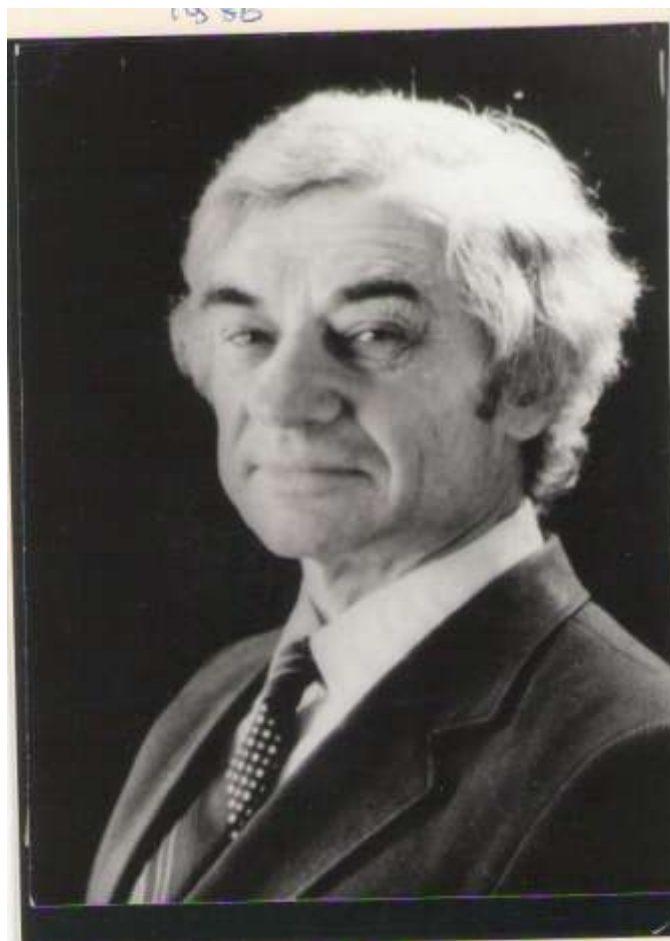


ЮРИЙ ЛЬВОВИЧ ДАЛЕЦКИЙ



**ВОСПОМИНАНИЯ КОЛЛЕГ, УЧЕНИКОВ,
ДРУЗЕЙ И РОДСТВЕННИКОВ.**

**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА
НТУУ «КПИ»**

ЮРИЙ ЛЬВОВИЧ ДАЛЕЦКИЙ

**ВОСПОМИНАНИЯ КОЛЛЕГ, УЧЕНИКОВ,
ДРУЗЕЙ И РОДСТВЕННИКОВ.**

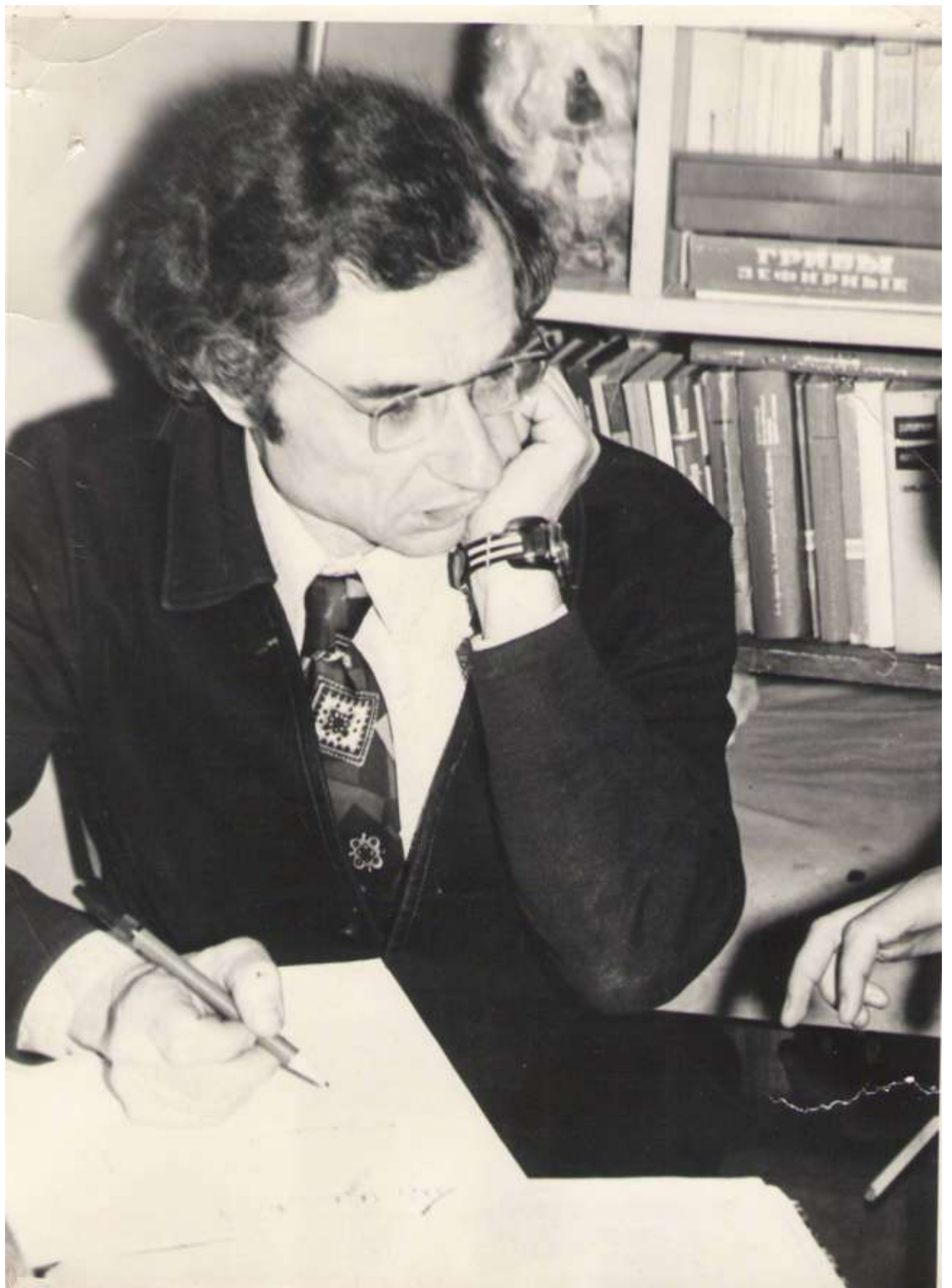
Киев 2008

Составители

Ю.В. Богданский, В.Г.Бондаренко, Л.П. Далецкая

ЮРИЙ ЛЬВОВИЧ ДАЛЕЦКИЙ. ВОСПОМИНАНИЯ КОЛЛЕГ, УЧЕНИКОВ,
ДРУЗЕЙ И РОДСТВЕННИКОВ.

В книге представлены очерки о жизни и научной деятельности выдающегося украинского ученого-математика, академика Национальной академии наук Украины профессора института прикладного системного анализа НТУУ “КПИ” Юрия Львовича Далецкого (1926-1997), воспоминания о нем коллег, учеников, друзей и родственников. В сборнике использованы так же материалы из личного архива Ю.Л. Далецкого. Указатель литературы знакомит читателя с научными трудами ученого. Сборник представляет интерес для широкой общественности, историков математики, студентов и преподавателей Национального технического университета Украины – КПИ.



ПРЕДИСЛОВИЕ

Есть люди, которые уходя в вечность, остаются в памяти людей навсегда, как будто незримо продолжают свой жизненный путь. Таким человеком был Юрий Львович Далецкий. Прошло 10 лет со дня его смерти. Срок достаточно значительный для трезвой оценки событий и фактов, позволяющий осмыслить роль ушедшего человека и оценить значение его личности в жизни близких людей, друзей и коллег. Оказалось, что Ю.Л. Далецкого помнят, любят, ценят его научные достижения, как и 10 лет назад.

