



ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	124 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ
Освітня програма	Системний аналіз і управління
Статус дисципліни (код)	Обов'язкова
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	Дискретна математика. Частина 1. Висловлення, множини, відношення, графи, комбінаторика, групи, кільця – 1 курс, осінній семестр Дискретна математика. Частина 2. Частково-впорядковані множини, решітки, булеві алгебри та булеві функції – 1 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	Частина 1 – 5 кредитів ЕКТС (150 год.) Лекції – 36 год., практика – 36 год., СРС – 78 год. Частина 2 – 4 кредити ЕКТС (120 год.) Лекції – 18 год., практика – 36 год., СРС – 66 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Частина 1 – осінній семестр: екзамен, МКР Частина 2 – весняний семестр: залік, МКР, РР
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: доцент, к. ф.-м. н., доцент Спекторський Ігор Якович spectorsky.ho.ua Практичні: доцент, к. ф.-м. н., доцент Спекторський Ігор Якович, к. ф.-м. н., доцент Статкевич Віталій Михайлович
Розміщення курсу	Moodle у КПІ, код курсу ye73jg

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі та складається з двох освітніх компонентів, які вивчаються у двох семестрах: «Дискретна математика. Частина 1. Висловлення, множини, відношення, графи, комбінаторика, групи, кільця» та «Дискретна математика. Частина 2. Частково-впорядковані множини, решітки, булеві алгебри та булеві функції». Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових компетентностей: ЗК 01 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях; ЗК 02 Здатність планувати і управляти часом; ЗК 03 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу; ЗК 05 Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово; ЗК 09 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації; ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт; ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянині в Україні, дотримуватися академічної добродетелі; ФК 02 Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів; ФК 09 Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі.

Внаслідок вивчення курсу студент повинен бути здатний продемонструвати такий **програмний результат навчання** ОПП: ПРН 01 Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу; ПРН 02 Вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, сформульованих природною мовою; застосування класичних алгоритмів для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.

У кінці вивчення курсу студенти мають знати основи алгебри висловлень та алгебри множин, теорії відношень, комбінаторного аналізу, методи теорії графів, елементарні основи теорії абстрактних алгебраїчних структур, теорію булевих алгебр та булевих функцій. Студенти повинні **вміти** формалізувати та розв'язувати задачі, які формулювані засобами «природньої мови», перевіряти властивості бінарних відношень, розв'язувати типові комбінаторні задачі, зображувати булеві функції у вигляді диз'юнктивних та кон'юнктивних нормальних форм, перевіряти функціональну повноту класу булевих функцій.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна *Дискретна математика* передує всім іншим дисциплінам та є базовою для дисциплін: *Математичний аналіз* (частина 2 та частина 3), *Алгебра і геометрія* (частина 2). *Математична логіка і теорія алгоритмів*, *Теорія ймовірностей* (використовуються розділи «*Алгебра висловлень*» та «*Комбінаторика*»), *Програмування та алгоритмічні мови* (розділи «*Алгебра висловлень*», «*Булеві алгебри*») та ін. Вивчення дисципліни *Дискретна математика* потребує як передумову володіння математичними знаннями та навиками у межах програми повної середньої освіти.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Алгебра висловлень.

Тема 1.1. Основні поняття та закони алгебри висловлень. Принцип дуальності.

Тема 1.2. Логічний наслідок та логічна еквівалентність.

Розділ 2. Алгебра множин.

Тема 2.1. Основні операції над множинами та закони алгебри множин. Потужність скінченої множини.

Розділ 3. Елементи теорії відношень.

Тема 3.1. Основні поняття теорії відношень. Операції над відношеннями.

Тема 3.2. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності та порядку.

Розділ 4. Елементи комбінаторики.

Тема 4.1. Основні принципи комбінаторики та основні комбінаторні схеми.

Розділ 5. Елементи теорії графів.

Тема 5.1. Основні поняття теорії графів. Ейлерові та гамільтонові графи.

Тема 5.2. Планарні графи. Деякі спеціальні типи графів.

