



Диференціальні рівняння

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології¹</i>
Спеціальність	<i>124 системний аналіз</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна (ПО 5)</i>
Форма навчання	<i>очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>залік</i>
Розклад занять	<i>одна лекція та одне практичне заняття на тиждень</i>
Мова викладання	<i>українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: д.ф.-м.н, професор Капустян О.В., тел. +380 (44) 431 04 63² Практичні : асистент Юсупів Т.В., тел. +380 (97) 259 63 33, асистент Зеленська І.О., тел. +380 (95) 757 43 80</i>
Розміщення курсу	<i>https://classroom.google.com/c/NjIxNTM2Nzg0NTE3</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Мета навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:

- застосовувати базові методи розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем;
- проводити якісний аналіз розв'язків рівнянь та систем диференціальних рівнянь.

1.2. Основні завдання навчальної дисципліни.

Навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння» сприяє формуванню у студентів таких компетентностей:

ЗК01: Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях

ЗК03: Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу

ЗК05: Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово

ЗК14: Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт

ЗК15: Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого

¹В полях Галузь знань/Спеціальність/Освітня програма:

Для дисциплін професійно-практичної підготовки зазначається інформація відповідно до навчального плану. Для соціально-гуманітарних дисциплін вказується перелік галузей, спеціальностей, або «для всіх».

²Електронна пошта викладача або інші контакти для зворотного зв'язку, можливо зазначити прийомні години або години для комунікації у разі зазначення контактних телефонів. Для силабусу дисципліни, яку викладає багато викладачів (наприклад, історія, філософія тощо) можна зазначити сторінку сайту де представлено контактну інформацію викладачів для відповідних груп, факультетів, інститутів.

розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності

ФК02: Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів та аналізу даних

ФК03: Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів

ФК09: Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі

Згідно освітньо-професійної програми навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння» сприяє досягненню таких програмних результатів навчання:

ПРН04: Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики

ПРН07: Знати основи теорії оптимізації, оптимального керування, теорії прийняття рішень, вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проектування складних систем

Студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі:

знання:

основних понять, підходів та методів розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем, теорем про існування, єдиність та продовжуваність розв'язку задачі Коші та його властивості; основних методів якісного аналізу диференціальних рівнянь;

уміння:

користуватися сучасним математичним апаратом та основами диференціальних рівнянь; визначити тип диференціальних рівнянь; знаходити загальний розв'язок диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь; знаходити розв'язок довільної поставленої задачі Коші; досліджувати фазові портрети задач в околі особливої точки; проводити якісний аналіз задач; знаходити наближені розв'язки методом пікарівських наближень; коректно інтерпретувати одержані результати.

досвід:

мати уяву про інші методи розв'язання типових задач, що не увійшли у лекційний курс або вивчаються оглядово; застосування методів теорії диференціальних рівнянь до побудови та дослідження математичних моделей процесів різної природи.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна базується на знаннях та компетентностях, набутих при вивченні дисципліни ПО 1 «Математичний аналіз». Водночас дисципліна «Диференціальні рівняння» є базовою для дисциплін: ПО 14 «Теорія керування», ПО 25 «Рівняння математичної фізики», ПО 26 «Моделювання складних систем».

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль 1.

Розділ 1.

1. Скалярні диференціальні рівняння першого порядку. Елементи загальної та якісної теорії диференціальних рівнянь.

1.1. Інтегровні типи диференціальних рівнянь першого порядку.

1.1.1. Виникнення та основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. Історична довідка. Геометричні та фізичні задачі, які приводять до звичайних диференціальних рівнянь. Означення диференціального рівняння 1-го порядку та його розв'язку, загального розв'язку. Постановка задачі Коші. Поняття поля напрямів, ізокліни, інтегральної кривої. Метод ізоклін для наближеної побудови інтегральних кривих.

1.1.2. Інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. Заміни змінних в диференціальних рівняннях 1-го порядку.

