

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою Інституту
прикладного системного аналізу
Протокол № 2 від 24.02.2020 р.

Заступник голови Вченої ради
Віктор РОМАНЕНКО

ПРОГРАМА

додакового випробування

для вступу на освітні програми підготовки магістра
«Інтелектуальні сервіс-орієнтовані розподілені обчислювання»,
«Системи і методи штучного інтелекту»
за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки

Програму рекомендовано кафедрами
системного проектування
Протокол № 5 від 19.02.2020 р.
В. о. завідувача кафедри

Анатолій ПЕТРЕНКО

математичних методів системного аналізу
Протокол № 6 від 12.02.2020 р.
В. о. завідувача кафедри

Оксана Тимощук

ВСТУП

Програма додаткового випробування для вступу на навчання за освітньо-професійними та освітньо-науковими програмами підготовки магістра «Інтелектуальні сервіс-орієнтовані розподілені обчислювання» та «Системи і методи штучного інтелекту» за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки (далі — Програма) призначена для отримання досвіду самостійної роботи абітурієнта з підготовки до екзамену.

Мета додаткового вступного випробування — виявити достатність рівня знань вступника в галузі обраної для вступу освітньої програми.

Програма ґрунтується на узагальнених питаннях навчальних дисциплін загального циклу базової підготовки бакалавра навчального плану спеціальності 122 Комп'ютерні науки, що увиразнюють професійно-практичну суть підготовки фахівця. Це є такі дисципліни:

- 1. «Чисельні методи»;**
- 2. «Дослідження операцій».**

Додаткове випробування проводиться дві академічні години без перерви (90 хвилин) у спосіб «одержання екзаменаційного білету — повернення письмової роботи». Метою на екзамені є розв'язання завдань екзаменаційного білету. Екзаменаційний білет містить два завдання. Диференціації робочого часу, відведеного на виконання кожного завдання, немає. Фіксується час початку і закінчення роботи.

ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ, ЩО ВІНОСИТЬСЯ НА ДОДАТКОВЕ ВИПРОБУВАННЯ

1. Навчальна дисципліна «Чисельні методи»

[Студенти демонструють знання чисельних методів розв'язання реальних задач, які часто описуються довільними нелінійними диференціально-алгебраїчними рівняннями великої розмірності. Освоївши такі методи, майбутній фахівець набуває здібностей до системного аналізу через математичне моделювання складних задач сучасної науки і техніки. Вивчення чисельних методів стимулює переосмислення і більш глибоке розуміння математики в цілому, а також прикладному сенсі, оскільки алгоритми чисельних методів часто прямо ілюструють такі поняття, як збіжність, границя, нескінченно мала величина тощо. До програми вступного випробування включаються нижченаведені питання.]

Розв'язання нелінійних рівнянь. Чисельні методи пошуку коренів рівняння: метод бісекції (половинного ділення), метод простої ітерації, метод січних, метод Ньютона. Умови збіжності методів.

Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса та його варіанти, LU-розклад, метод квадратного кореня, схема Холецкого. Обчислення визначника системи, оберненої матриці.

Розв'язання систем нелінійних рівнянь: методи послідовного наближення та Зейделя. Умови збіжності методів.

Розв'язання систем нелінійних рівнянь. Методи простої ітерації та Ньютона. Умови збіжності методів. Обумовленість системи рівнянь.

Наближення функцій. Задачі інтерполяції та апроксимації. Інтерполяційні формули Ньютона та Лагранжа. Оцінка похибок інтерполяційних формул.

Розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Методи Ейлера, Рунге-Кутти, Адамса першого, другого, четвертого порядків.

Список рекомендованої літератури

1. Андрійчук В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, том 1 / за ред. В.В. Пасічника – Львів: «Новий світ - 2000», 2018. – 807 с.

2. Андрійчук В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, том 2 / за ред. В.В. Пасічника – Львів: «Новий світ - 2000», 2018. – 805 с.

3. Бахвалов Н.С. Численные методы /Бахвалов Н.С. — М.: Бинوم. Лаб. Знаний, 2008. — 636 с.

4. Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці / Петренко А.І., Дмитрієва О.А. — К.: Видавнича група ВНУ, 2006. — 480 с.