Розділ 6. Елементи теорії груп

Тема 6.1. Поняття групи. Групи підстановок.

Тема 6.2. Циклічні групи. Групи класів лишків. Фактор-групи та теорема про гомоморфізми.

Розділ 7. Елементи теорії кілець

Тема 7.1. Кільця. Основні поняття. Кільця з одиницею. Фактор-кільця. Гомоморфізми кілець.

Розділ 8. Частково впорядковані множини і решітки

Тема 8.1. Частково впорядковані множини.

Тема 8.2. Решітки.

Розділ 9. Булеві алгебри.

Тема 9.1. Основні визначення та теореми теорії булевих алгебр.

Тема 9.2. Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Мінімізація булевих виразів.

Тема 9.3. Основні функціонально замкнені класи булевих функцій.

Тема 9.4. Функціональна повнота набору булевих функцій.

Розділ 10. Елементи теорії нечітких множин.

Тема 10.1. Загальне поняття нечіткої множини. Нечіткі відношення. Відображення нечітких множин.

Розділ 11. Елементи теорії кардинальних та ординальних чисел.

Тема 11.1. Елементи теорії кардинальних чисел. Протирічність «наївної» теорії множин.

Тема 11.2. Елементи теорії ординальних чисел. Поняття про «шкалу алефів».

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література:

1. Спекторський І. Дискретна математика: алгебра висловлень, алгебра множин, теорія відношень, елементи комбінаторики, теорія графів, елементи теорії груп та кілець. – К.: ІВЦ «Політехніка», 2004. – 220 с.
2. Спекторський І., Стусь О. Дискретна математика: частково впорядковані множини, решітки, булеві алгебри. – К.: ІВЦ «Політехніка», 2009. – 136 с.
3. Спекторський І., Статкевич В. Дискретна математика. Збірник задач : навчальний посібник. – НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 870 Кбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 103 с.
4. Спекторський І. , Статкевич В., Стусь О. Дискретна математика. Збірник індивідуальних завдань [Електронний ресурс] : навчальний посібник / КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 557 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 88 с.
5. Завало С.Т. Курс алгебри. - К.: Вища школа, 1985. - 503 с.

Допоміжна література:

1. Mendelson E. *Introduction to mathematical logic*. – Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2015. – 474 р.
2. Зайченко Ю.П. *Дослідження операцій*. - К.: Київ : ЗАТ "ВІПОЛ", 2001. - 688 с.
3. Inaida J. Taylor Series on the Fuzzy Number Space // Special Issue on Biometrics And Its Applications. – 2010. – No 16 (1). – p. 15-25.

Онлайн-ресурси

На платформі дистанційного навчання «Сікорський» в системі Moodle (локалізація для НТУУ КПІ ім. Ігоря Сікорського) викладено дистанційний курс дискретної математики за посиланням (потрбна авторизація) <https://do.ipr.kpi.ua/course/view.php?id=2202>, код курсу уе73jg

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття (Частина 1)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1.	Основні поняття алгебри висловлень. Основні поняття та закони алгебри висловлень. Принцип дуальності.
2.	Інтерпретації формул. Інтерпретації формул алгебри висловлень. Логічний наслідок та логічна еквівалентність.
3.	Основні поняття алгебри множин. Основні операції над множинами та закони алгебри множин. Потужність скінченої множини.
4.	Декартовий добуток множин. Поняття декартового добутку, доведення тотожностей.
5.	Основні поняття теорії відношень. Визначення та способи задання відношень. Операції над відношеннями.
6.	Властивості бінарних відношень. Основні властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності та відношення порядку. Поняття фактор-множини.
7.	Функції як частковий випадок відношенння. Функціональні відношенння. Ін'єкції, сюр'єкції та біекції.
8.	Основні комбінаторні схеми. Основні принципи комбінаторики. Поняття вибірки. Типи вибірок. Упорядковані розбиття.
9.	Біноміальні коефіцієнти. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Біноміальна та поліноміальна формули. Трикутник Паскаля.
10.	Основні поняття теорії графів. Визначення графу. Орієнтовані та неорієнтовані графи.

