		Кафедра математичних методів системного аналізу

МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ У СКЛАДНИХ СИСТЕМАХ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	***Другий (магістерський)***
Галузь знань	*Інформаційні технології*
Спеціальність	*124 Системний аналіз*
Освітня програма	*Системний аналіз і управління, Системний аналіз фінансового ринку*
Статус дисципліни	*Вибіркова*
Форма навчання	*очна(денна)*
Рік підготовки, семестр	*1 курс, весняний семестр*
Обсяг дисципліни	*5 кредитів ЄКТС (лекції 36 год., практикум 18 год., СРС 96 год.)*
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*Екзамен, МКР*
Розклад занять	*http://rozklad.kpi.ua/*
Мова викладання	*Українська*
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: професор, д.т.н., чл.-кор. НАН України Губарев Вячеслав Федорович, E-mail: v.f.gubarev@gmail.com Практичні: професор, д.т.н., чл.-кор. НАН України Губарев Вячеслав Федорович, E-mail: v.f.gubarev@gmail.com

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Предмет навчальної дисципліни визначається потребою вирішення широкого кола практичних задач економетрики, оптимального проектування складних технічних та фізичних систем, екологічних задач та задач, пов'язаних з моделюванням економічних та соціально-політичних систем. Виникла потреба у спеціалістах, які здатні робити математичну постановку таких задач, проводити їх дослідження та спроможність вирішувати ці задачі з використанням сучасних чисельно-аналітичних методів і програмних засобів. Значна увага при цьому приділяється, так званим, некоректно поставленим математичним задачам.

Місце навчальної дисципліни визначається набуттям системи компетентностей та здатностей вирішувати проблеми оптимізації та дослідження операцій. Після засвоєння навчальної дисципліни студент має бути здатен до використання на практиці методів вирішення екстремальних задач з обмеженнями.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів:

ЗДАТНІСТЬ:

- досліджувати та вирішувати різноманітні екстремальні задачі на обмежених множинах;
- використовувати на практиці методи вирішення некоректно поставлених математичних задач;
- розвинути практичні навики використання теоретичних знань на прикладах вирішення задачі моделювання та ідентифікації складних систем.

Основні завдання навчальної дисципліни.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

теоретичних основ математичного програмування, методів вирішення екстремальних задач без обмежень та з обмеженнями, методів вирішення некоректно поставлених задач.

уміння:

- на підставі кількісного та якісного опису різноманітних об'єктів зводити поставлену прикладну задачу до екстремальної;
- визначати, до якого класу належить задача математичного програмування, як вибирати доцільний метод її дослідження та вирішення;
- оцінювати властивості функцій, екстремум яких треба знайти та визначати їх допустимі множини;
- досліджувати екстремальні задачі і встановлювати існування стаціонарних точок, оптимальних рішень та глобальних мінімумів;
- на підставі необхідних умов існування розв'язків, розробляти алгоритми рішень та вибирати для конкретних задач ефективні чисельні методи;
- здійснювати регуляризацію некоректно поставлених математичних задач.

Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових **компетентностей**:

ЗК 01 - здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК 03 - здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

ФК 01 - здатність інтегрувати знання та здійснювати системні дослідження, застосовувати методи математичного та інформаційного моделювання складних систем та процесів різної природи;

ФК 05 - здатність моделювати, прогнозувати та проєктувати складні системи і процеси на основі методів та інструментальних засобів системного аналізу;

ФК 06 - здатність застосовувати теорію і методи Data Science для здійснення інтелектуального аналізу даних з метою виявлення нових властивостей та генерації нових знань про складні системи;

ФК 07 - здатність управляти робочими процесами у сфері інформаційних технологій, які є складними, непередбачуваними та потребують нових стратегічних підходів.

