



МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>124 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна (ПО 24)</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредитів ЄКТС 120 годин (36 години – лекції, 18 годин – практичні, 66 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: доктор фіз.-мат. наук, професор Самойленко Ігор Валерійович Практичні: доктор фіз.-мат. наук, професор Самойленко Ігор Валерійович <i>isamoil@i.ua</i>
Розміщення курсу	Google classroom: https://classroom.google.com/c/Njk1NDA0Nzk3Nzkw?cjc=giv6x3m

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вона включає:

–основні факти, пов'язані з граничними теоремами теорії ймовірностей (нерівність Чебишова, види збіжностей випадкових величин та зв'язки між ними, закон великих чисел, центральна гранична теорема, теорема Фішера тощо), що необхідні для вивчення математичної статистики;

–основні означення математичної статистики та методи первинної обробки статистичної інформації (генеральна сукупність, вибірка, варіаційний ряд, квантілі, емпірична функція розподілу, полігон частот, гістограма тощо);

–вивчення основних розподілів математичної статистики: розподіл χ^2 , t-розподіл Стьюдента, розподіл Вейбула тощо);

–теорію статистичних оцінок (статистика, точкова оцінка, (асимптотична) незміщеність, консистентність, ефективність, метод моментів, метод максимальної вірогідності, (асимптотичні) довірчі інтервали, властивості гауссівських вибірок);

–елементи регресійного аналізу, метод найменших квадратів та його математичне обґрунтування. Властивості оцінок параметрів лінійної регресійної моделі.

–методи перевірки статистичних гіпотез (статистична гіпотеза, статистичний критерій, помилки першого та другого роду, критерій згоди χ^2 , лема Неймана-Пірсона, критерії перевірки гіпотез для гауссівських генеральних сукупностей та для схем Бернуллі);

У процесі навчання студент має оволодіти такими компетентностями: ЗК 1 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях; ЗК 4 Здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності; ФК 3 Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів; ФК 4 Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, відокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежність між ними; ФК 10 Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них.

По завершенню курсу здобувач має набуті наступні програмні результати навчання: ПР03 Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів та використовувати їх для розв'язання прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів; ПР06 Знати та вміти застосовувати основні методи постановки та вирішення задач системного аналізу в умовах невизначеності цілей, зовнішніх умов і конфліктів; ПР14 Розуміти і застосовувати на практиці методи статичного моделювання і прогнозування, оцінювати вихідні дані; ПР16 Розуміти і реалізовувати свої права і обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності вільного демократичного суспільства, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Математична статистика» є продовженням дисципліни «Теорія ймовірностей», передуює і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Теорія прийняття рішень», «Основи системного аналізу».

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. Граничні теореми теорії ймовірностей.

Тема 1.1. Види збіжностей випадкових величин.

Вводяться основні види збіжностей послідовностей випадкових величин — збіжність майже напевно, збіжність в середньому квадратичному, збіжність в середньому, збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Розглядаються деякі зв'язки між цими видами. Крім того, тут встановлюється нерівність Чебишова, а також деякі споріднені нервності.

Тема 1.2. Закони великих чисел та їх застосування.

Розглядаються закони великих чисел для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Наводяться застосування цих законів до схеми Бернуллі.

Тема 1.3. Центральна гранична теорема та її застосування.

Розглядаються центральні граничні теореми для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Встановлюються основні граничні теореми в схемі Бернуллі (інтегральна та локальна теорема Муавра-Лапласа і теорема Пуассона).

РОЗДІЛ 2. Функції від випадкових величин та векторів.

Тема 2.1. Розподіли функцій від випадкових величин та векторів. Розглядаються методи знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин та випадкових векторів. В неперервному багатовимірному випадку наводиться як загальний алгоритм знаходження щільності розподілу довільної функції від випадкового вектора, так і конкретні співвідношення для щільностей суми, різниці, добутку, частки, максимуму та мінімуму випадкових величин.

Тема 2.2. Числові характеристики функцій від випадкових величин та векторів. Розглядаються

методи знаходження моментних характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках. Крім того, вводиться низка розподілів, необхідних надалі в курсі математичної статистики — Γ -розподіл, розподіл Ерланга, розподіл χ^2 , t -розподіл Стьюдента тощо.

РОЗДІЛ 3. Елементи теорії статистичних оцінок.

Тема 3.1. Первинна обробка статистичних даних.

Наводяться основні означення математичної статистики та методи первинної обробки статистичної інформації (генеральна сукупність, вибірка, варіаційний ряд, інтервальный варіаційний ряд, емпірична функція розподілу, полігон частот, гістограма тощо).

Тема 3.2. Статистичні оцінки.

