



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. Частина 1.

Диференціальне числення функцій дійсної змінної

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Програма навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F4 Системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна (ПО 1.1)</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Чапівський Юрій Аркадійович, yu.a.chapovsky@gmail.com Практичні: к.ф.-м.н., доцент, Попова Наталія Дмитріївна, popova.natalia@lil.kpi.ua , к.ф.-м.н., доцент, Мальцев Антон Юрійович, maltsev.anton@lil.kpi.ua
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових **компетентностей**: ЗК 1 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях. ЗК 2 Здатність планувати і управляти часом. ЗК 3 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу. ЗК 9 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації. ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт. ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Внаслідок вивчення курсу студент повинен бути здатний продемонструвати такий **програмний результат навчання ОПП**: ПРН 02 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів

інформатизації.

У кінці вивчення курсу студент повинен **знати**: вступ до математичного аналізу (множини на прямій,

послідовності та їхні границі, функції та їхні границі, неперервність, властивості неперервних функцій); диференціальне числення функцій однієї змінної (диференційовність та похідна, властивості диференціала та похідно першого і вищих порядків, формула Тейлора та її застосування до наближених обчислень, дослідження на екстремум);

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передуює і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Фізика» (ПО 5), «Основи системного аналізу» (ПО 10), «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика» (ПО 2), «Обчислювальна математика» (ПО 21), «Дослідження операцій» (ПО 25).

Вивчення курсу ґрунтується на широкому використанні основних розділів дисциплін: Алгебра та аналітична геометрія (ПО 3) та "Дискретна математика" (ПО 4).

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Вступ до аналізу

Операції над множинами. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Математична індукція. Дійсні числа. Аксиоматика числової осі. Верхні та нижні межі числової множини. Злічені множини. Незліченність множини дійсних чисел. Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра.

Розділ 2. Числові послідовності

Топологія прямої. Теорема Больцано-Вейєрштраса. Лема Бореля. Границя числової послідовності. Монотонні послідовності. Нескінченно малі послідовності. Часткові границі. Критерій Коші.

Розділ 3. Границя функції однієї змінної. Неперервність.

Границя функції в точці та на нескінченності. Однобічні границі. Нескінченно малі та їх порівняння. Властивості границь. Перша чудова границя. Неперервні функції. Локальні властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Точки розриву. Неперервність елементарних функцій. Чудові границі та їх використання. Властивості неперервних функцій на замкнутому відрізку.

Розділ 4. Диференційне числення функцій однієї дійсної змінної

Диференціал та похідна функції однієї дійсної змінної. Похідна складеної та оберненої функції. Інваріантність форми першого диференціала. Таблиця похідних. Диференціювання функцій, що визначені параметрично. Логарифмічне диференціювання. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца та її застосування. Вищі похідні функцій, що визначені параметрично. Екстремуми функцій. Лема Ферма. Теорема Ролля, формули Лагранжа і Коші. Формула Тейлора. Формула Тейлора для основних функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування. Критерії опуклості диференційованих функцій. Асимптоти графіка функції. Схема дослідження функції та побудова графіків. Правила Лопіталя та їх застосування.

Розділ 5. Векторно-значні функції дійсної змінної.

Топологія простору $\mathbb{R}^n$. Відкриті та замкнені множини. Основні принципи аналізу в $\mathbb{R}^n$. Границя та неперервність векторно-значних функцій. Диференціальне числення векторно-значних функцій. Похідні функцій, що задані параметрично.