Мы подумали, что пример этого замечательного человека, учёного-математика, всецело преданного науке, Учителя в полном значении этого слова, может быть полезен молодому поколению студентов и математиков.

"Лишь в слове жизнь дана". Хочется верить, что сборник, соответствуя этой мысли Ивана Бунина, воссоздаёт образ Юрия Далецкого.

Составители.

Мы помним встречи первый час
(12.40, как обычно),
Стихи на лекции...Рассказ о
Математики величии.

Вы всех нас за руку ввели
В суровый храм науки нашей,
Когда еще не знали мы,
Что нет науки в мире краше.

Мы благодарны Вам, учитель,
За терпеливость и за труд,
За Вам присущее уменье
Доставить радость от наук.

Пусть Вашу жизнь успех наполнит,
Пусть радость будет в ней всегда,
И пусть желания исполнит
Студентов “добрая” рука.

Студенты ПМА 4^{го} курса

Математическое наследие Юрия Львовича Далецкого

Я.И.Белопольская, Ю.М.Березанский, Ю.В.Богданский, В.С.Королук, В.В.Любашенко, Ю.А.Митропольский, А.М.Самойленко, А.В.Скороход, В.Р.Стебловская, М.Н.Феллер

Сборник посвящен памяти Ю.Л. Далецкого. В книге представлены очерки о жизни и научной деятельности выдающегося ученого-математика, академика Национальной Академии наук Украины, заслуженного деятеля науки и техники Украины, доктора физико-математических наук, профессора института прикладного системного анализа НТУУ “КПИ” Юрия Львовича Далецкого (1926-1997), а также воспоминания о нем коллег, друзей и родственников.