1.1.3. Однорідні рівняння та рівняння, що зводяться до однорідних. Квазіоднорідні рівняння.

1.1.4. Лінійні рівняння першого порядку. Методи Лагранжа, Бернуллі та Ейлера. Рівняння Бернуллі.

1.1.5. Рівняння Ріккати. Зведення рівняння Ріккати до рівняння Бернуллі. Канонічна форма рівняння Ріккати. Спеціальне рівняння Ріккати.

1.2. Рівняння в симетричній формі.

1.2.1. Диференціальні рівняння в симетричній формі. Означення розв'язку. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник. Теорема про існування інтегрувального множника та деякі методи його пошуку

1.3. Існування, єдиність та продовжуваність розв'язку задачі Коші для рівняння 1-го порядку.

1.3.1. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Теорема Пікара. Еквівалентність задачі Коші інтегральному рівнянню. Метод послідовних піарівських наближень. Обґрунтування збіжності методу послідовних наближень. Оцінка відхилення точного і наближеного розв'язку. Єдиність розв'язку.

1.3.2. Теорема Пеано. Доведення теореми Пеано методом запізнюючого аргумента. Продовження розв'язку задачі Коші.

1.4. Рівняння, нерозв'язані відносно похідної та особливі розв'язки.

1.4.1. Рівняння, нерозв'язані відносно похідної (неявні рівняння). Теорема існування та єдиності розв'язку неявного рівняння. Особливість поняття єдиності розв'язку. Метод параметризації.

1.4.2. Інтегрування та геометрична інтерпретація неявного рівняння. Рівняння Лагранжа та Клеро. Геометрична інтерпретація рівняння Клеро. Контактна площина. Регулярна точка. Дискримінантні криві та особливі розв'язки. Методи відшукування особливих розв'язків. Обвідні. Необхідні та достатні умови існування особливих розв'язків. Особливі розв'язки рівняння Клеро.

Розділ 2.

2. Диференціальні рівняння вищих порядків. Теорія лінійних диференціальних рівнянь та систем.

2.1 Методи інтегрування та зниження порядку диференціальних рівнянь вищих порядків.

2.1.1. Диференціальні рівняння вищих порядків. Означення розв'язку, загального розв'язку, постановка задачі Коші. Інтегровні типи диференціальних рівнянь вищих порядків.

2.1.2. Способи зниження порядку диференціальних рівнянь. Типи рівнянь, що допускають зниження порядку. Рівняння, які не містять шуканої функції та кількох її перших похідних. Неповні рівняння. Автономні рівняння. Однорідні та квазіоднорідні рівняння. Рівняння, які мають вигляд повної похідної та звідні до них.

2.2. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.

2.2.1. Загальна теорія лінійних рівнянь. Формулювання теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Лінійна залежність та незалежність системи функцій. Вронскіан та необхідна умова лінійної залежності. Критерій лінійної незалежності розв'язків лінійного однорідного рівняння (ЛОП). Формула Остроградського-Ліувілля.

2.2.2. Фундаментальна система розв'язків ЛОР, теорема про її існування. Властивість вронскіана системи розв'язків ЛОР. Теорема про загальний розв'язок ЛОР. Побудова ЛОР за його фундаментальною системою розв'язків. Однозначність такої побудови. Формула Абеля. Зниження порядку лінійного рівняння за допомогою відомого нетривіального розв'язку.

2.2.3. ЛОР зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Лінійні неоднорідні рівняння. Метод невизначених коефіцієнтів та метод варіації довільної сталої сталої. Рівняння Ейлера.

2.3 Системи лінійних диференціальних рівнянь.

2.3.1. Загальна теорія лінійних однорідних систем. Теорема існування та єдиності розв'язку лінійної однорідної системи (ЛОС). Лінійна система диференціальних рівнянь, її зведення до лінійного однорідного рівняння вищого порядку. Фундаментальна система розв'язків ЛОС, її існування. Фундаментальна матриця. Теорема про загальний розв'язок. Формула Якобі.