Програмні результати навчання (ПРН):

- будувати та досліджувати моделі складних систем і процесів застосовуючи методи системного аналізу, математичного, комп’ютерного та інформаційного моделювання (ПРН 02);

- застосовувати методи розкриття невизначеностей в задачах системного аналізу, розкривати ситуаційні невизначеності та невизначеності в задачах взаємодії, протидії та конфлікту стратегій, знаходити компроміс при розкритті концептуальної невизначеності (ПРН 03);

- розробляти та застосовувати методи, алгоритми та інструменти прогнозування розвитку складних систем і процесів різної природи (ПРН 04);

- здійснювати ідентифікацію та оцінювання параметрів математичних моделей об’єктів керування (ПРН 08);

- вільно презентувати та обговорювати усно і письмово результати досліджень та інновацій, інші питання професійної діяльності державною та англійською мовами (ПРН 11);

- знати законодавчі акти щодо забезпечення захисту інтелектуальної власності, вимоги до дотримання установлених вимог при оформленні заявок з патентів на винаходи; дотримуватися академічної доброчесності (ПРН 12).

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній

схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Серед тем, які використовуються при опануванні дисципліни математичного програмування у складних системах, є математичний та функціональний аналіз, основи системного аналізу, чисельні методи, системи керування, такі розділи математики, як диференціальні, інтегральні рівняння, та рівняння матфізики. В свою чергу математичне програмування у складних системах забезпечує такі теми, як дослідження операцій, системний аналіз і управління, теорія прийняття рішень у складний системах, інтелектуальні системи, чисельні методи.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1 Теоретичні основи математичного програмування

Тема 1.1. Вступ у математичне програмування
Тема 1.2. Елементи опуклого аналізу
Тема 1.3. Основи опуклого програмування
Тема 1.4. Нелінійне програмування

Розділ 2 Некоректно поставлені математичні задачі

Тема 2.1. Вступ у проблему
Тема 2.2. Метод підбору рішень. Інші спеціальні методи вирішення некоректних задач
Тема 2.3. Метод регуляризації
Тема 2.4. Розв’язування погано обумовлених та вироджених систем лінійних рівнянь

Розділ 3 Некоректні екстремальні задачі

Тема 3.1. Підходи до вирішення некоректних екстремальних задач
Тема 3.2. Регуляризація екстремальних задач
Тема 3.3. Розв’язування некоректних екстремальних задач методами регуляризації

Розділ 4 Математичне моделювання та ідентифікація складних систем

Тема 4.1. Моделювання лінійних стаціонарних систем
Тема 4.2. Ідентифікація лінійних стаціонарних систем
Тема 4.3. Методи ідентифікації як екстремальні задачі

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Степанюк В.В. Методи математичного програмування. – К.: Вища школа, 1984,-272с.

2. Губарев В.Ф. Математичне програмування. Частина 1, частина 2. – К.: ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 2014.

3. Губарев В.Ф. Конспект лекцій з математичного програмування. CAMPUS. НТУУ «КПІ».

Список додаткової літератури

4. В.Ф. Губарев. Моделювання та ідентифікація складних систем. – Київ: Наукова думка, 2019, 248 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Основна методика вивчення – це читання лекцій з найбільш важливих, ключових проблем математичного програмування з висвітленням сучасного погляду на теорію і практику цієї дисципліни. Особливу увагу при цьому приділено некоректним задачам, які найчастіше зустрічаються у реальних ситуаціях. Більшість класичного матеріалу дисципліни віднесено до самостійної роботи студента, який повинен на контрольних роботах продемонструвати його засвоєння.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань *(перелік дидактичних засобів, завдання на*