Юрий Далецкий родился в 1926 году в Чернигове. Еще в школьные годы Юрий Львович проявлял интерес к математике, читал учебники по анализу, решал задачи. В 17 лет, в годы Великой отечественной войны, он стал солдатом, участвовал в военных действиях на Дальнем Востоке. После окончания войны и демобилизации в 1946 году, Далецкий поступил на механико-математический факультет Киевского университета, который закончил в 1951 году. Уже в студенческие годы Юрий Львович активно увлекся научной работой. Его первые научные результаты были получены под руководством замечательного педагога и математика С.Г. Крейна и связаны с задачами теории дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах.

В 1950 году Ю.Л. Далецкий приступил к исследованию асимптотических методов для дифференциальных уравнений с малым

параметром в банаховых пространствах. Он перенес на бесконечномерные пространства метод Крылова – Боголюбова асимптотического расщепления эволюционных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами, а также конструкцию Боголюбова - Митропольского интегральных многообразий.

После окончания университета в 1951г. Ю.Л. Далецкий стал ассистентом Киевского политехнического института, а с 1964года- профессором. В течение 46 лет Юрий Львович был связан с КПИ.

Он автор около 180 статей и книг. Защитил кандидатскую и докторскую диссертации. Начатые в студенческие годы исследования были успешно продолжены в годы его работы в КПИ. Разработанный в его исследованиях бесконечномерный вариант теории устойчивости Ляпунова и результаты по экспоненциальной дихотомии вошли в совместную с М.Г. Крейном монографию.

В 1957году Ю.Л. Далецкий начал изучать связи между операторными эволюционными уравнениями и функциональными интегралами. Полученные им результаты вошли в его пионерскую статью, ставшую основой его докторской диссертации.

В 1962 Юрий Львович получил степень доктора физико-математических наук в Московском Государственном университете. В его диссертации были обоснованы формулы Фейнмана-Каца для широкого класса параболических и гиперболических уравнений, а также для уравнений Шредингера. Используя мультипликативное представление эволюционного оператора линейных дифференциальных уравнений, независимо позднее переоткрытого Е.Нельсоном, Ю.Л. Далецкий получил важный вариант известной формулы для возмущенного эволюционного оператора, другой вариант который был найден независимо Х.Троттером.

Позже Ю.Л. Далецкий и его ученики обобщили это мультипликативное представление, распространив его на случай нелинейных уравнений и

применили его к функциональным интегралам в пространстве ветвящихся траекторий.

Важным вкладом Ю.Л. Далецкого в развитие теории меры было определение квазимеры в бесконечномерном пространстве, которое включает меру Фейнмана. Одновременно с Л.Гроссом, предложившим определение бесконечномерного оператора Лапласа, Юрий Львович ввел определение общего эллиптического дифференциального оператора второго порядка (с переменными коэффициентами), действующего на гладких функциях в гильбертовом пространстве.

Основываясь на результатах К.Ито, И.Гихмана и А.Скорехода, он развил теорию стохастических дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве, применил эту теорию для решения задачи Коши для бесконечномерных параболических уравнений, построив вероятностное представление этого решения.

Ю.Л. Далецкий совместно с С.В.Фоминим работали над книгой о мерах и дифференциальных уравнениях в бесконечномерных пространствах. Книга была закончена одним Ю.Л. Далецким после смерти С.В.Фомина. Английское издание этой монографии содержит несколько дополнительных глав, написанных Ю.Л. Далецким и его учениками, посвященных различным аспектам бесконечномерной теории меры, теории дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах и стохастических дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах.

В 60-х годах Ю. Далецкий начал развивать новое направление- теорию стохастических уравнений на бесконечномерных гладких многообразиях, истоками которой послужили теория бесконечномерных стохастических уравнений и геометрия Римана. Совместно с Я.И. Белопольской он получил инвариантное описание стохастических уравнений Ито на гладких многообразиях; применил его к задаче Коши для квазилинейных параболических систем в слоях векторных расслоений, предложил бесконечномерный вариант исчисления Маллявена, а также нашел

достаточные условия гладкости переходных вероятностей диффузионных процессов на бесконечномерных гладких многообразиях.

Полученные результаты прояснили дифференциально-геометрическую природу стохастических дифференциальных уравнений и вошли в совместную с Я.И. Белопольской монографию.

В 80-х и 90-х годах Ю.Л. Далецкий продолжал исследование мер на бесконечномерных многообразиях. Им была обнаружена взаимосвязь между логарифмической производной гладкой меры и расширенным стохастическим интегралом, который был введен в различных (но эквивалентных) формах в 1972-1975 годах в работах Хитсуды, А.В.Скорехода, Ю.Л. Далецкого и их учеников.

Впоследствии для гладких мер им был сконструирован биортогональный негауссовский аналог полиномов Эрмита, преобразование Фурье-Винера и разложение Винера-Ито, а также указана конструкция квазиинвариантных мер на бесконечномерных группах Ли. Эта работа по аналогу полиномов Эрмита дала толчок построению "биортогонального" подхода к теории обобщенных функций бесконечного числа переменных, развитого в работах С. Альбеверио, Ю.Г. Кондратьева, Л. Штрайта, Ю.М. Березанского, В.А. Теско и др.

