



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-2

Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	F Інформаційні технології
Спеціальність	124 Системний аналіз
Освітня програма	Системний аналіз і управління
Статус дисципліни (код)	Нормативна (ПО 2.1)
Форма навчання	очна(денна)/дистанційна/змішана
Рік підготовки, семестр	1 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ЄКТС
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Чаповський Юрій Аркадійович, Практичні: к.ф.-м.н., доцент, Попова Наталія Дмитріївна, porova.natalia@ill.kpi.ua , к.ф.-м.н., доцент, Мальцев Антон Юрійович, maltsev.anton@ill.kpi.ua
Розміщення курсу	Googleclassroom

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових **компетентностей**: ЗК 1 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях. ЗК 2 Здатність планувати і управляти часом. ЗК 3 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу. ЗК 9 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації. ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт. ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Внаслідок вивчення курсу студент повинен бути здатний продемонструвати такий **програмний результат навчання** ОПП: ПРН 02 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів

інформатизації.

У кінці вивчення курсу студент повинен **знати**: вступ до математичного аналізу (множини на прямій, послідовності та їхні границі, функції та їхні границі, неперервність, властивості неперервних функцій); диференціальне числення функцій однієї змінної (диференційовність та похідна, властивості диференціала та похідно першого і вищих порядків, формула Тейлора та її застосування до наближених обчислень, дослідження на екстремум);

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передуює і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Фізика» (ПО 4), «Диференціальні рівняння» (ПО 5), «Теорія ймовірностей» (ПО 6), «Функціональний аналіз» (ПО 8), «Чисельні методи» (ПО 7), «Основи системного аналізу» (ПО 17), «Математична статистика» (ПО 24), «Рівняння математичної фізики» (ПО 26), «Гармонічний аналіз, Операційне числення» (ПО 21), «Теорія стійкості, Варіаційне числення» (ПО 22), «Основи фінансової математики, Прикладна фінансова математика». Вивчення курсу ґрунтується на широкому використанні основних розділів дисциплін: ПО 2 «Алгебра та геометрія» та ПО 3 «Дискретна математика».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Невизначений інтеграл функції однієї змінної.

Первісна, таблиця інтегралів. Заміна змінної, інтегрування по частинам. Інтегрування в певних класах елементарних функцій: раціональних, тригонометричних, ірраціональних, трансцендентних.

Розділ 2. Інтеграл Рімана

Означення інтегралу. Існування та властивості інтеграла Рімана.. Обчислення інтегралу. Застосування інтегралу до знаходження площі, що обмежена кривими та довжини кривої.

Розділ 3. Невласні інтеграли

Невласні інтеграли першого роду. Критерій Коші. Абсолютна та умовна збіжність. Теореми порівняння. Невласні інтеграли другого роду. Невласні інтеграли в сенсі головного значення.

Розділ 4. Функції векторної змінної

Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних. Частинні похідні вищих порядків. Умова незалежності від порядку диференціювання. Вищі диференціали. Формула Тейлора для функцій кількох змінних. Матриця Гессе. Екстремум функції кількох змінних. Теорема про неявну функцію. Теорема про обернену функцію. Умовний екстремум.

Розділ 5. Числові ряди

Збіжність, абсолютна збіжність ряду. Критерій Коші. Знакосталі ряди, ознаки збіжності Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна ознака Коші. Незнакосталі ряди, ознаки Лейбниця, Абеля, Діріхле.

Розділ 6. Функціональні ряди

Функціональні послідовності та ряди. Поточкова та рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів. Критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми функціонального ряду з неперервними членами. Теорема Діні.

Диференціювання та інтегрування функціональних послідовностей та рядів. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Формула Коші-Адамара. Властивості суми степеневого ряду. Ряди Тейлора. Розвинення в ряд Тейлора елементарних функцій. Поняття про аналітичні функції дійсного аргументу.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1: підручник. К: Либідь, 1993. 320 с
2. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. У 2-х частинах. Частина 1: підручник. Київ: Вища школа, 1992. - 595 с
3. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння: Підручник / 2-ге вид., перероб. і доп. — К.: Либідь, 2003. - 600 с.
4. Богданський Ю.В. Інтеграл в курсі математичного аналізу. (Електронний посібник) К., КПІ, 2013 — 180с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/3581>
5. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій. Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «прикладна математика» / В. Г. Бондаренко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.—124 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/52654>
6. Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної. М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко, Т. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. – 257 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf>

Допоміжна

6. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г., Кривошеева Г.М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. 2-е вид. доп. і доопр. – К.: Кондор, 2006. – 460с
7. Математичний аналіз 2: Інтегральне числення, функціональні ряди, диференціальні рівняння. Збірник задач для розрахункових робіт [Електронний ресурс]. навчальний. посібник для студентів. спеціальності 124 «Системний аналіз»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В.Г.Бондаренко, А.Ю.Мальцев, Г.Б.Подколзін.– 2020.— 56с. .<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/34406>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Первісна та невизначений інтеграл: таблиця, властивості, заміна змінної. Інтегрування частинами. Приклади.
2	Інтегрування раціональних дробів.
3	Інтегрування деяких тригонометричних функцій.
4	Інтегрування деяких ірраціональностей та трансцендентних виразів.
5	Інтеграл Рімана: означення, приклади. Інтегрування кусково сталої функції.
6	Єдиність інтегралу Рімана. Обмеженість інтегрованої функції. Верхня та нижня суми Дарбу.