	СРС з посиланням на літературу)
1	Предмет та задачі математичного програмування. Елементи опуклого аналізу та теорії множин. Перелік основних питань: Зміст дисципліни та області застосувань. Особливості розглядуваних задач. Приклади і постановки різноманітних задач та їх властивості. Опуклі та компактні множини. Проекції. Теореми відокремленості. Конус. Теорема Фаркаша. Опуклі функції та їх властивості. Завдання на СРС: Теореми про опорні гіперплощини та їх доведення. Теореми про властивості опуклих і компактних множин. Екстремальні властивості опуклих функцій на опуклих множинах.
2	Необхідні та достатні умови існування екстремумів. Теореми Куна-Таккера. Перелік основних питань: Можливі напрямки. Активні обмеження. Необхідні і достатні умови оптимальності. Умови регулярності. Достатні умови оптимальності задач опуклого програмування. Завдання на СРС: Теореми про умови існування стаціонарних точок. Теореми про можливі напрямки.
3	Метод Лагранжа у математичному програмуванні. Перелік основних питань: Сідлова точка. Функція Лагранжа. Умови існування сідлової точки. Основна теорема Куна-Таккера. Завдання на СРС: Теореми Куна-Таккера для різних випадків. Двоїстість задач математичного програмування на основі методу Лагранжа.
4	Нелінійне програмування. Метод штрафних функцій. Перелік основних питань: Опис методу. Штраф. Побудова штрафу. Приклади теореми про збіжність. Завдання на СРС: Порівняльний аналіз з іншими підходами. Зв'язок методу штрафу з іншими методами. Теореми про наближений розв’язок. Теореми про швидкість збіжності методу штрафних функцій. Застосування цих теорем у чисельних методах.
5	Поняття про некоректно поставлені задачі та приклади таких задач з практики. Перелік основних питань: Деякі аспекти у постановці математичних задач. Коректно і некоректно поставлені задачі. Приклади та деякі важливі поняття.
6	Спеціальні методи наближеного розв’язування некоректних задач. Перелік основних питань: Якісна та кількісна додаткова інформація. Компактність множин. Поняття коректності по Тихонову. Завдання на СРС: Теорема Арцела. Схема методу підбору розв’язків. Приклади розв’язування задач методом підбору.
7	Метод підбору розв’язків для загального випадку. Перелік основних питань: Квазірозв’язки. Теореми про існування квазірозв’язків. Наближене знаходження квазірозв’язків.
8	Знаходження квазірозв’язку у вигляді ряду за власними елементами. Перелік основних питань: Перехід до самоспряженого оператора. Теорема про квазірозв’язок, що належить заданій кулі. Завдання на СРС: Рівняння Ейлера. Перша варіація для операторного рівняння.
9	Метод заміни рівняння та метод квазіобернення. Перелік основних питань: Ідея методу заміни рівняння. Зміст методу квазіобернення. Розгляд методу квазіобернення на прикладі рівняння теплопровідності. Завдання на СРС: Алгоритми методів заміни рівняння та квазіобернення. Поняття про модуль неперервності.
10	Метод регуляризації розв’язків некоректно поставлених задач. Перелік основних питань: Поняття суттєво некоректної задачі. Регуляризовані розв’язки та регуляризуючі оператори. Параметр регуляризації. Існування регуляризуючих операторів.

	Завдання на СРС: Варіаційний принцип відбору стійких розв'язків. Леми про існування мінімізуючого елементу. Модифікації стабілізуючих функціоналів.
11	Метод Лагранжа знаходження регуляризуючих операторів. Перелік основних питань: Ідея методу. Квазімонотонні функціонали. Лема про місцезнаходження розв'язку для квазімонотонних функціоналів. Теорема про існування розв'язків методу Лагранжа. Приклади стабілізаторів. Завдання на СРС: Принцип нев'язки та його можливі узагальнення.
12	Визначення параметра регуляризації за нев'язкою. Перелік основних питань: Умови розв'язності рівняння нев'язки. Основні леми та теореми про існування розв'язків. Завдання на СРС: Випадок, коли параметр регуляризації визначається неоднозначно. Методи наближених знаходжень параметра регуляризації.
13	Згладжуючі функціонали. Властивості методу Лагранжа. Перелік основних питань: Формалізований підхід у методі Лагранжа. Означення згладжуючого функціонала. Теореми про існування мінімізуючих елементів.
14	Некоректні задачі для систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Перелік основних питань: Поняття нормального розв'язку. Ілюстрація некоректності. Знаходження нормального розв'язку при неточно заданій правій частині. Знаходження розв'язку методом Лагранжа.
15	Наближене знаходження нормального розв'язку у випадку неточно заданих правої частини та матриці. Перелік основних питань: Мінімізація згладжуючого функціоналу. Теореми про існування нормальних розв'язків. Варіаційний принцип знаходження нормального розв'язку. Завдання на СРС: Алгоритми знаходження нормальних розв'язків СЛАУ для різних випадків.
16	Квазіоптимальне значення параметра регуляризації. Перелік основних питань: Визначення квазіоптимального параметра регуляризації. Ослаблена та глобальна форми. Основні теореми про властивості. Завдання на СРС: Узагальнений принцип нев'язки.
17	Некоректно поставлені екстремальні задачі. Перелік основних питань: Поширення поняття про некоректність. Стабілізатор. Нормальний розв'язок екстремальної задачі. Теореми про існування нормальних розв'язків.
18	Регуляризація екстремальних задач. Перелік основних питань: Леми про регуляризацію. Регуляризація методом згладжуючого функціоналу. Регуляризація при неточно заданому функціоналі. Метод регуляризації за нев'язкою. Завдання на СРС: Застосування методу Тихонова у задачах мінімізації. Евристичний підхід до застосування методу регуляризації в екстремальних задачах.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять націлені на те, щоб навчити на прикладах, взятих із реальних умов, як використовувати придбані знання при розв'язуванні спеціальних екстремальних задач.

