільвестра.

### Розділ 3. Числові і функціональні ряди. Інтеграли, що залежать від параметра.

Тема 3.1. Числові ряди.

Збіжність, абсолютна збіжність ряду. Критерій Коші. Знакосталі ряди, ознаки збіжності Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна ознака Коші. Незнакосталі ряди, ознаки Лейбниця, Абеля, Діріхле.

Тема 3.2. Функціональні послідовності і ряди.

Поняття рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей і рядів, почленний перехід до границі, диференціювання та інтегрування ряду. Теорема порівняння. Степеневі ряди, радіус збіжності, умови рівномірної збіжності. Ряди Тейлора.

Тема 3.3. Інтеграли, що залежать від параметра.

Інтеграл Ейлера. Властивості інтегралів – перехід до границі за параметром, диференціювання та інтегрування, формула Фубіні. Методи обчислення інтегралів, що залежать від параметра, знаходження деяких класичних інтегралів. В і Г Функції Ейлера, їхні властивості, формула пониження для В-функції, формула Ейлера-Гауса, зв'язок між В і Г функціями, застосування до обчислення деяких інтегралів від тригонометричних функцій.

### Розділ 4. Звичайні диференціальні рівняння.

Тема 4.1. Диференціальні рівняння першого порядку.

Рівняння першого порядку з роздільними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння та Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, теорія інтегрувального множника. Рівняння першого порядку, що припускають розв'язання у квадратурах методом введення параметра, рівняння Лагранжа та Клеро.

Тема 4.2. Деякі нелінійні диференціальні рівняння вищих порядків.

Розв'язання деяких типів рівнянь методом введення параметра, зниження порядку рівняння.

Тема 4.3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків та системи першого порядку.

Теорема про існування та єдність розв'язку задачі Коші для нормальної системи першого порядку. Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного рівняння, вронскіан і його властивості, формула Остроградського-Ліувіля, знаходження частинного розв'язку неоднорідного рівняння методом варіації довільних сталих. Фундаментальна система розв'язків лінійної однорідної системи першого порядку, розв'язання неоднорідної системи.

**Кредитний модуль 3. «Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, комплексний аналіз, гармонічний аналіз та операційне числення»**

### Розділ 1. Інтеграл у багатовимірних просторах

Тема 1.1. Кратні інтеграли.

Абстрактна теорія інтегрування. Теорема про зображення заряду як інтеграла за мірою. Теорема про середнє. Заміна змінної в кратному інтегралі. Обчислення якобіанів в різних системах координат. Обчислення площ та об'ємів.

*Тема 1.2. Криволінійні інтеграли.*

*Криволінійні інтеграли першого роду, їхні властивості. Довжина дуги кривої в різних системах координат. Криволінійні інтеграли другого роду, їхні властивості, зв'язок з подвійними інтегралами, формула Гріна.*

*Тема 1.3. Поверхневі інтеграли.*

*Поверхневі інтеграли першого роду, властивості, площа поверхні в різних системах координат, нормаль до поверхні. Поверхневі інтеграли другого роду, властивості, обчислення медом параметризації, зведення до подвійних інтегралів. Теорема Стокса та Гауса-Остроградського. Основи векторного аналізу.*

## Розділ 2. Комплексний аналіз

*Тема 2.1. Диференціювання та інтегрування функцій комплексної змінної.*

*Аналітичні функції, умови Коші-Рімана, поняття конформного відображення, застосування до відображення деяких областей за допомогою аналітичних функцій, інтегральне зображення аналітичної функції та її похідних, формула Коші, нескінченна диференційовність аналітичних функцій, розклад в ряди Тейлора та Лорана, класифікація особливих точок аналітичних функцій.*

*Тема 2.2. Теорія лишків та її застосування.*

*Означення лишку, різні способи знаходження лишків, основна теорема, лема Жордана, застосування лишків до обчислення визначених та невластних інтегралів.*

## Розділ 3. Гармонічний аналіз та операційне числення

*Тема 3.1. Ряди Фур'є.*

*Ряди Фур'є в абстрактному гільбертовому просторі, експоненційні та тригонометричні ряди Фур'є, умови поточної та рівномірної збіжності, апроксимація неперервних функцій поліномами та тригонометричними поліномами, теореми Вейєрштраса.*

*Тема 3.2. Перетворення Фур'є.*

*Граничний перехід від рядів до перетворення Фур'є. Властивості перетворення Фур'є, інтеграл Фур'є, умови поточної збіжності. Апаратні властивості, простір Лорана Шварца, поняття про оператор Фур'є-Планшереля. Застосування перетворення Фур'є до розв'язання задачі Коші для деяких диференціальних рівнянь – звичайних і з частинними похідними.*

## Розділ 4. Операційне числення

*Тема 4.1. Перетворення Лапласа.*

*Оригінал та зображення, їхні властивості. Таблиця зображень. Відновлення функції за її перетворенням Лапласа, формула Мелліна. Застосування операційного числення до розв'язання задачі Коші для лінійних диференціальних рівнянь і систем рівнянь зі сталими коефіцієнтами.*

### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

Базова:

01. Математичний аналіз: Диференціальне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,56 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 162 с.
02. Математичний аналіз: Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Частина I [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,2 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 83 с.
03. Математичний аналіз. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Ряди і інтеграли, що залежать від параметра. Частина 2. [Електронний ресурс] : навчальний посібник

- для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / Ю. Є. Бохонов ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,13 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. –225 с.
04. Математичний аналіз: Звичайні диференціальні рівняння. Частина 3. [Електронний ресурс] : «Навчальний посібник», призначений для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / Ю. Є. Бохонов ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,64 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 130 с.
05. Математичний аналіз. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Навчальний посібник [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,55 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 63 с.
06. Математичний аналіз. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз. Частина 2. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,43 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 152 с.
07. Математичний аналіз. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз, частина 3. [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,76 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 109 с.