2.3.2. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Побудова фундаментальної системи розв'язків. Метод Ейлера та його узагальнення.

2.3.3. Експонента матриці. Її властивості та структура. Лінійні неоднорідні системи (ЛНС). Лінійна система зі сталою матрицею та квазіполіноміальним вільним членом. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод варіації довільних сталих для ЛНС. Матрицант.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. - Київ: Либідь, 2003

2. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах – Київ:Либідь, 2003

3. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь – Київ: Либідь, 2004.

4. Диференціальні рівняння: теорія та застосування / Горбань Н.В., Ловейкін Ю.В., Сукретна А.В., Фартушний І.Д./ К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 218с. [Електронне видання] <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/8733>

Додаткова

5. Гой Т. П. Диференціальні рівняння : навчальний посібник / Т. П. Гой, О. В. Махней. – Івано-Франківськ : Сімик, 2012. – 352 с.

6. Кагадій Т.С., Сушко Л.Ф., Щербина І.В., Онопрієнко О.Д., Шпорта А.Г. Диференціальні рівняння: теорія, приклади, розв'язання: навч. посіб. Дніпро: ДДАЕУ, 2022. – 190с.

7. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння – Київ: Либідь, 2004.

8. Хохлова Л.Г., Хома Н.Г. Практикум з диференціальних рівнянь: Навчальний посібник.-Тернопіль: ТНПУ імені В.Гнатюка, 2023. – 71 с.

9. Шкіль М.І. Диференціальні рівняння: Навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл./ М.І. Шкіль, В.М. Лейфура, П.Ф. Самусенко. – К.: Техніка, 2003. – 368 с.

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<p>Виникнення та основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. Історична довідка. Геометричні та фізичні задачі, які приводять до звичайних диференціальних рівнянь. Означення диференціального рівняння 1-го порядку та його розв'язку, загального розв'язку. Постановка задачі Коші. Поняття поля напрямів, ізокліни, інтегральної кривої. Метод ізоклін для наближеної побудови інтегральних кривих. (2 год.)</p> <p>Література: [1, Вступ], [2, п.1.3].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом, [1, Вступ], [2, п.1.3](1,5 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, Вступ], [2, п.1.3].</p>
2	<p>Інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. Заміни змінних в диференціальних рівняннях 1-го порядку. (2 год.)</p> <p>Література: [1,п.п. 1.1.1 - 1.1.4], [2, п.п. 1.2, 1.4, 1.5]</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (1,5 год).</p> <p>Література: конспект, : [1,п.п. 1.1.1, 1.1.3], [2, п.п. 1.2, 1.4].</p>
3	<p>Однорідні рівняння та рівняння, що зводяться до однорідних. Квазіоднорідні рівняння. (2 год.)</p> <p>Література: [1, п.1.2.1].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати самостійно тему «Векторне поле на прямій. Побудова графіків інтегральних кривих за графіком функції, що описує векторне поле. Аналіз моделі одновидової популяції». (2 год.). Виконати один з варіантів завдання 1 першої ДКР (2 год)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 1.2.2, 1.2.3].</p>
4	<p>Лінійні рівняння першого порядку. Методи Лагранжа, Бернуллі та Ейлера. Рівняння Бернуллі (2 год.)</p> <p>Література: [1, п.п. 1.2.4, 1.2.5, 1.3], [3, § 5].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год). Виконати один з варіантів завдань 2, 3 першої ДКР (3 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 1.2.4, 1.2.5, 1.3], [3, § 5].</p>
5	<p>Рівняння Ріккати. Зведення рівняння Ріккати до рівняння Бернуллі. Канонічна форма рівняння Ріккати. Спеціальне рівняння Ріккати.</p>
6	<p>Диференціальні рівняння в симетричній формі. Означення розв'язку. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник. Теорема про існування інтегрувального множника та деякі методи його пошуку (2 год.)</p> <p>Література: [1, п.п. 1.7.1, 1.7.2], [2, п. 1.6].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 1.7.1, 1.7.2], [2, п. 1.6].</p>
7	<p>Існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Теорема Пікара. Еквівалентність</p>