Розглядаються основні методи побудови точкових оцінок невідомих параметрів розподілу генеральної сукупності — метод моментів та метод максимальної вірогідності. Наводяться властивості точкових оцінок — (асимптотична) незміщеність, конзистентність, та ефективність, а також обговорюються способи перевірки цих властивостей.

Тема 3.3. Довірчі інтервали та методи їх побудови.

Вводиться поняття довірчого інтервалу для невідомого параметру розподілу генеральної сукупності. Розглядаються властивості гауссівських вибірок, і на основі цього встановлюється вигляд довірчих інтервалів для параметрів гауссівської генеральної сукупності. Наводиться загальний алгоритм побудови асимптотичних довірчих інтервалів для параметрів довільної генеральної сукупності, а також приклади його застосування.

РОЗДІЛ 4. Елементи регресійного аналізу та методи перевірки статистичних гіпотез.

Тема 4.1. Елементи регресійного аналізу.

Розглядається метод найменших квадратів та його математичне обґрунтування. Наводяться властивості оцінок параметрів лінійної регресійної моделі.

Тема 4.2. Перевірка статистичних гіпотез.

Вводяться поняття статистичної гіпотези, критерію, помилок першого та другого роду, рівня значущості та потужності критерію тощо. Наводиться критерій згоди χ^2 та обговорюються особливості його застосування. Встановлюється лема Неймана-Пірсона для побудови найпотужнішого критерію у випадку простих основної та альтернативної гіпотез. Розглядаються критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей та схем Бернуллі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. Бондаренко В.Г., Каніовська І.Ю., Парамонова С.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Частина 1. – К. НТУУ „КПІ”, 2006. – 126 с.
2. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. – К: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. – 366 с.
3. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика. – К: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 494 с.
4. Клесов О.І. Вибрані питання теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. / О.І. Клесов. – Київ: "ТВіМС", 2010. – 248 с.
5. Пилипенко А.Ю. Математична статистика. – Електронний навчальний посібник: https://drive.google.com/file/d/1oeYy7g7aY-C4fzreTrG1BMZo2v9V-kzC/view?usp=drive_link

Додаткова:

6. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I, 3rd edition/ W. Feller. – Wiley, 1968. – 509.

7. Grimmett G. *One Thousand Exercises in Probability.* / G. Grimmett, D. Stirzaker. – Oxford University Press, 2001. – 448 p.
8. Kelbert M.Ya. *Probability and Statistics by example. Vol. II: A Primer in Random Processes and their Applications* / M.Ya. Kelbert, Yu.M. Sukhov. -- Cambridge University Press, 2008. – 504 с.
9. Дороговцев А.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. *Теорія ймовірностей. Збірник задач.* – К: Вища школа, 1976. – 384 с.
10. Турчин В.М. *Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник.* – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2006. – 476 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни

У випадку онлайн навчання, заняття проводяться на платформі Zoom, запис викладається на гугл-диск, у гугл-класі студенти отримують щотижневі завдання з детальними інструкціями та необхідним матеріалом, які необхідно вчасно виконувати.

На лекціях розглядаються наступні теми:

Лекція 1. Повторення основних понять курсу теорії ймовірностей. Види збіжності. Нерівність Чебишова та її наслідки.

Вводяться основні види збіжностей послідовностей випадкових величин — збіжність майже напевно, збіжність в середньому квадратичному, збіжність в середньому, збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Розглядаються деякі зв'язки між цими видами. Встановлюється нерівність Чебишова, а також деякі споріднені нерівності.

Лекція 2. Закон великих чисел.

Розглядаються закони великих чисел для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Наводяться застосування цих законів до схеми Бернуллі.

Практичне заняття 1 за матеріалом Лекцій 1,2.

Лекція 3. Центральна гранична теорема.

Розглядаються центральні граничні теореми для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Встановлюються основні граничні теореми в схемі Бернуллі (інтегральна та локальна теорема Муавра-Лапласа і теорема Пуассона).

Лекція 4. Розподіли функцій від випадкових величин. Числові характеристики функцій від випадкових величин.

Розглядаються методи знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин. Розглядаються методи знаходження моментних характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках. Крім того, тут вводиться низка розподілів, необхідних надалі в курсі математичної статистики — Γ -розподіл, розподіл Ерланга, розподіл χ^2 , t -розподіл Стьюдента тощо.

Практичне заняття 2 за матеріалом Лекцій 3,4.

Лекція 5. Первинна обробка статистичних даних.

Проведення первинної обробки статистичної інформації (побудова варіаційних рядів, емпіричних функцій розподілу, полігонів частот, гістограм тощо).

Лекція 6. Точкові оцінки невідомих параметрів.