Ю.Л. Далецкий всегда был восприимчив к новым идеям и достижениям в математике, ему всегда был интересен поиск взаимосвязей между новыми и традиционными объектами. Изучая современные области математики, он получил много новых результатов. Так, изучая Z_2 - градуированные объекты, он сконструировал Z_2 - версию формального вариационного исчисления Гельфанда – Дикого, доказал Z_2 -версию теоремы Дубровина – Новикова о гидродинамических гамильтонианах. Совместно с Р.Н. Кадобянским предложил гамильтонов формализм уравнения Власова для суперчастиц.

При изучении некоммутативной дифференциальной геометрии, им был предложен, совместно с И.М. Гельфандом и Б.Л. Цыганом, ее градуированный аналог, затем, совместно с Б.Л. Цыганом, был получен

некоммутативный аналог операций над дифференциальными формами в коцепях Хохшильда. Эта работа, хотя и оставалась неопубликованной в течении длительного времени, повлияла на дальнейшее развитие некоммутативной геометрии.

Целью Ю.Л. Далецкого и его учеников было изучение формальной геометрии в различных ее аспектах: формальные ряды Ли, формальные операторные ряды, формальные решения стохастических дифференциальных уравнений и др. Изучая операды, он рассмотрел соответствующую банахову версию с нелинейными дифференциальными уравнениями и формальной дифференциальной геометрией.

Юрий Львович обобщил формулы Ньютона и Тейлора для функционального операторного исчисления, а также получил формулы для функций треугольных операторов, которые оказались неизвестными даже для матриц конечной размерности. Эти формулы были применены для нелинейных отображений, действующих из класса нелинейных дифференциальных уравнений в класс формальных степенных операторных рядов, в которых умножение заменено композицией.

Ю.Л. Далецкий щедро делился своими обширными знаниями со студентами, учениками, сотрудниками, а также со всем математическим сообществом. Он организовал научный семинар “Алгебраические структуры в математической физике”, где многие молодые киевские математики получили современное математическое образование.

Совместно с А.В. Скороходом, Юрий Львович руководил научным семинаром “Случайные процессы и распределения в функциональных пространствах”.

Будучи человеком глубокого, разностороннего образования, соединенного с необычайной душевной теплотой, Юрий Далецкий обладал величайшим педагогическим даром. Его лекции всегда были очень эмоциональными, всегда по существу, всегда неординарны. Они

демонстрировали проблемы в исследованиях и указывали пути их преодоления.

Юрий Львович не только занимался обучением студентов и аспирантов. Он воспитал целое поколение преподавателей, поставил на высокий уровень преподавание многих математических курсов в Киевском политехническом институте и в дальнейшем усовершенствовал их систему. Многие из его бывших студентов стали руководителями предприятий, директорами академических институтов, деканами факультетов, профессорами и академиками.

Ю.Л. Далецкий был руководителем 30-и кандидатских и консультантом 8-и докторских диссертаций, членом редакционной коллегии журнала "Methods of Functional Analysis Topology", начиная с первого выпуска (1995 г).

За научную и педагогическую деятельность, Ю.Л. Далецкий был избран в 1992 году действительным членом (академиком) Национальной академии наук Украины, получил ряд почетных званий.

Ю.Л. Далецкий был очень яркой личностью, которая всегда привлекала к себе людей. Он всегда был окружен студентами, коллегами и друзьями. Его энергичное и оптимистическое отношение к проблемам, не только математическим, но и к тем, которые он встречал в повседневной жизни, было источником вдохновения для тех, кто находился рядом с ним.

Всю свою жизнь Юрий Львович Далецкий посвятил науке и педагогической деятельности.

Ю.Л. Далецкий умер 12 декабря 1997 года в Киеве.

Юрий Львович Далецкий навсегда останется примером порядочности, правдивости, бескорыстия. В памяти тех, кто имел счастье быть рядом с ним, он вечно будет добрым и деликатным другом, готовым всегда прийти на помощь.

Л.П. Далецкая*

Наша юность и вся жизнь

*Воспоминания рождают вдохновенье,
Им свойственны неповторимые мгновенья
Невозвратимое еще раз пережить,
И радость прежней жизни ощутить.
В. Фролькис.*