	<p>задачі Коші інтегральному рівнянню. Метод послідовних парівських наближень. Обґрунтування збіжності методу послідовних наближень. Оцінка відхилення точного і наближеного розв'язку. Єдиність розв'язку. (2 год.)</p> <p>Література: [1, п. 1.4], [2, п. 1.7], [3, §7].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Симетричні рівняння та автономні системи на площині. Поле напрямів та рівняння в симетричній формі. Векторні поля та автономні системи на площині. Фазові криві. Зв'язок з рівнянням у симетричній формі (рівнянням Пфаффа). Модель типу «хижак-жертва». Її інтегрування та дослідження фазового портрету. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.1.5.1], [1, п. 1.4], [2, п. 1.7], [3, §7].</p>
8	<p>Теорема Пеано. Доведення теореми Пеано методом запізнюючого аргумента. Продовження розв'язку задачі Коші. (2 год.)</p> <p>Література: [1, п.п. 1.8.1 – 1.8.3], [2, п. 5.5].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Самостійно опрацювати тему: «Особливі точки. Лінеаризація рівняння Пфаффа та автономної системи в околі особливої точки. Лінеаризована система. Типи її фазових портретів. Формулювання теореми Гробмана-Хартмана. Про проблему центра і фокуса.» Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год)</p> <p>Література: конспект, [1, гл.6, С. 167-175], [2, гл. 8] .</p>
9	<p>Рівняння, нерозв'язані відносно похідної (неявні рівняння). Теорема існування та єдиності розв'язку неявного рівняння. Особливість поняття єдиності розв'язку. Метод параметризації. (2 год.)</p> <p>Література: [1, п.п. 4.3.2, 4.3.3, п. 5.3.5], [2, п. 4.1]</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.3.2, 4.3.3, п. 5.3.5], [2, п. 4.1].</p>
10	<p>Інтегрування та геометрична інтерпретація неявного рівняння. Рівняння Лагранжа та Клеро. Геометрична інтерпретація рівняння Клеро. Контактна площина. Регулярна точка. Дискримінантні криві та особливі розв'язки. Методи відшукування особливих розв'язків. Обвідні. Необхідні та достатні умови існування особливих розв'язків. Особливі розв'язки рівняння Клеро. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 1.10.3, 1.10.4], [2, п. 1.8].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (1,5 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 1.10.3, 1.10.4], [2, п. 1.8].</p>
11	<p>Диференціальні рівняння вищих порядків. Означення розв'язку, загального розв'язку, постановка задачі Коші. Інтегровні типи диференціальних рівнянь вищих порядків.</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1]</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1].</p>
12	<p>Способи зниження порядку диференціальних рівнянь. Типи рівнянь, що допускають зниження порядку. Рівняння, які не містять шуканої функції та кількох її перших похідних. Неповні рівняння. Автономні рівняння. Однорідні та квазіоднорідні рівняння. Рівняння, які мають вигляд повної похідної та звідні до них. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1]</p>