Додаткова:

08. Шкіль. М. І. Математичний аналіз: підручн. у 2-х ч. /М. І. Шкіль. – К.: Вища школа, 2005. – 447 с.
09. Вища математика. Збірник задач : навч. посіб. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик, І. П. Вовкодав, В. І. Дев'ятко, Р. К. Клименко, В. В. Крочук, М. А. Мартиненко ; за ред. В. П. Дубовика, І. І. Юрика. – К. : А.С.К., 2011. – 480 с.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

#### Лекційні заняття

#### Кредитний модуль 1. Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
01.	Алгебра множин. Натуральний ряд. Математична індукція. Біном Ньютона. Рекомендована література: [1], Розділ 1.
02.	Дійсні числа. Числова вісь. Основні структури в множині чисел. Зліченні множини. Топологія прямої. Незліченність числової прямої. Гранічні точки. Точні верхні та точні нижні межі. Рекомендована література: [1], Розділ 1.1, 1.2, 1.4.
03.	Границя числової послідовності. Нескінченно малі послідовності. Арифметичні властивості границь. Перехід до границь в нерівностях. Рекомендована література: [1], Розділ 1.1.
04.	Монотонні послідовності. Число $e$ . Гранічні точки послідовності. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.
05.	Верхня та нижня границі. Лема Больцано-Вейєрштраса. Критерій Коші. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.
06.	Теорема Тьоплиця і Штольця та їхнє застосування. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.
07.	Комплексні числа. Полярні координати. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра. Послідовності з комплексними членами. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.
08.	Границя функції в точці та на нескінченності. Еквівалентність різних означень границі. Однобічні границі. Критерій Коші. Властивості границь. Нескінченно малі. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.
09.	Неперервність функцій. Неперервність складеної та оберненої функцій. Неперервність елементарних функцій. Показникова функція. Чудові границі. Основні типи розривів. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.
10.	Властивості неперервних функцій на відрізку. Рівномірна неперервність. Теорема Коші, Вейєрштраса, Кантора. Рекомендована література: [1], Розділ 2.2.

11.	Диференціал, похідна - означення, приклади, фізична та геометрична інтерпретація. Неперервність диференційовних функцій, арифметичні властивості похідних. Похідна складеної функції, похідна оберненої функції. Інваріантність форми 1-го диференціала. Диференціювання функції заданої параметрично. Рекомендована література: [1], Розділ 3.
12.	Лема Ферма (необхідна ознака екстремуму). Теорема Дарбу, Ролля, Лагранжа, Коші, їхнє застосування. Рекомендована література: [1], Розділ 3.2.
13.	Ознака монотонності функції. Вищі похідні та диференціали. Формула Лейбниця. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.
14.	Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа і Пеано Формули Тейлора для основних функції. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.
15.	Еквівалентність різних означень опуклості. Дослідження локального екстремуму функції, необхідна ознака, достатні ознаки. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.
16.	Необхідна та достатня умова точки перегину, асимптоти графіку функції. Дослідження функції та побудова графіків. Рекомендована література: [1], Розділи 3.3, 5.2.
17.	Первісна та невизначений інтеграл. Властивості. Інтегрування за частинами. Заміна змінної. Рекомендована література: [2], Розділ 1.
18.	Інтегрування раціональних дробів Рекомендована література: [2], Розділ 1.
19.	Інтегрування ірраціональних та трансцендентних виразів. Рекомендована література: [2], Розділ 1.
20.	Метрика в просторі обмежених функцій. Рівномірна збіжність функціональних послідовностей. Рекомендована література: [2], Розділ 2.
21.	Заряд, міра. Визначений інтеграл від простої функції. Продовження інтегралу на неперервні та кусково-неперервні функції. Рекомендована література: [2], Розділ 2.
22.	Продовження інтегралу на неперервні та кусково-неперервні функції. Рекомендована література: [2], Розділ 2.
23.	Властивості інтеграла. [2], Розділ 2. Рекомендована література: [2], Розділ 2.
24.	Залежність інтеграла від верхньої межі. Формула Ньютона-Лейбниця. Рекомендована література: [2], Розділ 3.
25.	Заміна змінних та інтегрування за частинами в визначеному інтегралі. Рекомендована література: [2], Розділ 3.
26.	Геометричні та механічні застосування інтеграла. Рекомендована література: [2], Розділ 3.
27.	Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів. Ознака збіжності. Головне значення невластного інтеграла. Рекомендована література: [2], Розділ 4.

**Кредитний модуль 2. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної**

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
01.	Багатовимірні нормовані простори, відображення, границі послідовності векторів, границі функцій, неперервність та рівномірна неперервність функцій. Рекомендована література: [3], Розділ 1.
02.	Компактні множини в багатовимірних просторах, глобальні властивості неперервних функцій. Рекомендована література: [3], Розділ 1.
03.	Диференційовність та похідна функції кількох змінних. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості. Рекомендована література: [3], Розділ 2.