Вводиться поняття точкових оцінок невідомих параметрів розподілів генеральних сукупностей. Обговорюється вимога незміщеності та конзистентності точкової оцінки. Наводяться приклади незміщені та конзистентні точкові оцінки математичного сподівання та дисперсії.

Практичне заняття 3 за матеріалом Лекцій 5,6.

Лекція 7. Методи побудови точкових оцінок невідомих параметрів.

Розглядаються основні методи побудови точкових оцінок невідомих параметрів розподілу генеральної сукупності — метод моментів та метод максимальної вірогідності.

Лекція 8. Гаусові випадкові величини та вектори.

Розглядаються властивості гаусових випадкових величин та векторів, їх лінійних комбінацій. Обоворюються наслідки з Центральної граничної теореми.

Практичне заняття 4 за матеріалом Лекцій 7,8.

Лекція 9. Довірчі інтервали: центральна статистика, гаусові вибірки.

Вводиться поняття довірчого інтервалу для невідомого параметру розподілу генеральної сукупності, довірчої ймовірності. Розглядаються види довірчих інтервалів, властивості гауссівських вибірок.

Лекція 10. Довірчі інтервали для гаусових вибірок. Асимптотичні довірчі інтервали.

Встановлюється вигляд довірчих інтервалів для параметрів гауссівської генеральної сукупності. Розглядається поняття асимптотичного довірчого інтервалу та методи їх побудови.

Практичне заняття 5 за матеріалом Лекцій 9,10.

Лекція 11. Асимптотичні довірчі інтервали. Асимптотична нормальність ОМВ та вибірових квантилей.

Наводиться загальний алгоритм побудови асимптотичних довірчих інтервалів для параметрів довільної генеральної сукупності, а також приклади його застосування, зокрема з використанням ОМВ та вибірових квантилей.

Лекція 12. Узагальнення розглянутих методів побудови довірчих інтервалів.

Проводиться класифікація та узагальнення методів побудови довірчих та асимптотичних довірчих інтервалів.

Практичне заняття 6 за матеріалом Лекцій 11,12.

Лекція 13. Елементи регресійного аналізу.

Розглядається метод найменших квадратів та його математичне обґрунтування. Наводяться властивості оцінок параметрів лінійної регресійної моделі.

Лекція 14. Перевірка статистичних гіпотез. Лема Неймана-Пірсона.

Вводяться поняття статистичної гіпотези, критерію, помилок першого та другого роду, рівня значущості та потужності критерію тощо. Встановлюється лема Неймана-Пірсона для побудови найпотужнішого критерію у випадку простих основної та альтернативної гіпотез.

Практичне заняття 7 за матеріалом Лекцій 13,14.

Лекція 15. Перевірка статистичних гіпотез: гаусові моделі.

Розглядаються критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей та схем Бернуллі.

Лекція 16. Перевірка статистичних гіпотез: застосування граничних теорем.

Розглядаються критерії перевірки гіпотез із застосуванням граничних теорем. Наводяться модельні приклади.

Практичне заняття 8 за матеріалом Лекцій 15,16.

Лекція 17. Перевірка статистичних гіпотез: критерії згоди.

Наводиться критерій згоди χ^2 та Колмогорова і обговорюються особливості його застосування.

Лекція 18. Узагальнення та систематизація матеріалу.

Розглядаються всі вивчені раніше моделі та методи з метою їх систематизації, порівняння та фіксації варіантів застосування.

Практичне заняття 9 за матеріалом Лекцій 17,18.

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота здобувача складається з виконання домашніх завдань та підготовки до практичних занять. Методичні рекомендації до виконання домашніх завдань, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку та зазначає у гугл-класі. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у тижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали. Також викладачі, які ведуть практичні заняття, проводять усні опитування по теоретичному матеріалу та виставляють рейтингові бали.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Здобувачі вищої освіти не мають право пропускати лекційні та практичні заняття без поважних причин. На кожному практичному занятті повинні активно залучатися до розв'язання практичних задач. Захист розрахункової роботи повинен виявити наскільки здобувач може не тільки абстрактно та логічно мислити, а й аналізувати результат. Усі роботи студенти мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Дедлайни кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>. Лектор може запропонувати студентам пройти запропоновані ним онлайн-курси на платформі Coursera. Також сертифікати цих курсів можуть бути частково зараховані згідно до Положення.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: залік

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

Робота на практичних заняттях та домашні завдання (ПЗ та ДЗ)	20 балів
Модульна контрольна робота, розбивається на дві контрольні:	
КР-1	30 балів
КР-2	50 балів

Після оцінювання результатів викладач підсумовує бали за роботу на практичних заняттях та виконані МКР, зводить до рейтингової оцінки (оцінювання результатів навчання здійснюється за 100-бальною шкалою) та переводить до оцінок за університетською шкалою (Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою).