	Прості графи та мультиграфи. Шляхи у графі. Теорема про степені вершин.
11.	Зв'язність графів. Поняття зв'язності графу. Ейлерові та напівейлерові графи, критерій ейлеровості. Гамільтонові та напівгамільтонові графи, необхідні та достатні умови гамільтоності. Деякі спеціальні типи графів.
12.	Плоскі та планарні графи. Поняття плоского та планарного графу. Теорема Понтрягіна-Куратовського (без доведення).
13.	Формула Ейлера для плоских графів. Поняття грані графа, основні властивості. Формула Ейлера для плоских графів. Поняття дуального графу. Фарбування вершин та граней графу. Задача фарбування вершин графу, поняття хроматичного числа. Задача фарбування граней графу (теорема про чотири кольори .9 без доведення).
14.	Алгебричні структури з однієї бінарної операцією. Класифікація структур з однієї бінарної операцією, поняття та основні властивості нейтрального елемента структури та обернених елементів.
15.	Групи підстановок. Поняття перестановки та підстановки. Композиція підстановок. Розклад підстановки у композицію незалежних циклів та в композицію транспозицій.
16.	Підгрупи. Визначення та критерій підгрупи. Групи класів лишків. Адитивна та мультиплікативна групи класів лишків. Циклічні групи. Поняття порядку елемента та породженої циклічної підгрупи. Теорема про ізомофрізм циклічної групи скінченного порядку і адитивної групи класів лишків та циклічної групи нескінченного порядку і адитивної групи цілих чисел.
17.	Суміжні класи. Поняття суміжного класу. Теорема Лагранжа для скінчених груп. Поняття про фактор-групи. Нормальні підгрупи. Фактор-група. Основна теорема про гомоморфізми для груп.
18.	Елементи теорії кілець. Визначення та основні властивості кілець. Кільця з одиницею. Мультиплікативна група кільця. Області цілісності та поля. Фактор-кільце. Ідеали кільця, фактор кільце. Основна теорема про гомоморфізми для кілець. Ідемпотентні кільця. Визначення та основні властивості ідемпотентних кілець.

Практичні заняття (Частина 1)

№ з/п	Назва теми заняття
1.	Основні поняття та закони алгебри висловлень. Інтерпретації формул алгебри висловлень.
2.	Доведення законів алгебри висловлень. Принцип дуальності.
3.	Логічний наслідок та логічна еквівалентність.
4.	Основні операції над множинами та закони алгебри множин.
5.	Доведення законів алгебри множин: модельне та аксіоматичне доведення.
6.	Розв'язок систем рівнянь в алгебрі множин. Декартовий добуток множин.
7.	Основні поняття теорії відношень. Операції над відношеннями.
8.	Властивості бінарних відношень. Фактор-множина.
9.	Переставлення з повтореннями та без повторень. Комбінації з повтореннями та без повторень.
10.	Впорядковані розбиття. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Біноміальна та поліноміальна формули.
11.	Ейлеровість та напівейлеровість графів, критерій ейлеровості (напівейлеровості). Гамільтоновість та напівгамільтоновість графів.
12.	Фарбування вершин та граней графу.
13.	Загальні означення теорії алгебраїчних структур з однією бінарною операцією. Основні властивості груп. Група підстановок.
14.	Циклічні підгрупи. Гомоморфізми груп.
15.	Гомоморфізми груп.
16.	Нормальні дільники та фактор-групи. Основна теорема про гомоморфізми для груп.
17.	Визначення кільця. Гомоморфізми кілець.
18.	Кільця з одиницею. Мультиплікативна група кільця.