4 Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. В. Г. Бондаренко, Г. Б. Подколзін МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЧАСТИНА 1

Диференціальне та інтегральне числення функцій дійсної змінної, диференціальне числення функцій векторної змінної

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/66947>

2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1: підручник. К: Либідь, 1993. 320 с

3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2: підручник. К: Либідь, 1994. 304 с

4. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. У 2-х частинах. Частина 1: підручник. Київ : Вища школа, 1992. - 595 с

4. Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної

М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко,

Т. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет",

2005. – 257 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf>

6. Математичний аналіз 1. Диференціальне числення функцій дійсної змінної. Збірник задач для розрахункових робіт. [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.В. Богданський, В.Г. Бондаренко, А.Ю. Мальцев, Г.Б. Подколзін. – Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 59 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31653>

Допоміжна:

1. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г., Кривошеева Г.М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. 2-е вид. доп. і доопр. – К.: Кондор, 2006. – 460 с

Навчальний контент

5 Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Операції над множинами—об'єднання, перетин, різниця, добуток. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Графік абстрактної функції.
2	Дійсні числа. Верхня та нижні грані числової множини. Математична індукція, приклади. Аксиоматика дійсних чисел.
3	Віжливі нерівності. Біном Ньютона.
4	Околиці, граничні точки множини. Границя та узагальнена границя числової послідовності. Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності. Важливі границі.

5	Єдиність границі. Обмеженість збіжної послідовності.. Арифметичні властивості границь. Перехід до границі в нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштраса. Число e .
6	Теорема Коші-Кантора. Граничні точки множини. Теорема Больцано-Вейєрштраса. Підпослідовності. Часткові границі послідовності. Верхня та нижня границі. Критерій Коші.
7	Границя функції в точці та на нескінченності. Перехід до границі в нерівностях. Перша чудова границя. Границя монотонної функції. Нескінченно малі функції. Арифметичні властивості границь. Приклади.
8	Неперервні функції. Арифметичні властивості неперервних функцій. Теорема Больцано-Коші. Теорема Вейєрштраса.
9	Існування і неперервність оберненої функції. Приклади. Експоненційна та логарифмічна функції. Степенева функція. Гіперболічні функції. Неперервність елементарних функцій.
10	Друга чудова границя та наслідки. Приклади. Порівняння функцій в околі точки. Еквівалентність функцій в точці.
11	Однобічні границі. Розриви функції. Похідна: означення, геометричний зміст. Диференціал: означення, геометричний зміст.
12	Неперервність диференційованих функцій. Арифметичні властивості похідних. Похідна композиції. Приклади. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна оберненої функції. Таблиця похідних. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.
13	Монотонність диференційованої функції. Точки зростання, спадання, локального екстремуму. Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца.
14	Диференціали вищих порядків. Опуклість функції. Опуклість диференційованої та двічі диференційованої функції. Нерівність Йенсона та її застосування.
15	Асимптоти та побудова графіків.
16	Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа та Пеано. Формула Тейлора для основних функцій. Приклади застосування.
17	Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування.
18	Правила Лопітала та їх застосування.
19	Формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. Дослідження характеру функції в точці за похідними вищого порядку.
20	Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Евклідов простір $\mathbb{R}^n$. Скалярний добуток. Норма. Збіжність послідовностей в $\mathbb{R}^n$. Арифметичні властивості збіжних послідовностей. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.
21	Відкриті та замкнені множини. Замикання множини. Границя множини. Лінійно зв'язні множини.
22	Компактні множини в $\mathbb{R}^n$.

23	Криві на площині. Похідні функції, що задана параметрично. Криві, задані в полярних координатах. Границя та неперервність векторно-значних функцій. Похідна векторно-значної функції. Криві в $\mathbb{R}^n$. Дотична до кривої в неособливій точці.
----	---

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Математична індукція, біном Ньютона. Доведення деяких нерівностей.
2	Операції, з множинами, образ, прообраз. Графік абстрактної функції. Рівняння кривої на площині.
3	Верхня та нижня межі підмножини дійсних чисел.
4	Граничні точки множини. Границя послідовності.
5	Монотонні послідовності. Число e . Нерівності для границь.
6	Підпослідовності. Верхня та нижня границі.
7	Границі функцій. Перша та друга чудові границі.
8	Границі функцій. Нескінченно малі. .
9	Границі функцій. Техніка пошуку границь.
10	Неперервні функції. Основні типи розривів.
11	Рівномірна неперервність.
12	Похідна явної функції. Техніка диференціювання.
13	Геометричний зміст похідної. Диференціал
14	Логарифмічна похідна. Техніка диференціювання.
15	Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца.
16	Застосування теореми Ролля та формул Лагранжа і Коші.
17	Зростання та спадання функції, нерівності. Локальні екстремуми. Найбільші та найменші значення функції на відрізьку.
18	Дослідження функції на опуклість.
19	Формула Тейлора.
20	Правило Лопіталя.
21	Побудова графіків функції.