	<p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1].</p>
13	<p>Загальна теорія лінійних рівнянь. Формулювання теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Лінійна залежність та незалежність системи функцій. Вронскіан та необхідна умова лінійної залежності. Критерій лінійної незалежності розв'язків лінійного однорідного рівняння (ЛОР). Формула Остроградського-Ліувілля.</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1]</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год). Виконати один з варіантів завдання 1 другої ДКР (2 год)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1].</p>
14	<p>Фундаментальна система розв'язків ЛОР, теорема про її існування. Властивість вронскіана системи розв'язків ЛОР. Теорема про загальний розв'язок ЛОР. Побудова ЛОР за його фундаментальною системою розв'язків. Однозначність такої побудови. Формула Абеля. Зниження порядку лінійного рівняння за допомогою відомого нетривіального розв'язку. (2 год.)</p> <p>(2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1]</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год). Самостійно опрацювати тему «Лінійне рівняння другого порядку з регулярною особливою точкою. Побудова розв'язків у вигляді узагальнених степеневих рядів. Структура другого лінійно незалежного розв'язку.» (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1].</p>
15	<p>ЛОР зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Лінійні неоднорідні рівняння. Метод невизначених коефіцієнтів та метод варіації довільної сталой. Рівняння Ейлера.</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 3.3.3, 3.3.4], [2, п.п. 3.2-3.4].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Самостійно опрацювати теми «Рівняння Лежандра, Гаусса, Бесселя» (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 3.3.3, 3.3.4], [2, п.п. 3.2-3.4].</p>
16	<p>Загальна теорія лінійних однорідних систем. Теорема існування та єдиності розв'язку лінійної однорідної системи (ЛОС). Лінійна система диференціальних рівнянь, її зведення до лінійного однорідного рівняння вищого порядку. Фундаментальна система розв'язків ЛОС, її існування. Фундаментальна матриця. Теорема про загальний розв'язок. Формула Якобі. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п. 3.2, 3.4], [2, п. 3.5].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Самостійно опрацювати теми «Коливність розв'язків лінійного рівняння другого порядку.» (2 год.) Виконати один з варіантів завдань 2, 3 другої ДКР (3 год)</p> <p>Література: конспект, [1, гл.7, С. 212-215], [7, гл. 5].</p>
17	<p>Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Побудова фундаментальної системи розв'язків. Метод Ейлера та його узагальнення. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 2.3.1 – 2.3.2], [2, п. 4.3].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год).</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 2.3.1 – 2.3.2], [2, п. 4.3].</p>

18	<p>Експонента матриці. Її властивості та структура. Лінійні неоднорідні системи (ЛНС). Лінійна система зі сталою матрицею та квазіполіноміальним вільним членом. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод варіації довільних сталих для ЛНС. Матрицант. (2 год.)</p> <p>Література: конспект, [1, п.п. 2.3.4, 2.4.1-2.4.2, 2.4.5], [2, п. 4.3, 4.4], [8, §§ 21, 22].</p> <p>Завдання для самостійної роботи. Опрацювати теоретичний матеріал за конспектом (2 год)</p> <p>Література: конспект, [1, гл.7, С. 212-215], [7, гл. 5].</p>
----	---

5. Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: оволодіти базовими практичними методами теорії звичайних диференціальних рівнянь, закріпити здобуті на лекційних заняттях знання.

№ з/п	Назва теми заняття
1	<p>Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними.</p> <p>Література: [1, Вступ, п.п. 1.1.1, 1.1.3], [2, п. . 1.2 - 1.4], [7, глава 1, п.п.1, 2]</p>
2	<p>Однорідні диференціальні рівняння та рівняння, що зводяться до однорідних. Геометрична інтерпретація інтегральних кривих однорідного рівняння. Квазіоднорідні рівняння.</p> <p>Література: [1, п.п. 1.1.1, 1.1.3], [2, п.п. 1.2, 1.4], [7, глава 1, п.п.3]</p>
3	<p>Лінійні рівняння. Метод Бернуллі. Метод Лагранжа. Метод Ейлера. Рівняння Бернуллі.</p> <p>Література: [2, п. 1.5], [7, глава 1, п.п.4]</p>
4	<p>Рівняння Ріккаті. Канонічна форма рівняння Ріккаті. Спеціальне рівняння Ріккаті.</p> <p>Література: [1, п.п. 1.1.2, 1.1.4], [2, п. 1.5], [7, глава 1, п.п. 5]</p>
5	<p>Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник.</p> <p>Література: [1, п.п. 1.9.1, 1.9.2], [2, п. 5.5], [7, глава 4, п.п. 23]</p>
6	<p>Існування та єдиність розв'язку задачі Коші.</p> <p>Література: [1, п.п. 1.10.1, 1.10.2], [2, п.1.8], [7, глава 1, п.п. 7]</p>
7	<p>Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Рівняння Лагранжа та Клеро.</p> <p>Література: [1, п. 1.4], [2, п. 1.7], [3, §7], [7, глава 1, п.п. 6]</p>
8	Модульна контрольна робота
9	<p>Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, що допускають зниження порядку.</p> <p>Література: [1, п.п. 4.2.1 – 4.2.5], [2, п. 2.1], [7, гл.2, п. 10].</p>
10	<p>Лінійні рівняння вищих порядків. Лінійно незалежні системи функцій. Вронскіан. Побудова ЛОР за ФСР.</p> <p>Література: [1, п. 2.1.3], [2, п. 2.3], [7, гл.2, п. 11, 12, 13].</p>
11	Методи зниження порядку ЛОР. Формула Абеля. ЛОР зі сталими коефіцієнтами.
12	<p>Лінійні неоднорідні рівняння. Метод невизначених коефіцієнтів.</p> <p>Література: [1, п.п. 2.4.3, 2.4.4, 2.5], [2, п.п. 2.4, 2.6], [7, гл.2, п.13].</p>
13	<p>Лінійні неоднорідні рівняння. Метод варіації довільної сталої. Рівняння Ейлера.</p> <p>Література: [1, п.п. 2.4.3, 2.4.4, 2.5], [2, п.п. 2.4, 2.6], [7, гл.2, п.13, 14].</p>
14	Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Метод зведення до ЛОР та метод Ейлера