04.	Арифметичні властивості диференційовних функцій. Диференціювання складеної функції. Рекомендована література: [3], Розділ 2.
05.	Достатня умова диференційовності функції. Аналог формули скінченних приростів, умова Ліпшиця. Рекомендована література: [3], Розділ 2.6.
06.	Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Умова незалежності від порядку диференціювання. Матриця Гессе. Формула Тейлора. Рекомендована література: [3], Розділ 2.7.
07.	Теорема про неявну та обернену функцію. Диференціювання оберненої функції. Формула для матриць Якобі взаємно обернених відображень. Функціональна залежність. Геометричні застосування диференціального числення. Рекомендована література: [3], Розділ 2.8.
08.	Локальний екстремум функції багатьох змінних. Рекомендована література: [3], Розділ 2.10.
09.	Заміна змінних в диференціальних виразах, застосування матриці Якобі. Оператор Лапласа в різних координатах. Приклади. Рекомендована література: [3], Розділ 2.8.
10.	Умовний екстремум функції багатьох змінних. Рекомендована література: [3], Розділ 2.11.
11.	Числові ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Критерій Коші. Знакосталі ряди. Теорема порівняння, ознаки Даламбера, Коші, Раабе і Куммера. Зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.
12.	Знакозмінні ряди. Ознаки Лейбниці, Абеля, Діріхле та зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.
13.	Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми рівномірно збіжного ряду з неперервними членами. Диференціювання та інтегрування функціональних послідовностей та рядів. Умовна збіжність. Ознаки Абеля і Діріхле рівномірної збіжності. Теорема Діні. Рекомендована література: [3], Розділ 4.2.
14.	Степеневі ряди. Радіус збіжності. Формули Даламбера і Коші-Адамара для радіуса збіжності. Дослідження поведінки степеневих рядів в граничних точках інтервалу збіжності. Висновки про рівномірну збіжність. Рекомендована література: [3], Розділ 4.3.
15.	Степеневі ряди в комплексній області. Формула Коші-Адамара. Ряди Тейлора. Розклад в ряд Тейлора елементарних функцій. Поняття про аналітичні функції. Рекомендована література: [3], Розділ 4.3.
16.	Власні та невласні інтеграли, що залежать від параметра. Граничний перехід, диференціювання та інтегрування інтегралів за параметром. Рекомендована література: [3], Розділ 5.1, 5.2.
17.	Обчислення інтегралів, що залежать від параметра. Інтеграли Діріхле, Пуасона, Френеля, Фрулані. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.
18.	В і Г функції Ейлера, їхні властивості. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.
19.	Властивості В і Г функцій Ейлера, зв'язок між ними та застосування. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.
20.	В і Г функцій Ейлера як нескінченний добуток. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.
21.	Деякі рівняння першого порядку, що припускають розв'язання в квадратурах. Рекомендована література: [4], Розділи 1.1 – 1.5.
22.	Диференціальні рівняння вищих порядків. Зниження порядку. Типи рівнянь, що припускають розв'язання в квадратурах. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.
23.	Лінійні диференціальні рівняння $n$ -то порядку. Фундаментальна система розв'язків. Рекомендована література: [4], Розділ 1.7.
24.	Детермінант Вронського. Формула Ліувіля. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Рекомендована література: [4], Розділ 1.8.



25.	Лінійні системи диференціальних рівнянь $n$ -го порядку. Розв'язок задачі Коші. Варіація сталих. Рекомендована література: [4], Розділ 1.8.
26.	Інтегрування лінійних систем методом зведення матриці до нормальної форми Жордана. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.
27.	Питання існування та єдності розв'язку задачі Коші для системи першого порядку. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.

### Кредитний модуль 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
01.	Поняття про інтеграл на абстрактній множині. Властивості інтеграла. Заміна змінної. Рекомендована література: [5], Розділ 1.
02.	Побудова і властивості подвійного та потрійного інтегралів. Зведення до повторного інтеграла. Техніка обчислення кратних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.
03.	Геометричні застосування кратних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.
04.	Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го роду. Довжина дуги кривої. Рекомендована література: [5], Розділ 2.1, 2.2.
05.	Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху. Відновлення функції за повним диференціалом. Рекомендована література: [5], Розділ 2.2.
06.	Поверхневий інтеграл 1-го роду та його властивості. Рекомендована література: [5], Розділ 3.1.
07.	Поверхневий інтеграл 2-го роду та його властивості. Рекомендована література: [5], Розділ 3.2.
08.	Формули Гауса-Остроградського та Стокса. Рекомендована література: [5], Розділ 3.3.
09.	Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Рекомендована література: [6], Розділ 2.1.
10.	Властивості аналітичних функцій. Конформні відображення. Рекомендована література: [6], Розділ 6.1.
11.	Цілі, дробово-лінійні та степеневі функції. Рекомендована література: [6], Розділ 6.2.
12.	Функція Жуковського, експонента, логарифмічна та тригонометричні функції. Рекомендована література: [6], Розділ 6.2.
13.	Інтеграл в комплексній області. Теорема Коші. Формула Коші. Рекомендована література: [6], Розділ 3.1.
14.	Первісна аналітичної функції, теореми Морера та Ліувіля. Рекомендована література: [6], Розділ 3.1.
15.	Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд та ряд Лорана. Рекомендована література: [6], Розділи 4.1, 4.3.
16.	Класифікація особливих точок аналітичної функції. Поняття про лишки. Рекомендована література: [6], Розділи 4.3
17.	Застосування лишків до обчислення інтегралів. Рекомендована література: [6], Розділи 5.1, 5.2.
18.	Абстрактні ряди Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля. Екстремальна властивість частинних сум ряду Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 1.2.
19.	Експоненційні та тригонометричні ряди Фур'є. Ядра Фейєра. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.
20.	Збіжність тригонометричних рядів Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.
21.	Повнота експоненційної та тригонометричної систем.

	<i>Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.</i>
22.	<i>Перетворення Фур'є. Косинус- та синус-перетворення. Рекомендована література: [7], Розділ 2.</i>
23.	<i>Зображення функції інтегралом Фур'є. Властивості перетворення та інтеграла Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 2.2.</i>
24.	<i>Застосування перетворення Фур'є до розв'язання деяких диференціальних рівнянь. Рекомендована література: [7], Розділ 2.2.</i>
25.	<i>Перетворення Лапласа. Властивості. Таблиця зображень Лапласа. Рекомендована література: [7], Розділ 3.</i>
26.	<i>Обчислення оригіналу перетворення Лапласа. Формула Мелліна. Рекомендована література: [7], Розділ 3.</i>
27.	<i>Застосування операційного числення до розв'язання диференціальних рівнянь та систем, а також інтегральних рівнянь. Рекомендована література: [7], Розділ 3.4.</i>