5. Задачин В.М. Чисельні методи: навч. пос. /В.М.Задачин, І.Г.Конюшенко. — Х.: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. — 180 с.

Приклад екзаменаційного завдання

Виконати LU-розклад матриці:

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 1 & & \\ 2 & 4 & 3 & & \\ 2 & 4 & 4 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 4 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 4 & & \end{array}$$

Розв'язок:

$$U(1,1) = A(1,1) = 2.0000$$

$$U(1,2) = A(1,2) = 3.0000$$

$$U(1,3) = A(1,3) = 1.0000$$

$$L(2,1) = A(2,1)/U(1,1) = 1.0000$$

$$L(3,1) = A(3,1)/U(1,1) = 1.0000$$

$$U(2,2) = A(2,2) - L(2,1)*U(1,2) = 1.0000$$

$$U(2,3) = A(2,3) - L(2,1)*U(1,3) = 2.0000$$

$$L(3,2) = (A(3,2) - L(3,1)*U(1,2))/U(2,2) = 1.0000$$

$$U(3,3) = A(3,3) - L(3,1)*U(1,3) - L(3,2)*U(2,3) = 1.0000$$

Відповідь:

U:

	2	3	1	
	0	1	2	
	0	0	1	

L:

	1	0	0	
	1	1	0	
	1	1	1	

2. Навчальна дисципліна «Дослідження операцій»

ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ (ЛП). Метод розв'язання задач ЛП з довільним видом обмежень, оснований на штучних змінних. Двоїста задача ЛП. Двоїстий симплекс-метод. Метод оберненої матриці. Дослідження меделей ЛП-задач на чутливість. Транспортні задачі. Метод потенціалів.

ДИСКРЕТНЕ ПРОГРАМУВАННЯ (ДП). Метод відсікаючих площин Гоморі. Метод гілок та меж. Метод гілок та меж в задачі комівояжера. Метод послідовного аналізу та відсіву варіантів (ПАВ) в задачі ЛЦП. Метод послідовного аналізу та відсіву варіантів (ПАВ) в задачі булева програмування.

НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ. Методи пошуку одновимірного мінімуму (метод дихотомії, метод «золотого перетину», метод ДСК-Пауела). Задача квадратичного програмування. Умови оптимальності Куна-Таккера для задач квадратичного програмування. Базові методи безумовної мінімізації (градієнтні, квазіньютонівські).

Методи оптимізації з обмеженнями (методи «штрафних функцій», метод множників Лагранжа, проєктивні методи).

Список рекомендованої літератури

1. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій /Ю.П.Зайченко; підручник з грифом Міносвіти України.— К.: Видавничий дім «Слово», 2007. — 812 с.

2. Зайченко О.Ю. Дослідження операцій /Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. — К: Видавничий дім «Слово», 2014. — 472 с.

3. Зайченко Ю.П. Теорія прийняття рішень /Зайченко Ю.П.; підручник з грифом Міносвіти України. — К.: КПІ, 2014. — 412 с.

4. Навчально-методичний посібник до практичних занять з курсу «Математичні методи оптимізації» для студентів магістратури усіх спеціальностей / Уклад. О.Ю.Зайченко. — К.: Політехніка, 2007. — 88 с.

5. Зайченко О.Ю. Математичні методи оптимізації [Електронний ресурс] / О.Ю.Зайченко. — Режим доступу: <http://login.kpi.ua>, 2016

Приклад екзаменаційного завдання 1

Визначити мінімум функції $f(x) = (100 - x)^2$ на інтервалі невизначеності $60 \leq x \leq 150$ за допомогою методу ділення інтервалу навпіл. Дозволяється обмежитись трьома кроками зменшення інтервалу.

Розв'язок.

Відповідно до вихідних даних, визначаємо початкові границі та ширину інтервалу невизначеності: $a = 60$; $b = 150$; $L = b - a = 90$.