	Література: [1, п. 3.2, 3.4], [3, §§ 12, 13], [7, гл.3, п.17].
15	Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Експонента матриці. Література: [1, п.п. 2.3.1 – 2.3.2], [2, п. 4.3], [7, гл.4, п.20, 21].
16	Лінійні неоднорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Література: [1, п.п. 2.4.1-2.4.2, 2.4.5], [2, п. 4.4], [7, гл.4, п.22].
17	Лінійні неоднорідні системи зі сталими коефіцієнтами (продовження). Література: [1, п.п. 2.4.1-2.4.2, 2.4.5], [2, п. 4.4], [7, гл.4, п.22].
18	Модульна контрольна робота

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Самостійна робота студентів полягає в опрацюванні теоретичного матеріалу за конспектом; підготовці індивідуальних завдань; підготовці до екзамену. Також на самостійне опрацювання виносяться теми, відображені нижче у таблиці.

№ з/п	Назва теми, що виносяться на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Векторне поле на прямій. Побудова графіків інтегральних кривих за графіком функції, що описує векторне поле. Аналіз моделі одновидової популяції	2
2	Симетричні рівняння та автономні системи на площині. Поле напрямів та рівняння в симетричній формі. Векторні поля та автономні системи на площині. Фазові криві. Зв'язок з рівнянням у симетричній формі (рівнянням Пфаффа). Модель типу «хижак-жертва». Її інтегрування та дослідження фазового портрету	2
3	Особливі точки. Лінеаризація рівняння Пфаффа та автономної системи в околі особливої точки. Лінеаризована система. Типи її фазових портретів. Формулювання теореми Гробмана-Хартмана. Про проблему центра і фокуса.	2
4	Лінійне рівняння другого порядку з регулярною особливою точкою. Побудова розв'язків у вигляді узагальнених степеневих рядів. Структура другого лінійно незалежного розв'язку.	2
5	Рівняння Лежандра, Гаусса, Бесселя	2
6	Коливність розв'язків лінійного рівняння другого порядку	2

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для студента обов'язковими є ведення та опрацювання конспектів лекцій та практичних занять, виконання домашніх завдань та контрольних робіт в обсязі принаймні 40%, а також індивідуальних завдань. Кожне завдання має свій дедлайн, про що студентів заздалегідь попереджено. Зміна дедлайну або ж перескладання роботи для окремих студентів можливе лише за наявності поважних причин та підтверджуючих ці причини документів (наприклад, довідки про хворобу)

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: домашні та індивідуальні (додаткові) завдання після кожної теми по 2 бали за домашнє та 1 – за індивідуальне (додаткове) завдання відповідно, загалом максимальний бал = 3

бали після кожної теми з 10 тем; необхідними умовами зарахування балів є правильне розв'язання завдань та наявність лекційного конспекту (без наявності конспекту бали не нараховуються); три контрольні роботи протягом семестру по 10 балів кожна.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: письмовий залік

Умови допуску до семестрового контролю: семестровий рейтинг більше 20 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Зразок типового варіанту першої контрольної роботи:

Розв'язати рівняння або знайти розв'язок задачі Коші (в прикладах, де вказані початкові умови)

1. $y \ln y + xy' = 0$, $y(1) = e$.

2. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

3. $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$.

4. $(x^2 - 1)y' \sin y + 2x \cos y = 2x - 2x^3$

5. $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1$

6. $dx + (x + e^{-y}y^2) dy = 0$.

Максимальний бал за кожне завдання = 2 бали. Пишемо розбірливо, нумеруємо завдання, не забуваємо вказати своє прізвище та номер варіанту. Бажано виділяти заміни та відповіді.

Зразок типового варіанту другої контрольної роботи:

Розв'язати рівняння:

1. $7(x^3 y'^2 + x^2 y y') + 6 = 0$. (2 бали)

2. $xyy'' + xy'^2 = 2yy'$. (2 бали)

3. $y''(1 - 3yy'^2) = y'^4$ (2 бали)

4. Знайти частинний розв'язок рівняння методом невизначених коефіцієнтів

(числових значень коефіцієнтів не знаходити)

а) $y'' + 6y' + 10y = 3xe^{-3x} - 2e^{3x} \cos x$. (1 бал)

б) $y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x} \sin 2x$. (1 бал)

5. Розв'язати рівняння методом варіації довільної сталої

$$y'' + 4y = ctg 2x \quad (2 \text{ бали})$$

6 Розв'язати рівняння

$$(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0. \quad (2 \text{ бали})$$

Зразок типового варіанту третьої контрольної роботи:

1. Проінтегрувати рівняння.

$$x^2 y'' - xy' + y = 8x^3.$$

2. Знайти загальний розв'язок ЛОС методом зведення до ЛОР.

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = y - 4x. \end{cases}$$

3. Знайти загальний розв'язок ЛОС методом Ейлера.

$$\text{А. } \begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = y - 4x. \end{cases} \quad \text{Б. } \begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases}$$

$$\text{В. } \dot{x} = Ax, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Знайти загальний розв'язок ЛОС методом матричної експоненти.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 4y - x. \end{cases}$$

Орієнтовний перелік теоретичних питань на екзамен:

1. Означення розв'язку, загального розв'язку диференціального рівняння 1-го порядку
2. Задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку
3. Означення інтегральної кривої
4. Поле напрямів, ізокліни
5. Рівняння з відокремленими змінними. Схема інтегрування та теорема про існування розв'язку
6. Рівняння вигляду $y' = f(ax+by+d)$
7. Описати методи інтегрування в квадратурах однорідного рівняння 1-го порядку
8. Описати методи інтегрування в квадратурах рівнянь, що зводяться до однорідних
9. Описати методи інтегрування в квадратурах квазіоднорідного рівняння 1-го порядку
10. Описати методи інтегрування в квадратурах лінійного рівняння 1-го порядку (методи Лагранжа, Бернуллі та Ейлера)
11. Описати методи інтегрування в квадратурах рівняння Бернуллі
12. Рівняння Ріккаті. Твердження про зведення рівняння Ріккаті до рівняння Бернуллі
13. Канонічний вигляд рівняння Ріккаті.
14. Описати методи інтегрування в квадратурах спеціального рівняння Ріккаті.
15. Рівняння в симетричній формі. Означення розв'язку та загального інтегралу.
16. Означення рівняння в повних диференціалах
17. Теорема про загальний інтеграл рівняння в повних диференціалах та схема інтегрування.
18. Критерій рівняння в повних диференціалах та схема інтегрування
18. Означення інтегрувального множника
19. Теорема про існування інтегрувального множника
20. Способи відшукування інтегрувального множника
21. Умова Ліпшиця для функції двох змінних