По улице Ярославов Вал 21-Е, во дворе стоит старый 5-этажный дом с большими коммунальными квартирами. На первом этаже в 57 квартире 3 комнаты занимала семья – Дмитраковых-Репниных. Хозяйка этой квартиры Валентина Павловна Безус–Дмитракова, мужественная, благородная женщина, в годы фашистской оккупации забрала из рук соседки, идущей в Бабий Яр, маленького ребенка и вырастила его как своего родного. В этой квартире в тяжелые послевоенные годы собиралась и находила радушный прием самая разная молодежь. Здесь всегда по вечерам толпились студенты – математики, сокурсники Людмилы Георгиевны Репниной, дочери Валентины Павловны. Студенты консерватории упражнялись- кто-то на стареньком пианино, кто-то на аккордеоне, кто-то слушал пластинки с записями Вертинского и Шаляпина. Шли ожесточенные споры о генетике, космополитизме и антисемитизме в нашей жизни. Кто-то дремал на кушетке за шкафом, а кто-то уплетал горячий суп или кисель. Чайник всегда был на столе. Однажды вечером, оглушенная всем этим новым для себя обществом,

* Канд. мед. Наук, НМУ Украины, Киев

я, студентка 2 курса, медичка, не обратила особого внимания на то, что молодой математик основательно оттоптал мне во время танца ноги, чем, вероятно, и поразила его воображение. Так состоялось первое знакомство с Юрой Далецким. Этот худощавый юноша со спортивной фигурой, яркими карими глазами и пышной черной шевелюрой вызывал восхищение своей кипучей энергией. Он пел, танцевал, читал стихи, был заводилой ярких диспутов, удивлял своей осведомленностью по самым разным вопросам.

Когда профессор К.Ю.Кострюкова, заведующая кафедрой биологии в медицинском институте, будучи приверженцем пресловутого акад. Т.Д.Лысенко, громила на лекциях генетику, как “продажную девку империализма”, Юра приносил книги по генетике и помогал в них разбираться. Когда все медики ходили с низко опущенной головой во времена “разоблачения врачей - убийц” Юра без тени сомнения утверждал о лживости этого обвинения. Несколько позже, уже весной, были охапки крокусов и подснежников, по вечерам концерты в филармонии, театры, прогулки у Днепра и много, очень много интересных споров и бесед. Эти дни юности забыть невозможно!

Жизнь пролетает как “миг между прошлым и будущим”, миг яркий, увлекательный, до предела насыщенный радостями и разочарованиями. У каждого из нас был свой профессиональный круг интересов и коллег, которые постепенно становились общими друзьями. Семья жила и растила сына в атмосфере открытости, доброжелательности, взаимной поддержки. Были веселые многолюдные застолья, защиты диссертаций. Привычным стало постоянное присутствие в доме математиков всех возрастов, аспирантов, диссертантов, иногда и их детей, проведение семинаров.

Привычными также стали регулярные, невзирая на обстоятельства, поездки Ю.Л. на конференции, съезды, защиты. При этом он очень любил и ценил свой дом, свою семью, любил сына и гордился им.

Отношения с сыном — это особая сторона жизни Ю.Л. Когда на выпускном вечере у Алеши в школе Юрия Львовича попросили рассказать,

как ему удалось воспитать такого сына, он ответил, что никак его специально не воспитывал. Но это не совсем так. Юрий Львович вырос в семье без отца, который сначала активно участвовал в революции, затем был репрессирован Советской властью, где и когда умер – не известно, посмертно был реабилитирован. Рос Юрий Львович с отчимом. По-видимому, он хорошо понимал, какое значение имеет родной мужчина в семье для растущего мальчика. Юрий Львович очень ненавязчиво, но всегда участвовал в жизни Алеши. Он учил его плавать, ходить на лыжах, играть в шахматы, любить книги. Он даже позаботился о приобретении им некоторых боксерских навыков, когда пришло время отстаивать свою независимость в школе. Прогулки по лесу на Нивках с санками, лыжами и любимым эрделем Цезием сопровождались интересными рассказами о значении математики и физики в понимании законов природы, о значении спорта в формировании мужского характера, об интересных книгах и интересных исторических событиях. Содержание некоторых таких прогулок Алеша помнит и теперь. Однако Ю.Л. никогда не оказывал давления на решения сына, никогда не требовал от него отличных оценок в школе. Откровенно говоря, наш сын сам учился, сам стал скалолазом, затем мастером спорта по альпинизму, получил диплом спасателя, с группой друзей работал в г.Спитаке, спасая людей из-под развалин после землетрясения в Армении. Он самостоятельно выбрал механико-математический факультет Киевского университета для получения высшего образования и совершенно самостоятельно защитил докторскую диссертацию уже после смерти Юрия Львовича. Однако, влияние отца на формирование характера Алеши и выбор его жизненного пути не вызывает сомнений.

Юрий Львович обожал свой домашний кабинет, заваленный книгами и рукописями, в котором он проводил за работой все свободное от академической нагрузки время. В этом кабинете проходила работа с аспирантами и диссертантами, киевлянами и приехавшими из разных республик Союза и из-за рубежа. Эти встречи всегда носили не только

деловой, но и дружеский характер, т.к. Ю.Л. обладал необыкновенным умением никогда не демонстрировать свое превосходство.

Его любили, им восхищались, постоянно пользовались его доброжелательностью.