Середня точка інтервалу:

$$x_m = \frac{a + b}{2} = \frac{60 + 150}{2} = 105.$$

Крок 1.

$$x_1 = a + \left(\frac{L}{4}\right) = 60 + \left(\frac{90}{4}\right) = 82.5;$$

$$x_2 = b - \left(\frac{L}{4}\right) = 150 - \left(\frac{90}{4}\right) = 127.5;$$

$$f(82.5) = (100 - 82.5)^2 = 306.25 > f(105) = 25;$$

$$f(127.5) = 756.25 > f(105).$$

Таким чином, виключаємо крайні інтервали $(60; 82.5)$ та

Крок 2.

$$a = 82.5; \quad b = 127.5; \quad L = b - a = 45; \quad x_m = 105;$$

$$x_1 = a + \left(\frac{L}{4}\right) = 82.5 + \left(\frac{45}{4}\right) = 93.75;$$

$$x_2 = b - \left(\frac{L}{4}\right) = 127.5 - \left(\frac{45}{4}\right) = 116.25;$$

$$f(93.75) = 39.06 > f(105) = 25;$$

$$f(116.25) = 264.06 > f(105).$$

Таким чином, виключаємо крайні інтервали $(82.5; 93.75)$ та

Крок 3.

$$a = 93.75; \quad b = 116.25; \quad L = b - a = 22.5; \quad x_m = 105;$$

$$x_1 = a + \left(\frac{L}{4}\right) = 93.75 + \left(\frac{22.5}{4}\right) = 99.375;$$

$$x_2 = b - \left(\frac{L}{4}\right) = 116.25 - \left(\frac{22.5}{4}\right) = 110.625;$$

$$f(99.375) = 0.39 < f(105) = 25;$$

$$f(110.625) = 264.06 > f(105).$$

Таким чином, виключаємо правий інтервал

За 3 кроки ширина інтервалу невизначеності зменшилась із $L_0 = 90$ до $L_3 = 11.25$.

Приклад екзаменаційного завдання 2

Розв'язати задачу лінійного програмування двоїтим симплекс-методом:

$$3x_1 - 2x_2 \geq -6$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

або в розширеній формі:

$$-3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 - x_4 = 3$$

$$x_1 + x_5 = 3$$

$$x_2 + x_6 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Двоїста задача записується так:

$$\min(6y_1 + 3y_2 + 3y_3 + 5y_4)$$

$$-3y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 2; A_1$$

$$2y_1 + y_2 + y_4 \geq 2; A_2$$

$$y_1 \geq 0; A_3$$

$$-y_2 \geq 0; A_4$$

$$y_3 \geq 0; A_5$$

$$y_4 \geq 0; A_6$$

Виберемо за спряжений базис вектори: $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

Знайдемо псевдоплан X_0 прямої задачі. Для цього розв'яжемо систему рівнянь:

$$A_0 = A_1x_{10} + A_2x_{20} + A_3x_{30} + A_4x_{40};$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{10} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{20} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_{30} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_{40};$$

$$x_{10} = 3; x_{20} = 5; x_{30} = 5; x_{40} = 5.$$

Оскільки всі елементи A_0 є невід'ємними, то знайдено оптимальний план, причому, $x_1^0 = 3; x_2^0 = 5$.

Цільова функція $L_{\max} = 16$.

ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ

Користування допоміжним матеріалом на екзамені

— дозволяється використання інженерних калькуляторів.

Критерії оцінювання (за системою ECTS, стобальна шкала)

Розв'язання кожної задачі оцінюється за такими критеріями:

95—100	—	задачу розв'язано повністю, вірно
85—94	—	задачу розв'язано вірно, відповідь правильна, але наявними є один-два недоліки (наявними є деякі методичні помилки, порушено послідовність викладок тощо)
75—84	—	задачу розв'язано вірно, але відповідь неправильна (наявними є арифметичні помилки)
65—74	—	задачу розв'язано неповністю, але помічено правильний хід розв'язування
60—64	—	задачу не розв'язано, але наведено формули або твердження, що можуть бути використані при розв'язуванні задачі
менше 60	—	задачу не розв'язано

Результат роботи обчислюється як середнє арифметичне оцінок, що їх отримано за кожну задачу, і заокруглюється до цілих.

У разі, якщо набрані бали складають 60 або більше, тоді робота оцінюється — «зараховано». В іншому випадку — «не зараховано».

Розробники програми:

Шубенкова І.А., канд. фіз.-мат. наук, доц., доцент кафедри математичних методів системного аналізу

Ірина ШУБЕНКОВА

Зайченко О.Ю., докт. техн. наук, доц., професор кафедри математичних методів системного аналізу

Олена ЗАЙЧЕНКО