7	Теорема Дарбу. Критерій інтегрованості за Ріманом. Класи інтегрованих функцій: неперервні, кусково неперервні, монотонні.
8	Властивості інтегралу Рімана: лінійність, адитивність, монотонність. Теореми про середнє. Інтеграл із змінними границями: означення, неперервність, диференційованість. Існування первісної для неперервної функції. Формула Ньютона-Лейбніца.
9	Обчислення визначеного інтегралу: формула заміни змінної, Формула інтегрування по частинам. Формула Тейлора із залишком в інтегральній формі. Застосування інтегралу Рімана: площа криволінійної трапеції, площа криволінійного сектору.
10	Довжина кривої в $\mathbb{R}^n$: означення, незалежність від параметризації. Довжина графіка функції, довжина кривої в полярній системі координат. Інтеграл на необмеженому проміжку: означення, збіжність.
11	Властивості: інтегрування по частинам, заміна змінної. Збіжність інтегралів від невід'ємної функції. Ознаки порівняння. Приклади.
12	Критерій Коші збіжності інтегралу. Абсолютна та умовна збіжності: означення, приклади. Ознака Діріхле. Інтеграл від необмеженої функції: означення, приклади. Властивості, інтегрування по частинам, заміна змінної.
13	Збіжність інтегралів від невід'ємної необмеженої функції. Ознаки порівняння. Інтеграл від довільної функції: критерій Коші. Абсолютна та умовна збіжності: означення, приклади. Головне значення: означення, приклади.
14	Числові ряди: означення, збіжність, приклади. Властивості збіжних рядів. Критерій Коші збіжності ряду. Необхідна умова збіжності. Ряди з невід'ємними членами: інтегральна ознака збіжності, ознаки порівняння.
15	Знакосталі ряди: ознаки збіжності Даламбера, Коші, Раабе. Знакозмінні ряди: ознака Лейбніца. Абсолютна, умовна збіжності. Ознака Діріхле. Перестановка членів ряду. Теорема Рімана.
16	Функції декількох змінних: границя функції за Коші і Гейне. Арифметичні властивості границь, нескінченно малі функції. Неперервність функції: означення, арифметичні властивості.
17	Векторно-значні функції кількох змінних: означення, границя, арифметичні властивості границь. Неперервність векторно-значних функцій кількох змінних: означення, властивості. Властивості неперервних функцій на компактах: обмеженість, досягнення екстремальних значень, рівномірна неперервність. Теорема про середнє значення.
18	Частинні похідні першого порядку функції кількох змінних. Диференційованість функції: означення, приклади, достатня умова. Диференціал: означення, застосування до наближених обчислень. Похідна функції кількох змінних: означення, арифметичні властивості.
19	Диференційованість векторно-значної функції: означення, критерій диференційованості. Похідна, матриця Якобі, якобіан. Похідна композиції векторно-значних функцій. Похідна складеної функції.
20	Диференціал першого порядку: арифметичні властивості, інваріантність. Похідна за напрямком: означення, приклади. Градієнт: означення, ортогональність до поверхні рівня.
21	Теореми про функцію, що задано неявно, та обернену функцію. Перетворення диференціальних виразів першого порядку.
22	Похідні вищих порядків. Достатні умови рівності змішаних похідних. Перетворення диференціальних виразів вищих порядків: рівняння Лапласа в полярній системі координат. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.
23	Локальні екстремуми: означення, необхідні умови, достатні умови.

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Обчислення невизначеного інтегралу.
2	Заміна змінної. Інтегрування по частинам.
3	Інтегрування раціональної функції.
4	Інтегрування тригонометричних функцій.
5	Інтегрування деяких ірраціональних функцій.
6	Визначений інтеграл як границя сум Рімана. Теорема про середнє.
7	Похідна від інтегралу Рімана іх змінними границями.. Формула Ньютона-Лейбніца. Обчислення визначеного інтегралу: заміна змінних, інтегрування частинами.
8	Застосування інтегралу Рімана: площа криволінійної трапеції, площа криволінійного сектору. обчислення довжин дуг.
9	Невласні інтеграли на нескінченному проміжку. Ознаки порівняння для невід'ємних функцій.
10	Абсолютна та умовна збіжності. Ознака Діріхле.
11	Інтеграл від необмеженої функції: означення. Обчислення: інтегрування по частинам, заміна змінної. Збіжність невід'ємного інтегралу від невід'ємної необмеженої функції. Ознаки порівняння.
12	Абсолютна та умовна збіжності: означення, приклади. Головне значення.
13	Числові ряди: збіжність. Необхідна умова збіжності. Ряди з невід'ємними членами: інтегральна ознака збіжності, ознаки порівняння.
14	Знакосталі ряди: ознаки збіжності Даламбера, Коші, Раабе.
15	Знакозмінні ряди: ознака Лейбніца. Абсолютна, умовна збіжності. Ознака Діріхле.
16	Функції кількох змінних: границя функції. Арифметичні властивості границь, нескінченно малі функції. Неперервність функції.
17	Властивості неперервних функцій на компактах: обмеженість, досягнення екстремальних значень, рівномірна неперервність. Теорема про середнє значення. Векторно-значні функції кількох змінних: границя, неперервність.
18	Частинні похідні першого порядку функції кількох змінних, диференційованість, диференціал.
19	Диференційованість векторно-значної функції, матриця Якобі, якобіан. Похідна композиції векторно-значних функцій. Похідна складеної функції. Похідна за напрямком, градієнт.
20	Теорема про функцію, що задано неявно, та обернену функцію. Перетворення диференціальних виразів.
21	Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків.. Формула Тейлора.
22	Локальні екстремуми.