Осложняло работу отсутствие возможности личных контактов с зарубежными учеными. На все приглашения из-за рубежа следовал официальный ответ "профессор очень занят педагогической работой". Когда же такая возможность появилась, оказалось, что за рубежом очень многие коллеги ищут встреч с Ю.Л., а университеты заинтересованы в его лекциях. Удовольствие от этих встреч было взаимным. Прогулки по знаменитым местам Парижа, посещение музеев, возможность увидеть подлинники картин импрессионистов, любимые скульптуры Родена, уникальную Венеру Милосскую - все это вызывало восхищение, и все же на первом плане всегда была математика, главным оставались дела профессиональные (1992). Профессор Malliavin, знакомя нас со своей семьей, удивлялся "Ю.Л. и в Париже все бы работать и работать".

Очень много работал Ю.Л. при посещении Италии. В Пизе (1991) по приглашению старейшего университета, основанного еще Наполеоном (Scuola Normale Superiore), он в течение 2 недель читал лекции и проводил семинары. Конечно, красота Пизанской Башни, Баптистерия, Собора никого не может оставить равнодушным, но работа, как всегда, была его основным занятием. Незабываемое впечатление оставило посещение Флоренции и Венеции. В Риме (1993) нас радушно встречали профессора L.Accardi, Da Prato, много молодых людей, лекции в университете и встречи, встречи. Именно в Риме единственный раз в жизни я видела Юрия Львовича совершенно ошеломленным и не сдерживающим эмоций. Это произошло в Ватикане, при входе в знаменитый Собор Святого Петра. Величественное зрелище, творение Микельанджело, Бернини и других выдающихся мастеров итальянского Возрождения поражает всякого, но такой реакции от Ю.Л. даже я не ожидала. Бледный, со слезами на глазах, застывший в неподвижной позе

он как бы впитывал в себя окружающую красоту. Он был атеистом, но при каждой представляющейся возможности стремился попасть в Собор Святого Петра. К фонтанам, цветам и Колизею он относился значительно спокойнее.

Запомнился еще один эпизод, случившийся в Италии. Ю.Л. был приглашен на остров Капри, участвовать в юбилейной конференции, посвященной Dell'Antonio, после которой мы были приглашены на торжественный банкет. Адриатическое море, Неаполь, на горизонте Везувий, сказочно красивый остров. На открытой веранде на берегу моря, вокруг бассейна с плавающими розами, расположились гости. Торжественная, несколько напряженная обстановка. В какой то момент появляется национальный ансамбль песни и все сдержанно слушают его выступление. Вдруг среди артистов оказывается Ю.Л. Он мгновенно нашел общий язык с оркестром и под итальянским небом зазвучали неаполитанские песни на русском и украинские - на украинском языке. Затем вокруг бассейна пошел плясать тарантеллу хоровод, конечно, с участием Ю.Л. Это было красиво. Зал ожил, а Ю.Л. со всех сторон зала слышал благодарности и поздравления.

В этом эпизоде проявилась уникальная натура Ю.Л., его способность мгновенно реагировать на ситуацию, находить общий язык с любым окружением, его непосредственность и просто умение веселиться.

Крайне насыщенной была поездка в Израиль, где оказалось много соотечественников (1994) и Ю.Л. был просто нарасхват. Несмотря на уже плохое самочувствие, он читал лекции в Технионе в Хайфе, участвовал в конференции в Университете Иерусалима, встречался с коллегами в институте Вейсмана в Реховате, университете Телль – Авива, успел провести оживленный диспут на приеме в Украинском посольстве со Щербаком. Многочисленные встречи с друзьями, ставшими иностранцами. Израиль удивительная страна, в которой каждый человек и даже маленькие дети чувствуют свою ответственность за ее судьбу. При поездках в США (1991, 1996, 1997) Ю.Л. продолжал сотрудничество с коллегами и учениками в

университете Кливленда, в университете штата Мичиган. Эти многочисленные встречи и личные контакты с математиками Германии, Польши, Великобритании, Японии радовали и наполняли яркими впечатлениями тяжелые годы болезни.

Всю жизнь Ю.Л. усилием воли приходилось преодолевать препятствия профессиональные и житейские, болезни и их последствия, не всегда благоприятные возможности для занятий математикой. Однако его оптимизм и жизненная энергия были неисчерпаемы. Через несколько месяцев после тяжелой онкологической операции с пластикой пищевода в институте Экспериментальной хирургии им. Шалимова, где хирурги проявили чудеса профессионализма, Ю.Л. в составе делегации Института математики АНУ уже делал доклад на конгрессе в Японии. Так состоялась долгожданная встреча с профессором К. Ито. В трудный послеоперационный период Ю.Л., кроме врачей был окружен друзьями, учениками, сотрудниками, которые очень много сделали для восстановления его морального и физического состояния. Три послеоперационных года были насыщены поездками, встречами, работой.