### Практичні заняття

#### Кредитний модуль 1. Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної

№	Назва теми занять
01.	<i>Математична індукція, біном Ньютона. Доведення деяких нерівностей. Зліченні множини. Граничні точки. Рекомендована література: [1], Розділ 1.</i>
02.	<i>Граничні точки. Верхня та нижня межі множин. Рекомендована література: [1], Розділ 1.1, 1.2, 1.4.</i>
03.	<i>Границя числової послідовності. Монотонні послідовності. Число <math>\epsilon</math>. Перехід до границі в нерівностях. Рекомендована література: [1], Розділи 1.1, 1.5.</i>
04.	<i>Знаходження границь за допомогою теореми Штольця. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.</i>
05.	<i>Підпослідовності, верхня та нижня границі. Критерій Коші. Рекомендована література: [01], с. 19-20, [1], с. 23..</i>
06.	<i>Техніка обчислення границь функцій. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>
07.	<i>Техніка обчислення границь тригонометричних та показникових функцій. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>
08.	<i>Неперервні функції. Основні типи розривів. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>
09.	<i>Комплексні числа. Полярні координати. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра. Послідовності з комплексними членами. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>
10.	<i>Техніка обчислення похідних функцій. Диференціювання функцій, що задані явно. Наближені обчислення. Рекомендована література: [1], Розділ 3.</i>
11.	<i>Техніка обчислення похідних функцій. Диференціювання функцій, що задані явно. Рекомендована література: [1], Розділ 3.</i>
12.	<i>Похідні вищих порядків, формула Лейбниця. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>
13.	<i>Застосування теорем Ролля, Лагранжа, Коші. Рекомендована література: [1], Розділ 3.2.</i>
14.	<i>Формула Тейлора та її застосування. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>
15.	<i>Застосування формули Тейлора до знаходження границь. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>
16.	<i>Правило Лопіталя розкриття невизначенностей.</i>

	<i>Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>
17.	<i>Дослідження функцій на екстремум та опуклість. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>
18.	<i>Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Рекомендована література: [1], Розділи 3.3, 5.2.</i>

**Кредитний модуль 2. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної**

<i>№</i>	<i>Назва теми занять та перелік основних питань</i>
01.	<i>Первісна та невизначений інтеграл. Властивості. Інтегрування за частинами. Рекомендована література: [2], Розділ 1.</i>
02.	<i>Інтегрування раціональних дроби. Рекомендована література: [2], Розділ 1.</i>
03.	<i>Інтегрування ірраціональних та трансцендентних функцій. Рекомендована література: [2], Розділ 1.</i>
04.	<i>Формула Ньютона-Лейбниція для визначеного інтегралу. Рекомендована література: [2], Розділ 3.</i>
05.	<i>Геометричні та механічні застосування інтеграла. Рекомендована література: [2], Розділ 3.</i>
06.	<i>Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів. Ознака збіжності. Головне значення невластного інтеграла. Рекомендована література: [2], Розділ 4.</i>
07.	<i>Диференційовність та похідна функції кількох змінних. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості. Диференціювання складеної функції. Рекомендована література: [3], Розділ 2.</i>
08.	<i>Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Матриця Гессе. Формула Тейлора. Рекомендована література: [3], Розділ 2.</i>
09.	<i>Теорема про неявну та обернену функцію. Диференціювання оберненої функції. Формула для матриць Якобі взаємно обернених відображень. Дотична площина. Рекомендована література: [3], Розділ 2.</i>
10.	<i>Локальний та умовний екстремуми функції багатьох змінних. Рекомендована література: [3], Розділ 2.10.</i>
11.	<i>Заміна змінних в диференціальних виразах, застосування матриці Якобі. Оператор Лапласа в різних координатах. Приклади. Рекомендована література: [3], Розділ 2.8.</i>
12.	<i>Числові ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Критерій Коші. Знакосталі ряди. Теорема порівняння, ознаки Даламбера, Коші, Раабе і Куммера. Зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.</i>
13.	<i>Знакозмінні ряди. Ознаки Лейбниція, Абеля, Діріхле та зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.</i>
14.	<i>Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми рівномірно збіжного ряду з неперервними членами. Диференціювання та інтегрування функціональних послідовностей та рядів. Умовна збіжність. Ознаки Абеля і Діріхле рівномірної збіжності. Теорема Діні. Рекомендована література: [3], Розділ 4.2.</i>
15.	<i>Степеневі ряди. Радіус збіжності. Формули Даламбера і Коші-Адамара для радіуса збіжності. Дослідження поведінки степеневого ряду в граничних точках інтервалу збіжності. Висновки про рівномірну збіжність. Рекомендована література: [3], Розділ 4.3.</i>
16.	<i>Степеневі ряди в комплексній області. Формула Коші-Адамара. Ряди Тейлора. Розклад в ряд Тейлора елементарних функцій. Поняття про аналітичні функції. Рекомендована література: [3], Розділ 4.3.</i>
17.	<i>Інтеграл, що залежить від параметра. Інтеграл Ейлера.</i>

	<i>Рекомендована література: [3], Розділ 5.1, 5.2.</i>
18.	<i>Диференціальні рівняння 1-го порядку та його геометричний зміст. Найпростіші типи рівнянь 1-го порядку: рівняння з роздільними змінними, з однорідною та квазіоднорідною правою частиною. Рекомендована література: [4], Розділи 1.1 – 1.5.</i>
19.	<i>Лінійні диференціальні рівняння першого порядку, метод Лагранжа розділу змінних, рівняння Бернуллі. Рекомендована література: [4], Розділи 1.1 – 1.5.</i>
20.	<i>Рівняння у повних диференціалах, та можливість зведення до рівнянь такого типу. Інтегрувальний множник та методи його знаходження. Рекомендована література: [4], Розділи 1.1 – 1.5.</i>
21.	<i>Деякі нелінійні рівняння першого порядку, що припускають розв'язання в квадратурах. Рекомендована література: [4], Розділ 1.5.</i>
22.	<i>Диференціальні рівняння вищих порядків. Зниження порядку. Типи рівнянь, що припускають розв'язання в квадратурах. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.</i>
23.	<i>Лінійні диференціальні рівняння n-то порядку. Фундаментальна система розв'язків. Рекомендована література: [4], Розділ 1.7.</i>
24.	<i>Детермінант Вронського. Формула Ліувіля. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Рекомендована література: [4], Розділ 1.8.</i>
25.	<i>Лінійні системи диференціальних рівнянь першого порядку. Розв'язок задачі Коші. Варіація сталих. Рекомендована література: [4], Розділ 1.8.</i>
26.	<i>Інтегрування лінійних систем методом зведення матриці до нормальної форми Жордана. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.</i>
27.	<i>Розв'язання диференціальних рівнянь методом степеневих рядів. Рекомендована література: [4], Розділ 1.9.</i>