22. Теорема Пікара (формулювання та доведення пунктів 1-3)
23. Теорема Пікара (формулювання та доведення пунктів 4-5)
24. Теорема Пеано (формулювання, схема доведення та доведення пунктів 1-2)
25. Теорема Пеано (формулювання, схема доведення та доведення пунктів 3-4)
26. Означення продовження розв'язку .
27. Теорема про продовження розв'язку (формулювання)
28. Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Означення розв'язку та формулювання задачі Коші, єдиність розв'язку задачі Коші.
29. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння 1-го порядку, нерозв'язаного відносно похідної
30. Описати загальний метод введення параметру для рівняння 1-го порядку, нерозв'язаного відносно похідної
31. Рівняння Лагранжа та Клеро
32. Означення розв'язку, загального розв'язку диференціального рівняння n-го порядку
33. Задача Коші для диференціального рівняння n-го порядку
34. Інтегровні типи диференціальних рівнянь n-го порядку
35. Рівняння n-го порядку, що допускають зниження порядку
36. Лінійні рівняння n-го порядку.
37. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійного рівняння n-го порядку
38. Властивості розв'язків ЛОР n-го порядку
39. Означення ЛЗ та ЛНЗ системи функцій
40. Елементарні властивості ЛЗ та ЛНЗ систем функцій
41. Приклади ЛНЗ систем функцій
42. Означення визначника Вронського
43. Необхідна умова ЛЗ функцій
44. Критерій ЛНЗ розв'язків ЛОР n-го порядку
45. Формула Остроградського-Ліувілля
46. Означення ФСР ЛОР n-го порядку
47. Теорема про існування ФСР ЛОР n-го порядку
48. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОР n-го порядку
49. Терма про побудову ЛОР n-го порядку за ФСР
50. Методи зниження порядку ЛОР n-го порядку. Формула Абеля для ЛОР 2-го порядку
51. ФСР ЛОР n-го порядку зі сталими коефіцієнтами
52. Рівняння Ейлера
53. Структура загального розв'язку ЛНР n-го порядку
54. Метод варіації довільної сталої для знаходження частинного розв'язку ЛНР n-го порядку
55. Метод невизначених коефіцієнтів для знаходження частинного розв'язку ЛНР n-го порядку
56. Лінійні системи диференціальних рівнянь n-го порядку. Означення розв'язку.
57. Задача Коші для лінійної системи диференціальних рівнянь n-го порядку
58. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійної системи диференціальних рівнянь n-го порядку
59. Зв'язок між ЛОС і ЛОР n-го порядку
60. Означення ЛЗ та ЛНЗ вектор-функцій
61. Визначник Вронського набору вектор-функцій
62. Необхідна умова ЛЗ вектор-функцій та критерій ЛНЗ розв'язків ЛОС n-го порядку
63. Означення ФСР ЛОС n-го порядку
64. Означення фундаментальної матриці ЛОС n-го порядку
65. Твердження про існування ФСР ЛОС n-го порядку
66. Твердження про вигляд загального розв'язку ЛОС n-го порядку
67. Формула Якобі
68. Метод Ейлера. Побудова ФСР ЛОС n-го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли кратність власного числа $=n-\text{rang}(A-iE)$.
69. Метод Ейлера. Побудова ФСР ЛОС n-го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли кратність власного числа $>n-\text{rang}(A-iE)$.
70. Означення експоненти матриці

71. Властивості експоненти матриці
72. Схема пошуку експоненти матриці
73. Вигляд загального розв'язку ЛНС n -го порядку
74. Метод варіації довільної сталої для знаходження частинного розв'язку ЛНС n -го порядку
75. Метод невизначених коефіцієнтів для знаходження частинного розв'язку ЛНС n -го порядку

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доктор фізико-математичних наук, професор Капустян О.В.

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 13 від 05.06.2024)

Погоджено Методичною комісією ІІСА (протокол № 10 від 24.06.2024)