В декабре 1996 г. Юрий Львович с коллегами и друзьями отмечает на кафедре свой 70-летний юбилей. Было сказано много теплых слов и искренних пожеланий.

Но, к сожалению, болезнь прогрессировала.

В начале 1997 года Юрий Львович перенес инфаркт миокарда и тяжелую анемию, ему приходилось несколько раз ложиться в больницу, но всегда продолжалось общение с сотрудниками и учениками. Составлялись и обсуждались учебные планы, лекционные курсы на предстоящий год, научные перспективы.

Уже, будучи в крайне тяжелом состоянии, Ю.Л. посчитал невозможным не прочесть 1 сентября первую лекцию студентам 4 курса. Это было его последнее посещение родного политехнического института. На

следующий день он был госпитализирован в гастроэнтерологическое отделение больницы в Феофании.

В течение 3 месяцев мы с сыном день за днем находились рядом, лучшие врачи Киева делали все возможное, чтобы облегчить и продлить жизнь Ю.Л. К сожалению безуспешно. До последних дней жизни он оставался удивительно мужественным человеком, никогда не обременяя близких людей и медработников жалобами и капризами. Создавалось впечатление, что до последних дней жизни Ю.Л. не терял надежды на выздоровление. По сей день врачи с уважением его вспоминают.

Умер Юрий Львович дома, в своем любимом кабинете 12 декабря 1997 года. Семья осиротела. Сыну Ю.Л. оставил завещание в стихах Киплинга, по которому старался жить сам.

Заповедь¹

Р.Киплинг

Владей собой среди толпы смятенной,
Тебя клянущей за смятение всех,
Верь сам в себя, наперекор вселенной,
И маловерным отпусти их грех;

Пусть час не пробил - жди, не уставая,
Пусть лгут лжецы - не снисходи до них;
Умей прощать и не кажись, прощая,
Великодушной и мудрей других.

Умей мечтать, не став рабом мечтанья,
И мыслить, мысли не обожествив;

¹ Пер. М.Лозинского

Равно встречай успех и поруганье,
Не забывая, что их голос лжив;

Останься тих, когда твое же слово
Калечит плут, чтоб уловлять глупцов,
Когда вся жизнь разрушена и снова
Ты должен все воссоздавать с основ.

Умей поставить в радостной надежде,
На карту все, что накопил с трудом,
Все проиграть и нищим стать, как прежде,
И никогда не пожалеть о том.

Умей принудить сердце, нервы, тело
Тебе служить, когда в твоей груди
Уже давно все пусто, все сгорело
И только Воля говорит: "Иди!"

Останься прост, беседуя с царями,
Останься честен, говоря с толпой;
Будь прям и тверд с врагами и друзьями,
Пусть все, в свой час, считаются с тобой;

Наполни смыслом каждое мгновенье,
Часов и дней неумолимый бег, -
Тогда весь мир ты примешь во владенье,
Тогда, мой сын, ты будешь Человек!

Белопольская Я.И.*

Памяти учителя

*Если мудрость начертана в сердце строкой.
Значит будет в нем ясность, любовь и покой
Если счастлив работой своей и стремишься
Лишь к познанию мира – мир будет с Тобой.*

*Тот блажен, кто не стал в наше время рабом
В нечестивой погоне за жирным куском,
Кто свой век посвятил математике в целом,
А локально – друзьям, что сидят за столом*

В этом году исполняется 80 лет со дня рождения Ю.Л.Далецкого. Всегда бывает очень грустно, когда из жизни уходит хороший человек, особенно грустно, если это близкий человек, которому ты многим обязан. Для меня Юрий Львович был человеком, открывшим удивительный и интересный мир, называемый математикой, и показавшим сколь увлекательно жить в этом мире. Я была студенткой второго курса политехнического института, когда он начал читать лекции на нашем потоке. С первых же лекций он заразил меня своим энтузиазмом и любовью к

* Доктор физ-мат. наук. Санкт-Петербург, Россия

математике. Я потом часто слышала жалобы студентов на то, что Ю.Л. лекции читает слишком быстро, что их очень трудно конспектировать и, вероятно это было на самом деле так. Но когда я слушала его лекции, мне казалось, что передо мной рисуют картину большими мазками и образ возникает, даже если отдельные детали не до конца прописаны. При этом лектор думает и творит прямо у доски, а не читает давно заученный текст и это завораживает. Юрий Львович был человеком высоко эмоциональным и увлекающимся. Начав читать лекцию на вполне классическую тему, он всегда старался показать студентам как важно то, что он обсуждает для современной математики и естествознания. На мой взгляд Ю.Л. был человеком из породы просветителей. Ему очень важно было иметь учеников, иметь рядом людей готовых немедленно обсуждать возникшую идею и вместе с ним думать над ней. На сайте я недавно увидела, что “говаривал профессор Далецкий Ю.Л., студент не сосуд, который нужно наполнить, а факел, который можно зажечь ”и Юрий Львович вкладывал весь жар своей души для того, чтобы зажечь этот факел.