№ з/п	Назва теми заняття
1	Задачі на екстремум
2	Розв'язування екстремальних задач на основі принципу Лагранжа.

3	Обчислювальні методи одновимірної оптимізації.
4	Оптимізація з обмеженнями. Прямі методи.
5	Градієнтні методи мінімізації.
6	Моделювання лінійних стаціонарних систем.
7	Обчислювальні експерименти по моделюванню систем.
8	Ідентифікація систем методом мінімізації похибок передбачення.
9	Ідентифікація лінійних систем методами, які базуються на теорії реалізацій Калмана і Хо.

6. Самостійна робота студента

№ з/п	Назви тем і питань, що виноситься на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Вид СРС, кількість годин
1	**Розділ 1 Теоретичні основи математичного програмування** Тема 1. Вступ у математичне програмування Перелік основних питань: Теореми про опорні гіперплощини та їх доведення. Теореми про властивості опуклих і компактних множин. Екстремальні властивості опуклих функцій на опуклих множинах. Теореми про умови існування стаціонарних точок. Теореми про можливі напрямки.	Підготовка до аудиторних занять Розв'язування задач 6
2	**Розділ 1 Теоретичні основи математичного програмування** Тема 3. Основи опуклого програмування Перелік основних питань: Теореми Куна-Таккера для різних випадків. Двоїстість задач математичного програмування на основі методу Лагранжа.	Підготовка до контрольної роботи Розв'язування задач 6
3	**Розділ 1 Теоретичні основи математичного програмування** Тема 4. Нелінійне програмування Перелік основних питань: Порівняльний аналіз з іншими підходами. Зв'язок методу штрафу з іншими методами. Теореми про наближений розв'язок. Теореми про швидкість збіжності методу штрафних функцій. Застосування цих теорем у чисельних методах.	Підготовка до контрольної роботи Розв'язування задач 6
4	**Розділ 2 Некоректно поставлені математичні задачі** Тема 2. Метод підбору розв'язків. Інші спеціальні методи вирішення некоректних задач Перелік основних питань: Теорема Арцела. Схема методу підбору розв'язків. Приклади розв'язування задач методом підбору. Знаходження квазірозв'язку у вигляді ряду за власними елементами. Рівняння Ейлера. Перша варіація для операторного рівняння. Алгоритми методів заміни рівняння та квазіобернення. Поняття про модуль неперервності. Алгоритми методів заміни рівняння та квазіобернення. Поняття про модуль неперервності.	Підготовка до аудиторних занять Розв'язування задач 12
5	**Розділ 2 Некоректно поставлені математичні задачі** Тема 3. Метод регуляризації Перелік основних питань: Варіаційний принцип відбору стійких розв'язків. Леми про існування мінімізуючого елементу. Модифікації стабілізуючих функціоналів. Принцип нев'язки та його можливі	Підготовка до контрольної роботи

	узагальнення. Випадок, коли параметр регуляризації визначається неоднозначно. Методи наближених знаходжень параметра регуляризації.	15
6	**Розділ 3 Некоректні екстремальні задачі.** Тема 2. Регуляризація екстремальних задач Перелік основних питань: Застосування методу Тихонова у задачах мінімізації. Евристичний підхід застосування методу регуляризації в екстремальних задачах. Гладкі екстремальні задачі. Деякі класичні задачі варіаційного числення. Властивості та особливості, які виникають при розв'язуванні задач принципом Лагранжа. Гладкі екстремальні задачі. Деякі класичні задачі варіаційного числення. Методи оптимізації, які використовують поняття двоїстості. Порівняльний аналіз алгоритмів.	Підготовка до контрольної роботи Розв'язування задач 15
7	**Розділ 4 Математичне моделювання та ідентифікація складних систем** Тема 3 Ідентифікація лінійних стаціонарних систем Перелік основних питань: Ідентифікація систем методом мінімізації похибок передбачення. Рівняння Ейлера. Перша варіація для операторного рівняння. Ідентифікація лінійних систем методами, які базуються на теорії реалізацій Калмана і Хо. Вибір регуляризованих розв'язків. Дослідження стійкості отриманих розв'язків задач ідентифікації	Підготовка до аудиторних занять Розв'язування задач 20
8	**Підготовка до екзамену**	16