Умовою атестації є поточний рейтинг не менше 50% запланованих балів.

МКР може бути замінена сертифікатами запропонованих лектором онлайн-курсів. Лектор може зарахувати не більше 10 додаткових балів студентам за призове місце на студенській олімпіаді з математики тощо.

Критерії нарахування балів за контрольні заходи:

~ "відмінно": 95 -100% - здобувач виявив всебічні, систематичні та глибокі знання навчального матеріалу з дисципліни; продемонстрував уміння вільно виконувати всі завдання, передбачені програмою; засвоїв основну та додаткову літературу; проявив творчі здібності в розумінні, в логічному, чіткому, стислому та ясному трактуванні

навчального матеріалу; засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни, їх значення для подальшої професійної діяльності

~ "дуже добре": 85-94% - здобувач виявив систематичні знання навчального матеріалу з дисципліни вище середнього рівня; продемонстрував уміння добре виконувати всі завдання, передбачені програмою, допустивши незначні помилки; засвоїв основну та додаткову літературу; засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни, їх значення для подальшої професійної діяльності

~ "добре": 75-84% - здобувач виявив загалом добрі знання навчального матеріалу при виконанні передбачених програмою завдань, але припустив ряд помітних помилок; засвоїв основну літературу; показав систематичний характер знань з дисципліни; здатний до їх самостійного використання та поповнення в процесі подальшої навчальної роботи і професійної діяльності

~ "задовільно": 65-74% - здобувач виявив знання основного навчального матеріалу з дисципліни в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої професійної діяльності; ознайомився з основною літературою; впорався з виконанням завдань, передбачених програмою, але припустив значну кількість помилок або недоліків на запитання при співбесіді, тестуванні та при виконанні завдань тощо, принципів з яких може усунути самостійно

~ "достатньо": 60-64% - здобувач виявив знання основного навчального матеріалу з дисципліни в мінімальному обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої професійної діяльності; ; ознайомився з основною літературою; в основному виконав завдання, передбачені програмою, але припустив помилки у відповіді на запитання при співбесідах, тестуванні та при виконанні завдань тощо, які він може усунути лише під керівництвом та за допомогою викладача

~ "незадовільно": 30-54% - здобувач мав значні прогалини в знаннях основного навчального матеріалу; допускав принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань, але спроможний самостійно доопрацювати програмний матеріал і підготуватися для перездачі дисципліни

~ "незадовільно": 0-29% - здобувач не мав знань зі значної частини навчального матеріалу з дисципліни; допускав принципові помилки при виконанні більшості передбачених програмою завдань або не виконував ці завдання

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Бали: практичні заняття + МКР + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Теоретичні питання для підготовки до опитувань:

1. Розподіл «хі-квадрат». Приклади його застосування в математичній статистиці.
2. Розподіл Стюдента. Приклади його застосування в математичній статистиці.
3. Нерівності Чебишева та Маркова. Приклади їх застосування.
4. Послідовності випадкових величин, види збіжностей таких послідовностей та зв'язок між ними.
5. Сутність закону великих чисел.
6. Закон великих чисел у схемі Бернуллі.

7. Сутність центральної граничної теореми. Класична ЦГТ.
8. Центральна гранична теорема в схемі Бернуллі (локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа).
9. Вибірка, способи її запису, закон розподілу вибірки. Графічне представлення вибірки. Емпірична функція розподілу, її зв'язок з функцією розподілу.
10. Емпіричні характеристики генеральної сукупності. Закони розподілів емпіричних характеристик генеральної сукупності
11. Вимоги, що висуваються до точкових оцінок параметрів розподілу.
12. Незміщені точкові оцінки параметрів розподілу. Приклади незміщених оцінок математичного сподівання та дисперсії.
13. Конзистентні точкові оцінки параметрів розподілу. Приклади конзистентних оцінок математичного сподівання та дисперсії.
14. Функція правдоподібності. Метод максимальної правдоподібності знаходження оцінок параметрів розподілу.
15. Метод моментів знаходження оцінок параметрів розподілу.
16. Побудова довірчого інтервалу для математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.
17. Побудова довірчого інтервалу для дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.
18. Статистичні гіпотези: основні поняття. Помилки першого та другого роду. Методика перевірки статистичних гіпотез.
19. Критерій χ (Пірсона) про вигляд розподілу (параметричний та непараметричний 2 випадок). Критерій Колмогорова про вигляд розподілу.
20. Перевірка гіпотези про значення математичного сподівання та дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доктор фіз.-мат. наук, професор, Самойленко Ігор Валерійович

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 13 від 05.06.2024)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол №10 від 24.06.2024)