22	Границя, неперервність та похідна векторно-значної функції, Дотична до кривої.
----	--

Політика та контроль

6 Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студенти на протязі семестру отримують бали за виконання модульних контрольних робіт, за виконання розрахунково-графічних робіт, за семестрову залікову роботу, або за іспит наприкінці семестру

Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

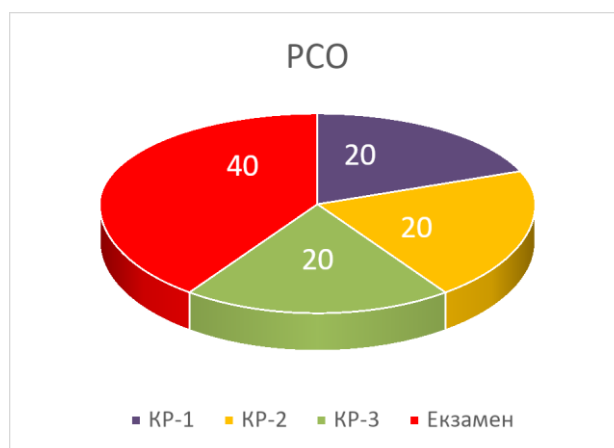
Семестровий контроль: **екзамен**

Умовою атестації є поточний рейтинг не менше 60% запланованих балів.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за¹:

КР-1 КР-2 РН-3 (МКР)	20 балів 20 балів 20 балів
Екзаменаційна робота / екзамен	40 балів



7.1. Семестровий рейтинг складається з рейтингових балів, і не перевищує $R_{\max} = 100$ балів. У семестрі здобувач може набрати 60 балів, на екзамені — 40 балів. Бали за семестр рахуються як сума набраних балів за всі контрольні заходи.

7.2. Кожний контрольний захід оцінюється у частках від одиниці G ($0 - 1$). Бали за кожну контрольну роботу нараховуються як $R = 20 \cdot G$, за екзамен як $R = 40 \cdot G$.

7.3. У разі, якщо здобувач отримав за роботу в семестрі оцінку не нижче ніж 60% від максимальної оцінки за його бажанням, висловленим в письмовій формі, його семестрова оцінка R може бути порашована за формулою $R = \min\{84, 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3\}$, де G_1 , G_2 , G_3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

¹Кожна контрольна робота може бути замінена (за наявності форс-мажорних обставин) самостійною або розрахунковою роботою. Кількість можливих балів за контрольний захід при цьому не змінюється. У разі неможливості проведення екзамену за наявності форс-мажорних обставин, бали за семестр R нараховуються за формулою $R = 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3$, де G_1 , G_2 , G_3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

7.4. Здобувач допускається до екзамену або перескладання, якщо семестрова складова його балів становить не нижче, ніж 30 балів. В іншому випадку, або за власним бажанням, здобувач може підвищувати свої бали замість складання екзамену або першого перескладання.

7.5. Рейтингова оцінка з кредитного модуля переводиться в оцінку ECTS згідно таблиці

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Бали: практичні заняття + МКР + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	<i>Відмінно</i>
94...85	<i>Дуже добре</i>
84...75	<i>Добре</i>
74...65	<i>Задовільно</i>
64...60	<i>Достатньо</i>
Менше 60	<i>Незадовільно</i>
стартовий рейтинг менше 30 балів	<i>Не допущено</i>

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено *к.ф.-м.н., доцент, Чаповський Юрій Аркадійович, к.ф.-м.н., доцент Мальцев Антон Юрійович*

Ухвалено кафедрою ММСА (*протокол №3 від 08.10.2025*)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (*протокол № 2, від 09.10.2025*)