### *Кредитний модуль 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз*

<i>№</i>	<i>Назва теми занять та перелік основних питань</i>
01.	<i>Подвійний та потрійний інтеграли, зведення до повторного інтегралу. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.</i>
02.	<i>Заміна змінних в кратних інтегралах. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.</i>
03.	<i>Геометричні застосування кратних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.</i>
04.	<i>Криволінійні інтеграли 1-го роду. Рекомендована література: [5], Розділ 2.1.</i>
05.	<i>Криволінійні інтеграли 2-го роду. Формула Гріна. Рекомендована література: [5], Розділ 2.2.</i>
06.	<i>Незалежність інтеграла від шляху інтегрування. Застосування криволінійних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 2.2.</i>
07.	<i>Поверхневий інтеграл 1-го роду. Знаходження площі поверхні. Рекомендована література: [5], Розділ 3.1.</i>
08.	<i>Поверхневий інтеграл 2-го роду та різні методи його обчислення. Рекомендована література: [5], Розділ 3.2.</i>
09.	<i>Потік векторного поля. Циркуляція. Формула Стокса. Рекомендована література: [5], Розділ 3.3.</i>
10.	<i>Комплексні числа та операції з ними. Рекомендована література: [6], Розділ 6.1.</i>

11.	<i>Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Відновлення гармонічної функції за її спряженою. Рекомендована література: [6], Розділ 2.1.</i>
12.	<i>Інтеграл від функції комплексної змінної. Інтегральна формула Коші. Рекомендована література: [6], Розділ 3.1.</i>
13.	<i>Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд та ряд Лорана, класифікація особливих точок. Рекомендована література: [6], Розділи 4.1,4.2.</i>
14.	<i>Лекція 5. Лишки та їхнє обчислення, застосування лишків до обчислення інтегралів. Рекомендована література: [6], Розділи 5.1, 5.2.</i>
15.	<i>Експоненційні та тригонометричні ряди Фур'є. Ядра Фейєра. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.</i>
16.	<i>Збіжність тригонометричних рядів Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.</i>
17.	<i>Зображення функції інтегралом Фур'є. Властивості перетворення та інтеграла Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 2.2.</i>
18.	<i>Перетворення Лапласа. Властивості. Таблиця зображень Лапласа. Застосування операційного числення до розв'язання диференціальних рівнянь та систем Рекомендована література: [7], Розділ 3.</i>

## 6. Самостійна робота студента

Індивідуальні завдання кредитного модуля 1 «Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної» складаються з розрахункової роботи з розділу 1; кредитного модуля 2 «Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної» складаються з розрахункової роботи з розділів 1-3; кредитного модуля 3 «Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз» складаються з розрахункової роботи з розділів 1-4.

Розрахункова робота сприяє поглибленому засвоєнню методів розв'язку типових математичних задач, що мають прикладне значення. Методичні рекомендації до виконання розрахункової роботи, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку і зазначає у гугл-класі. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у двотижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали.

### СРС Кредитний модуль 1

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
1.	<i>Дійсні числа. Числова вісь. Основні структури в множині чисел. Зліченні множини. Топологія прямої. Незліченність числової прямої. Граничні точки. Точні верхні та точні нижні межі. Рекомендована література: [1], Розділ 1.1, 1.2, 1.4.</i>	1
2.	<i>Границя числової послідовності. Нескінченно малі послідовності. Арифметичні властивості границь. Перехід до границь в нерівностях. Рекомендована література: [1], Розділ 1.1.</i>	1
3.	<i>Монотонні послідовності. Число <math>e</math>. Граничні точки послідовності. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.</i>	1
4.	<i>Верхня та нижня границі. Лема Больцано-Вейєрштраса. Критерій Коші. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.</i>	1
5.	<i>Комплексні числа. Полярні координати. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра. Послідовності з комплексними членами. Рекомендована література: [1], Розділ 1.5.</i>	1
6.	<i>Границя функції в точці та на нескінченності. Еквівалентність різних означень границі.</i>	1

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
	<i>Однобічні границі. Критерій Коші. Властивості границь. Нескінченно малі. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>	
7.	<i>Неперервність функцій. Неперервність складеної та оберненої функцій. Неперервність елементарних функцій. Показникова функція. Чудові границі. Основні типи розривів. Рекомендована література: [1], Розділ 2.1.</i>	1
8.	<i>Диференціал, похідна - означення, приклади, фізична та геометрична інтерпретація. Неперервність диференційовних функцій, арифметичні властивості похідних. Похідна складеної функції, похідна оберненої функції. Інваріантність форми 1-го диференціала. Диференціювання функції заданої параметрично. Рекомендована література: [1], Розділ 3.</i>	1
9.	<i>Лема Ферма (необхідна ознака екстремуму). Теорема Дарбу, Ролля, Лагранжа, Коші, їхнє застосування. Рекомендована література: [1], Розділ 3.2.</i>	1
10.	<i>Ознака монотонності функції. Вищі похідні та диференціали. Формула Лейбниця. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>	1
11.	<i>Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа і Пеано. Формули Тейлора для основних функцій. Рекомендована література: [1], Розділ 3.3.</i>	1
12.	<i>Необхідна та достатня умова точки перегину, асимптоти графіку функції. Дослідження функції та побудова графіків. Рекомендована література: [1], Розділи 3.3, 5.2.</i>	1
13.	<i>Первісна та невизначений інтеграл. Властивості. Інтегрування за частинами. Заміна змінної. Рекомендована література: [2], Розділ 1.</i>	1
14.	<i>Метрика в просторі обмежених функцій. Рівномірна збіжність функціональних послідовностей. Рекомендована література: [2], Розділ 2.</i>	1
15.	<i>Заряд, міра. Визначений інтеграл від простої функції. Продовження інтегралу на неперервні та кусково-неперервні функції. Рекомендована література: [2], Розділ 2.</i>	1
16.	<i>Підготовка до екзамену</i>	30
17.	<i>Всього</i>	45