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

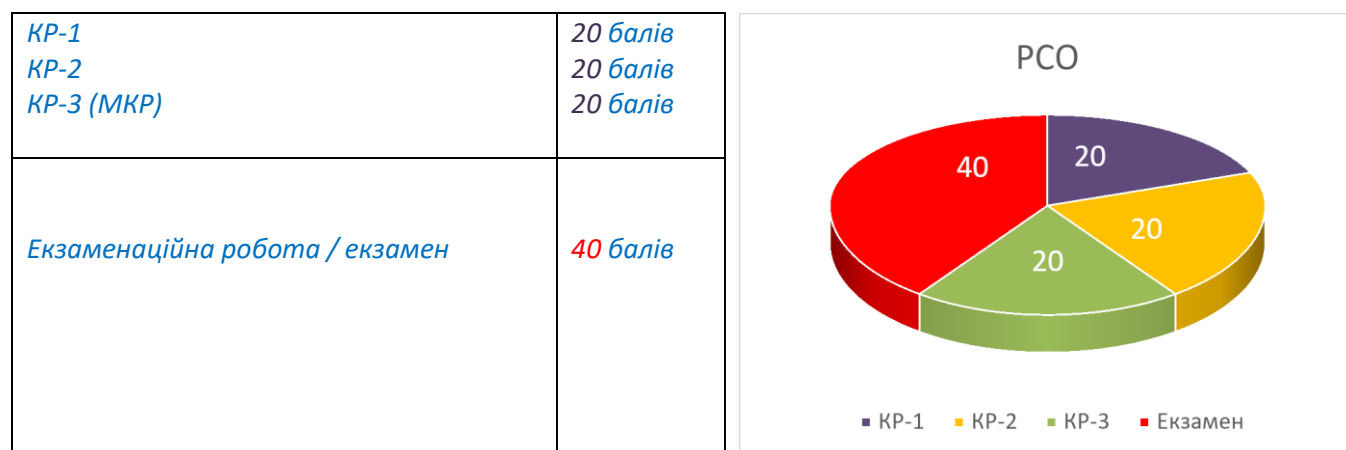
Усі роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

семестровий контроль: **екзамен**

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за¹:



7.1. Семестровий рейтинг складається з рейтингових балів, і не перевищує $R_{\max} = 100$ балів. У семестрі здобувач може набрати 60 балів, на екзамені — 40 балів. Бали за семестр рахуються як сума набраних балів за всі контрольні заходи.

7.2. Кожний контрольний захід оцінюється у частках від одиниці G ($0 - 1$). Бали за кожну контрольну роботу нараховуються як $R = 20 \cdot G$, за екзамен як $R = 40 \cdot G$.

7.3. У разі, якщо здобувач отримав за роботу в семестрі оцінку не нижче ніж 60% від максимальної оцінки за його бажанням, висловленим в письмовій формі, його семестрова оцінка R може бути порашована за формулою $R = \min\{74, 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3\}$, де G_1 , G_2 , G_3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

7.4. Здобувач допускається до екзамену або перескладання, якщо семестрова складова його балів становить не нижче, ніж 30 балів. В іншому випадку, або за власним бажанням, здобувач може підвищувати свої бали замість складання екзамену або першого перескладання.

7.5. Рейтингова оцінка з кредитного модуля переводиться в оцінку ECTS згідно таблиці

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Бали: контрольні роботи + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	F-Незадовільно
стартовий рейтинг менше 25 балів	FX-Не допущено

¹Кожна контрольна робота може бути замінена (за наявності форс-мажорних обставин) самостійною або розрахунковою роботою. Кількість можливих балів за контрольний захід при цьому не змінюється. У разі неможливості проведення екзамену за наявності форс-мажорних обставин, бали за семестр R нараховуються за формулою $R = 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3$, де G_1 , G_2 , G_3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено *к.ф.-м.н., доцентом, Чаповським Юрієм Аркадійовичем, к.ф.-м.н., доцентом Мальцевим Антоном Юрійовичем*

Ухвалено кафедрою ММСА (*протокол №3 від 08.10.2025*)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (*протокол № 2 від 09.10.2025*)