Лекційні заняття (Частина 2)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1.	Частково впорядковані множини. Найбільші та найменші елементи. Мінімальні та максимальні елементи. Супремуми та інфімуми.
2.	Решітки. Визначення решітки, зв'язок з частково впорядкованими множинами. Решітки дистрибутивні, обмежені, доповнені.
3.	Булеві алгебри. Визначення булевої алгебри, зв'язок з решітками та ідемпотентними

	кільцями.
4.	Булеві вирази. Поняття булевого виразу. Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми.
5.	Мінімізація диз'юнктивних нормальних форм.
6.	Булеві функції. Поняття функціонального замикання, функціональної замкненості та функціональної повноти класу булевих функцій.
7.	Основні функціонально замкнені класи булевих функцій. Функції, що зберігають константу. Монотонні функції. Самодвоїсті функції.
8.	Основні функціонально замкнені класи булевих функцій. Поліноми Жегалкіна. Лінійні функції. Критерій функціональної повноти. Формулювання та доведення критерія функціональної повноти.
9.	Нечіткі множини. Поняття нечіткої множини. Операції над нечіткими множинами.

Практичні заняття (Частина 2)

№ з/п	Назва теми заняття
1.	Частково впорядковані множини. Діаграми Гессе.
2.	Найбільші та найменші елементи Мінімальні та максимальні елементи.
3.	Верхні та нижні межі. Супремуми та інфімуми.
4.	Решітка як частково впорядкована множина.
5.	Дистрибутивні решітки.
6.	Решітки обмежені та доповнені.
7.	Скінченні булеві алгебри: задача побудови мінімальної підалгебри & що містить задану множину елементів.
8.	Булеві алгебри як ідемпотентні кільця.
9.	Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Досконалі диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми.
10.	Мінімізація диз'юнктивних та кон'юнктивних нормальніх форм (карти Карно).
11.	Мінімізація диз'юнктивних та кон'юнктивних нормальніх форм (метод Квайна – МакКласкі).
12.	Мінімізація диз'юнктивних та кон'юнктивних нормальніх форм (методи Блейка та Нельсона).
13.	Булеві функції. Поняття функціонального замикання, функціональної замкненості та функціональної повноти класу булевих функцій.
14.	Функції, що зберігають константу. Монотонні функції.
15.	Самодвоїсті функції. Поліноми Жегалкіна.
16.	Лінійні функції. Критерій функціональної повноти.
17.	Нечіткі множини: операції над нечіткими множинами.
18.	Нечіткі множини: відображення нечіткої множини.

Проводяться щотижневі практичні заняття, студентам видаються завдання з детальними інструкціями та необхідним матеріалом, які необхідно вчасно виконувати.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Усі роботи студенти мають прикріплювати в особистому кабінеті Moodle. Дедлайні кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>. Лектор може запропонувати студентам пройти запропоновані ним онлайн-курси на платформі Coursera. Також сертифікати цих курсів можуть бути частково зараховані згідно до Положення.

7. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Частина 1. Розподіл 78 годин СРС:

Підготовка до аудиторних занять – 46 годин

підготовка до МКР – 2 годин

підготовка до екзамену - 30 годин

Частина 2. Розподіл 66 годин СРС:

Підготовка до аудиторних занять – 48 годин

підготовка до МКР – 2 годин

Виконання РР – 10 годин

підготовка до заліку - 6 годин

У першому семестрі передбачено виконання індивідуального завдання, яке відповідає розділам «Теорія множин», «елементи теорії відношень» та «Комбінаторика»; у другому семестрі передбачено виконання розрахункової роботи, яка складається з трьох частин (частина 1 – Елементи теорії груп та кілець, що відповідає розділом 6 та 7; частина 2 – ЧВМ та решітки що відповідає розділу 8, частина 3 – Булеві алгебри і функціональна повнота, що відповідає розділу 9. Розрахункова робота сприяє поглибленню засвоєнню методів розв'язання задач з курсу математичної логіки та теорії алгоритмів. Методичні рекомендації до виконання індивідуального завдання, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку та зазначає у Google-класі або в Moodle на платформі Сікорський. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у двотижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Дискретна математика. Частина 1.

Висловлення, множини, відношення, графи, комбінаторика, групи, кільця
1-го (осіннього) семестру

Поточний контроль: виконання МКР (две частини), робота на практичних заняттях, експрес-контроль.