### СРС Кредитний модуль 2

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
1.	<i>Компактні множини в багатовимірних просторах, глобальні властивості неперервних функцій. Рекомендована література: [3], Розділ 1.</i>	1
2.	<i>Диференційовність та похідна функції кількох змінних. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості. Рекомендована література: [3], Розділ 2.</i>	2
3.	<i>Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Умова незалежності від порядку диференціювання. Матриця Гессе. Формула Тейлора. Рекомендована література: [3], Розділ 2.7.</i>	2
4.	<i>Теорема про неявну та обернену функцію. Диференціювання оберненої функції. Формула для матриць Якобі взаємно обернених відображень. Функціональна залежність. Геометричні застосування диференціального числення. Рекомендована література: [3], Розділ 2.8.</i>	2
5.	<i>Локальний екстремум функції багатьох змінних. Рекомендована література: [3], Розділ 2.10.</i>	2
6.	<i>Заміна змінних в диференціальних виразах, застосування матриці Якобі. Оператор Лапласа в різних координатах. Приклади.</i>	2

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
	<i>Рекомендована література: [3], Розділ 2.8.</i>	
7.	<i>Умовний екстремум функції багатьох змінних. Рекомендована література: [3], Розділ 2.11.</i>	2
8.	<i>Числові ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Критерій Коші. Знакосталі ряди. Теорема порівняння, ознаки Даламбера, Коші, Раабе і Куммера. Зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.</i>	2
9.	<i>Знакозмінні ряди. Ознаки Лейбниця, Абеля, Діріхле та зв'язок між ними. Рекомендована література: [3], Розділ 3.1.</i>	2
10.	<i>Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми рівномірно збіжного ряду з неперервними членами. Диференціювання та інтегрування функціональних послідовностей та рядів. Умовна збіжність. Ознаки Абеля і Діріхле рівномірної збіжності. Теорема Діні. Рекомендована література: [3], Розділ 4.2.</i>	2
11.	<i>Степеневі ряди. Радіус збіжності. Формули Даламбера і Коші-Адамара для радіуса збіжності. Дослідження поведінки степеневого ряду в граничних точках інтервалу збіжності. Висновки про рівномірну збіжність. Рекомендована література: [3], Розділ 4.3.</i>	2
12.	<i>В і Г функції Ейлера, їхні властивості. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.</i>	2
13.	<i>Властивості В і Г функцій Ейлера, зв'язок між ними та застосування. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.</i>	2
14.	<i>В і Г функцій Ейлера як нескінченний добуток. Рекомендована література: [3], Розділ 5.3.</i>	2
15.	<i>Підготовка до екзамену</i>	30
16.	<i>Всього</i>	57

### СРС Кредитний модуль 3

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
1.	<i>Побудова і властивості подвійного та потрійного інтегралів. Зведення до повторного інтеграла. Техніка обчислення кратних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.</i>	1
2.	<i>Геометричні застосування кратних інтегралів. Рекомендована література: [5], Розділ 1.1.</i>	1
3.	<i>Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го роду. Довжина дуги кривої. Рекомендована література: [5], Розділ 2.1, 2.2.</i>	1
4.	<i>Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху. Відновлення функції за повним диференціалом. Рекомендована література: [5], Розділ 2.2.</i>	1
5.	<i>Поверхневий інтеграл 1-го роду та його властивості. Рекомендована література: [5], Розділ 3.1.</i>	1
6.	<i>Поверхневий інтеграл 2-го роду та його властивості. Рекомендована література: [5], Розділ 3.2. Клітина Жордана та її властивість. Вибір базису з кореневих (приєднаних векторів). СРС: [2]. Розділ 7.</i>	1
7.	<i>Формули Гауса-Остроградського та Стокса. Рекомендована література: [5], Розділ 3.3.</i>	1
8.	<i>Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Відновлення гармонічної функції за її спряженою. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Рекомендована література: [6], Розділ 2.1.</i>	1
9.	<i>Інтеграл в комплексній області. Теорема Коші. Формула Коші. Рекомендована література: [6], Розділ 3.1.</i>	1

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
10.	Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд та ряд Лорана. Рекомендована література: [6], Розділи 4.1,4.2.	1
11.	Лекція 5. Лишки та їхнє обчислення, застосування лишків до обчислення інтегралів. Рекомендована література: [6], Розділи 5.1, 5.2.	1
12.	Експоненційні та тригонометричні ряди Фур'є. Ядра Фейєра. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.	1
13.	Збіжність тригонометричних рядів Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 1.3.	1
14.	Зображення функції інтегралом Фур'є. Властивості перетворення та інтеграла Фур'є. Рекомендована література: [7], Розділ 2.2.	1
15.	Перетворення Лапласа. Властивості. Таблиця зображень Лапласа. Застосування операційного числення до розв'язання диференціальних рівнянь та систем Рекомендована література: [7], Розділ 3.	1
16.	Підготовка до екзамену	30
17.	Всього	45

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Усі роботи студенти мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Дедлайни кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. У період роботи в дистанційному режимі лектор може запропонувати студентам пройти запропоновані ним онлайн-курси на платформі Coursera. Також сертифікати цих курсів можуть бути частково зараховані згідно до Положення.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: екзамен (1, 2, 3 семестри)

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

~ виконання домашніх робіт (18);

~ виконання контрольних робіт (модульна контрольна робота МКР розбивається на дві частини), розрахункової роботи (РР).

#### 1. Критерії нарахування балів.

1) Кожна домашня робота оцінюється максимум у 2 бали;

2) Кожна контрольна робота (МКР-1, частини 1, 2, МКР-2, частини 1, 2, МКР-3, частини 1, 2) оцінюється у 12 балів

~ "відмінно" ~ повна відповідь (не менше 90% необхідної інформації) ~ 11-12 балів;

~ "добре" ~ достатньо повна відповідь (не менше 75% необхідної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями ~ 9-10 балів;

~ "задовільно" ~ неповна відповідь (не менше 60% необхідної інформації) та незначні помилки ~ 6-8 балів;

~ "незадовільно" ~ відповідь не відповідає вимогам на "задовільно" ~ 0-5 балів.

3) Розрахункова робота (РР) оцінюється у 18 балів.

Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань:

~ "відмінно" ~ повна відповідь (не менше 90% необхідної інформації) ~ 16-18 балів;

~ "добре" ~ достатньо повна відповідь (не менше 75% необхідної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями ~ 14-17 балів;

~ "задовільно" ~ неповна відповідь (не менше 60% необхідної інформації) та незначні помилки ~ 11-13 балів;

~ "незадовільно" ~ рівень не відповідає вимогам на "задовільно" ~ 0 балів;



2. Умовою першої атестації є поточний рейтинг не менше 50% запланованих балів. Умова другої атестації ~ поточний рейтинг не менше 50% запланованих балів.
3. Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 40 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Бали: практичні заняття та лекції +МКР + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
стартовий рейтинг менше 25 балів	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Теоретичні питання до екзаменів:

### Кредитний модуль 1

1. Дійсні числа. Аксіоми. Числова вісь. Злічені множини. Незліченність числової прямої. Точні верхні та точні нижні межі.
2. Границя числової послідовності. Нескінченно малі послідовності. Арифметичні властивості границь. Перехід до границь в нерівностях.
3. Монотонні послідовності і їхні границі. Теорема Вейєрштраса. Число  $e$ .
4. Граничні точки послідовності. Верхня та нижня границі. Лема Больцано-Вейєрштраса. Критерій Коші.
5. Теореми Тьоплиця і Штольца та їхнє застосування.
6. Границя функції в точці та на нескінченності. Еквівалентність різних означень границі (Коші і Гейне). Однобічні границі. Критерій Коші. Властивості границь. Нескінченно малі, « $o$ » мале, « $O$ » велике, « $O^*$ » велике.
7. Неперервність функції Неперервність складеної та оберненої функцій. Неперервність елементарних функцій. Важливі границі. Основні типи розривів.
8. Властивості неперервних функцій на відріжку. Рівномірна неперервність. Теореми Коші, Вейєрштраса, Кантора.
9. Диференціал, похідна - означення, приклади, фізична та геометрична інтерпретація. Неперервність диференційовних функцій, арифметичні властивості похідних. Похідна складеної функції, похідна оберненої функції. Диференціювання функції заданої параметрично.
10. Лема Ферма (необхідна ознака екстремуму). Теореми Дарбу, Ролля, Лагранжа.
11. Теорема Коші. Ознака монотонності функції. Вищі похідні та диференціали. Формула Лейбница.
12. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа, Коші і Пеано Формули Тейлора для п'яти основних функцій.
13. Дослідження локального екстремуму функції, необхідна ознака, достатні ознаки.
14. Опуклість, основні властивості. Необхідна та достатня умова точки перегину,
15. Асимптоти графіку функції. Дослідження функції та побудова графіків.

### Кредитний модуль 2

1. Границі послідовності векторів, границі функцій, неперервність та рівномірна

- неперервність функцій.
2. Диференційовність та похідна функції кількох змінних. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості.
  3. Арифметичні властивості диференційовних функцій. Диференціювання складеної функції.
  4. Достатня умова диференційовності функції. Аналог формули скінченних приростів, умова Ліпшиця.
  5. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Матриця Гессе. Формула Тейлора.
  6. Розвинення функцій з формулою Тейлора.
  7. Теорема про неявну та обернену функцію. Диференціювання оберненої функції. Формула для матриць Якобі взаємно обернених відображень. Дотична площина.
  8. Локальний та умовний екстремуми функції багатьох змінних.
  9. Заміна змінних в диференціальних виразах, застосування матриці Якобі. Оператор Лапласа в різних координатах.
  10. Умовний екстремум функції багатьох змінних.
  11. Первісна та невизначений інтеграл. Властивості. Інтегрування за частинами. Заміна змінної.
  12. Інтегрування раціональних дробів.
  13. Інтегрування ірраціональних та трансцендентних виразів.
  14. Заряд, міра. Визначений інтеграл від простої функції. Продовження інтегралу на неперервні та кусково-неперервні функції.
  15. Властивості інтеграла. Побудова заряду за його густиною відносно даної міри.
  16. Залежність інтеграла від верхньої межі. Формула Ньютона-Лейбниця.
  17. Заміна змінних та інтегрування за частинами в визначеному інтегралі.
  18. Геометричні застосування інтеграла.
  19. Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів. Ознака збіжності. Головне значення невластного інтеграла.
  20. Числові ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Критерій Коші. Знакосталі ряди. Теорема порівняння, ознаки Даламбера, Коші, Раабе.
  21. Знакомінні ряди. Ознаки Лейбниця, Абеля, Діріхле та зв'язок між ними.
  22. Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші. Ознака Вейєрштрасса. Неперервність суми рівномірно збіжного ряду з неперервними членами. Диференціювання та інтегрування функціональних послідовностей та рядів. Умовна збіжність. Ознаки Абеля і Діріхле рівномірної збіжності. Теорема Діні.
  23. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Формули Даламбера і Коші-Адамара для радіуса збіжності. Дослідження поведінки степеневого ряду в граничних точках інтервалу збіжності. Висновки про рівномірну збіжність.
  24. Степеневі ряди в комплексній області. Формула Коші-Адамара. Ряди Тейлора. Розклад в ряд Тейлора елементарних функцій. Поняття про аналітичні функції.
  25. Інтеграл, що залежить від параметра. Інтеграл Ейлера.
  26. Властивості інтегралів Ейлера, зв'язок між ними та застосування.

### Кредитний модуль 3

1. Диференціальні рівняння 1-го порядку та його геометричний зміст. Найпростіші типи рівнянь 1-го порядку: рівняння з роздільними змінними, з однорідною та квазіоднорідною правою частиною.
2. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку, метод Лагранжа розділу змінних,