Політика та контроль

7. Політика освітнього компонента

Академічна доброчесність та норми етичної поведінки. Політика та принципи академічної доброчесності визначені у
розділах 2 і 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: https://kpi.ua/code.
Інклюзивне навчання. Засвоєння знань та умінь в ході вивчення дисципліни може бути доступним для більшості осіб з особливими освітніми
потребами, окрім здобувачів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, МКР, практичні завдання. Активність на практичних заняттях оцінюється додатковими балами (1-3), які враховуються при визначенні підсумкової оцінки.

Мета МКР – перевірити отримані студентами знання та уміння застосовувати ці знання до вирішення різноманітних прикладних задач, у тому числі до некоректно поставлених. Всі етапи МКР письмові, в яких студенти обґрунтовують теоретичні положення, наводять доведення лем і теорем та ілюструють теоретичні результати прикладами.

Семестровий рейтинг з дисципліни «Математичне програмування у складних системах»

складається з рейтингових балів і не перевищує 100. В семестрі студент може набрати 65 балів, відповідно на екзамені – 35 балів.

Рейтингова система оцінювання

№	Контрольний захід	Бали
1	Практичне завдання «МРС в в багатозв'язній багатовимірній системі з описом в просторі станів»	10
2	Практичне завдання «Моделювання складних систем. Формування даних для ідентифікації»	10
3	Практичне завдання «Дискретизація моделі. Аналіз даних. Формування матриці Ганкеля та дослідження її властивостей»	10
4	Практичне завдання «Ідентифікація систем за даними, що згенеровані в обчислювальних експериментах»	10
5	Експрес-контроль по всіх темах дисципліни	5
6	Модульна контрольна робота ч.1 «Елементи опуклого аналізу та екстремальні властивості функцій на опуклих множинах»	5
7	Модульна контрольна робота ч.2 «Основи математичного програмування. Опукле програмування. Нелінійне програмування»	5
8	Модульна контрольна робота ч.3 «Спеціальні методи розвязування некоректних задач. Метод регуляризації Тихонова та його застосування»	5
9	Модульна контрольна робота ч.4 «Регуляризація некоректних екстремальних задач та основні методи їх розв'язування»	5

Календарний контроль здійснюється двічі. Перший по розділу 1 «Теоретичні основи математичного програмування у складних системах»; другий по розділах 2 «Некоректно поставлені математичні задачі» та 3 «Некоректні екстремальні задачі».

Семестровий контроль: екзамен. На екзамені студент повинен дати змістовні відповіді на запитання по матеріалу, викладеному у лекціях, а також розглянутих на практичних заняттях. Критерії екзаменаційного оцінювання:
вичерпні відповіді на всі питання залікового білету, а також на додаткові питання, чітке визначення всіх понять – 31-35 балів;
в деяких відповідях мають місце певні неточності – 25-30 балів;
допускаються окремі помилки, але їх можливо виправити з допомогою викладача, має місце знання основних понять – 21-24 бали;
припускаються суттєві помилки, нерозуміння основних понять – 0 балів.

Умови допуску до семестрового контролю:

- поточний рейтинг за семестр складає не нижче 45 балів;
- при цьому виконані всі практичні завдання та МКР

Відповідно до сумарної кількості рейтингових балів, що набрані в семестрі та на екзамені, студент отримує оцінку згідно з таблицею.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	*Оцінка*
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором, д.т.н., чл.-кор. НАН України Губаревим Вячеславом Федоровичем

Ухвалено кафедрою математичних методів системного аналізу (протокол № 13 від 05.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)