Календарний контроль: проводиться двічі за семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен

Умова допуску до семестрового контролю: стартовий рейтинг не нижче 25 балів

№		Контрольний захід	Бал
1.	R_c	Індивідуальне завдання самостійної роботи №1	10
2.		Індивідуальне завдання самостійної роботи №2	10
3.		Індивідуальне завдання самостійної роботи №3	10
4.		Експрес-контроль №1	2
5.		Експрес-контроль №2	2
6.		Модульна контрольна робота №1	13
7.		Модульна контрольна робота №2	13
8.	R_e	Відповідь на екзамені	40

Екзаменаційне завдання містить два теоретичних питання (максимальна оцінка за кожне питання 10 балів) та два практичних завдання (максимальна оцінка за кожне питання 10 балів.)

Критерії оцінювання теоретичного питання:

- повна відповідь на теоретичне питання (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів.
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації, або незначні неточності) – 7-8 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 6 балів;
- нездовільна відповідь на теоретичне питання – 0 балів.

Критерії оцінювання практичного завдання:

- відмінно виконане завдання – 9-10 балів.
- завдання виконане з незначними помилками – 7-8 балів;
- завдання виконане з серйозними помилками – 6 балів;
- нездовільно виконане завдання – 0 балів.

Дискретна математика. Частина 2.

Частково-впорядковані множини, решітки, булеві алгебри та булеві функції

2-го (весняного) семестру

Поточний контроль: виконання РР (четири частини), виконання МКР (две частини), робота на практичних заняттях, експрес-контроль.

Календарний контроль: проводиться двічі за семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: залік

Умова допуску до семестрового контролю: захист всіх розрахункових робіт, рейтинг не нижче 33 балів

№	Контрольний захід	Бал
9.	Розрахункова робота №1	15
10	Розрахункова робота №2	15
11	Розрахункова робота №3	15
12	Розрахункова робота №4	10
13	Експрес-контроль №1	2
14	Експрес-контроль №2	2
15	Модульна контрольна робота №1	13
16	Модульна контрольна робота №2	13
17	Індивідуальне завдання	15

Студенти, які виконали умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку 60 і більше балів, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань («автоматом»).

Зі студентами, які виконали умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку менше 60 балів, а також з тими студентами, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, викладач проводить семестровий контроль у вигляді залікової контрольної роботи.

Залікова контрольна робота оцінюється у 100 балів і містить два теоретичних питання (максимальна оцінка за кожне питання 25 балів) та два практичних завдання (максимальна оцінка за кожне питання 25 балів).

Критерії оцінювання теоретичного питання:

- повна відповідь на теоретичне запитання (не менше 90% потрібної інформації) – 24-25 балів.
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації, або незначні неточності) – 19-23 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 15-18 балів;
- незадовільна відповідь на теоретичне запитання – 0 балів.

Критерії оцінювання практичного завдання:

- відмінно виконане завдання – 22-25 балів.
- завдання виконане з незначними помилками – 17-21 балів;
- завдання виконане з серйозними помилками – 13-16 балів;
- незадовільно виконане завдання – 0 балів.

Після виконання залікової контрольної роботи, якщо оцінка за залікову контрольну роботу більша ніж за рейтингом, студент отримує оцінку за результатами залікової контрольної роботи.

Якщо оцінка за залікову контрольну роботу менша ніж за рейтингом, студент отримує оцінку відповідну до набраного рейтингу впродовж семестру (м'яка РСО).

До відомості семестрового контролю викладач заносить рейтингові бали, отримані студентом у семестрі або за результатами виконання залікової контрольної роботи, та оцінку відповідно до цих балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація

Можливе перезарахування результатів навчання, здобутих у неформальній освіті, за умови виконання здобувачем розрахункових робіт з тем, за якими передбачені розрахункові роботи у даній дисципліні, а також за наявності ефективного контролю знань.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцент, к. ф.-м. н., доцент Спекторський Ігор Якович

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 13 від 05.06.2024)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024)