- рівняння Бернуллі.
3. Рівняння у повних диференціалах, та можливість зведення до рівнянь такого типу. Інтегровальний множник та методи його знаходження.
  4. Деякі нелінійні рівняння першого порядку, що припускають розв'язання в квадратурах.
  5. Диференціальні рівняння вищих порядків. Зниження порядку. Типи рівнянь, що припускають розв'язання в квадратурах.
  6. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Фундаментальна система розв'язків.
  7. Детермінант Вронського. Формула Ліувіля. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами.
  8. Лінійні системи диференціальних рівнянь першого порядку. Розв'язок задачі Коші. Варіація сталих.
  9. Інтегрування лінійних систем методом зведення матриці до нормальної форми Жордана.
  10. Подвійний та потрійний інтеграл, зведення до повторного інтегралу.
  11. Заміна змінних в кратних інтегралах.
  12. Геометричні застосування кратних інтегралів.
  13. Криволінійні інтеграли 1-го і II-го роду.
  14. Криволінійні інтеграли 2-го роду. Формула Гріна.
  15. Незалежність інтеграла від шляху інтегрування.
  16. Застосування криволінійних інтегралів.
  17. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Знаходження площі поверхні.
  18. Поверхневий інтеграл 2-го роду та різні методи його обчислення.
  19. Потік векторного поля. Циркуляція. Формула Стокса.
  20. Комплексні числа та операції з ними.
  21. Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Відновлення гармонічної функції за її спряженою.
  22. Інтеграл від функції комплексної змінної.
  23. Інтегральна формула Коші.
  24. Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд та ряд Лорана.
  25. Класифікація особливих точок.
  26. Лишки та їхнє обчислення
  27. Застосування лишків до обчислення інтегралів.
  28. Тригонометричний ряд Фур'є на симетричному проміжку.
  29. Тригонометричний ряд Фур'є на несиметричному проміжку.
  30. Інтегральне перетворення Фур'є. Зображення функції інтегралом Фур'є.
  31. Перетворення Лапласа. Обчислення зображень Лапласа. Моделювання сигналів. Застосування теореми запізнення.
  32. Властивості перетворень Лапласа. Обчислення оригіналу.
  33. Обчислення оригіналу за формулою Мелліна.
  34. Застосування перетворення Лапласа для розв'язання диференціальних і інтегральних рівнянь.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено к.ф.-м.н., доцент, Бохонов Юрій Євгенович

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 13 від 05.06.2024)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)

## Кредитний модуль 1.

### Додаток А – Питання для МКР1, частина 1.

1. Границя числової послідовності. Монотонні послідовності. Число  $\epsilon$ . Перехід до границі в нерівностях.
2. Знаходження границь за допомогою теореми Штольця.
3. Техніка обчислення границь функцій.
4. Неперервні функції. Основні типи розривів.

Зразок білету:

1. Знайти границю послідовності:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^n}\right).$$

2. Знайти границю функції:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}.$$

3. В заданій точці знайти похідну функції  $\frac{dy}{dx}$ , що задано неявно:

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

### Додаток В – Питання для МКР1, частина 2.

1. Техніка обчислення похідних функцій. Диференціювання функцій, що задані явно і неявно.
2. Похідні вищих порядків, формула Лейбниція.
3. Формула Тейлора та її застосування.
4. Застосування формули Тейлора і правила Лопіталя до знаходження границь.

Зразок білету:

1. Не використовуючи правило Лопіталя, знайти границю функції:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x}.$$

2. Знайти 100-у похідну функції  $f(x) = (x^2 - \sin x)^2$ .

3. Написати формулу Тейлора до члена  $x^4$  для функції  $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ .

## Кредитний модуль 2.

### Додаток А – Питання для МКР2, частина 1.

1. Первісна та невизначений інтеграл. Властивості. Інтегрування за частинами.
2. Інтегрування ірраціональних та трансцендентних функцій.
3. Геометричні та механічні застосування інтеграла.
4. Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду.

Зразок білету:

1. Знайти невизначений інтеграл:

$$\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

2. Знайти довжину замкненої кривої  $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ .

3. Дослідити на збіжність невласний інтеграл:

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1+x^\gamma} dx, \gamma \geq 0.$$

### Додаток В – Питання для МКР2, частина 2.

1. Диференційовність та похідна функції кількох змінних. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості. Диференціювання складеної функції.
2. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Матриця Гессе. Формула Тейлора.
3. Локальний та умовний екстремуми функції багатьох змінних.
4. Рівномірна збіжність функціональних рядів. Степеневі ряди. Радіус збіжності.

Зразок білету:

1. Знайти частинні похідні  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функції, яку задано неявно

$$f(x, y, (x+y)z) = 0.$$

2. Дослідити на умовний екстремум функцію  $f(x) = xy^2z^3$ , якщо  $x + 2y + 3z = 6a$ ,  $x, y, z, a > 0$ .

3. Дослідити на рівномірну збіжність функціональний ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{2x}{n^3 + x^2}, x \in (-\infty, \infty)$$

### Кредитний модуль 3.

#### Додаток А – Питання для МКР3, частина 1.

1. Геометричні застосування кратних інтегралів.
2. Криволінійні інтеграли 2-го роду. Формула Гріна.
3. Поверхневий інтеграл 2-го роду та різні методи його обчислення.
4. Потік векторного поля. Циркуляція. Формула Стокса.

Зразок білету:

1. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями

$$z = x^2 + y^2, x^4 + y^4 = a(x^2 + y^2), z = 0.$$

2. Методом параметризації знайти поверхневий інтеграл 2-го роду по зовнішній стороні поверхні S:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, z \geq 0, \iint_S x^3 dydz.$$

3. Використовуючи формулу Стокса, знайти інтеграл

$$\oiint_L (yz)^2 dx + (zx)^2 dy + (xy)^2 dz$$

по гвинтовій лінії L:  $x = a \cos t, y = a \sin t, z = \frac{h}{2\pi} t, t \in [0, 2\pi]$ , доповнений відрізком  $x = a, y = 0, z: h \rightarrow 0$

## Додаток В – Питання для МКРЗ, частина 2.

1. Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Відновлення гармонічної функції за її спряженою.
2. Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд та ряд Лорана.
3. Застосування лишків до обчислення інтегралів.
4. Тригонометричний ряд Фур'є на симетричному та несиметричному проміжках.
5. Інтегральне перетворення Фур'є. Зображення функції інтегралом Фур'є.

Зразок білету:

1. Обчислити інтеграл:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz.$$

2. Розкласти в ряд Фур'є періодичну функцію:

$$f(x) = \arccos(\sin x).$$

Записати рівність Парсеваля.

3. Знайти перетворення Фур'є функції  $f(x) = e^{-ax^2}$ ,  $a > 0$ ,  $x \in (-\infty, \infty)$ .

Від одержаної функції знайти інтеграл Фур'є.