За время своей педагогической деятельности он был организатором и душой большого количества семинаров. Мое непосредственное общение с Юрием Львовичем началось как раз с участия в таком семинаре, который начал работать в КПИ, когда я была на четвертом курсе. Это был чисто учебный семинар, на котором изучались различные вопросы функционального анализа и реферировалась только что вышедшая тогда книга Данфорда и Шварца по теории линейных операторов. Я мало что понимала тогда, но увидела как интересно знакомиться с новой областью. Позднее Ю.Л. был организатором целого ряда семинаров. Иногда эти семинары работали в Киевском институте математики – как семинар по случайным процессам руководимый Ю.Л. Далецким совместно с А.В. Скороходом, а иногда в его родном институте КПИ или даже в доме научно-технической пропаганды, с которым Юрий Львович сотрудничал и где читал лекции по математике для различных слушателей. Все участники

этих семинаров помнят ту теплую, дружелюбную атмосферу, которая была на этих семинарах.

Семинар в КПИ начал работать в тот период, когда Юрий Львович, относительно недавно защитил докторскую диссертацию по функциональному анализу, в которой были построены континуальные интегралы, связанные с операторными эволюционными уравнениями. В его диссертации было получено немало замечательных фундаментальных результатов и, в частности, знаменитая формула, которую, к его огорчению, часто называли в западной литературе формулой Троттера[3].

Напомним, что собой представляет эта формула. Рассмотрим эволюционное уравнение вида

$$\frac{du}{dt} = A(t)u + B(t)u, \quad u(t_0) = u_0 \quad (1)$$

где A и B некоммутирующие, возможно неограниченные операторы. Пусть далее $\phi(t) = T_1(t, t_0)\phi_0$ и $\psi(t) = T_2(t, t_0)\psi_0$ решения соответствующих уравнений

$$\frac{d\phi}{dt} = A(t)\phi, \quad \phi(t_0) = \phi_0 \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = B(t)\psi, \quad \psi(t_0) = \psi_0 \quad (3)$$

где $T_1(t, t_0)$ и $T_2(t, t_0)$ ограниченные операторы, сопоставляющие решения $\phi(t)$, $\psi(t)$ соответствующим начальным условиям ϕ_0, ψ_0 . Тогда решение уравнения может быть построено в виде

$$u(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n T_1(t_k, t_{k-1}) T_2(t_k, t_{k-1}) u_0 \quad (4)$$

если соответствующий предел существует. Конечно, основная проблема состоит в доказательстве существования этого предела, особенно в том случае, когда A и B дифференциальные операторы. Именно этот случай был доказан в докторской диссертации Далецкого.[2]

Отметим, что позже этот подход был перенесен на стохастические уравнения в работах его учениц [7], [5], [9], о чем еще будет сказано ниже.

В докторской диссертации Юрия Львовича был поставлен ряд новых задач и указан ряд направлений для исследования. Эти задачи в дальнейшем стали темами исследовательской работы его самого и его учеников в последующие годы.

Очень интересно собрать и проследить темы кандидатских диссертаций, которые были выполнены под его руководством – они отражают эволюцию его интересов. Как правило, своим аспирантам темы Ю.Л. давал из списка вопросов, волновавших его в тот или иной момент. У него была тетрадь, а которую он записывал эти вопросы в течение многих лет и с удовольствием вычеркивал, когда ответы на них были получены. При выборе задач из этого списка для своих учеников, его беспокоило, чтобы у каждого из них было широкое поле для творчества, и поэтому он никогда не предлагал следующим ученикам продолжить работу, начатую его предшественником. Ему всегда хотелось верить, что люди, которые работают рядом с ним, также беззаветно преданы математике, как и он сам. Естественным, что это не всегда было так, и позднее он сокрушался, что начатое исследование подхвачено где-то в другом месте, что приоритет потерян, а можно было бы оказаться в числе пионеров, но это не влияло на характер его общения со следующими аспирантами, и им он вновь ставил совершенно новые задачи и уходил с ними в свободный поиск.

Юрий Львович всегда говорил, что его цель не решать задачи, а разбираться в ситуации. Еще одним любимым высказыванием его было, что нужно, насколько возможно и если возможно, заменять вычисления идеями.

К задачам, решенным под его руководством в 60-е годы, относились:

- 1) Задача построения интегралов по пространству деревьев, связанные с нелинейными параболическими уравнениями, ставшая темой диссертации А. Заплитной.
- 2) Построение теории уравнений первого порядка с функциональными производными (тема диссертации Н.М.Кухарчука)

3) Построение фейнмановских интегралов для уравнения Шредингера в функциональных пространствах (тема диссертации Стремского В.В [11])

Далее естественным образом возникал вопрос о построении решения уравнений второго порядка с функциональными производными и вообще о построении теории уравнений в частных производных для функций от бесконечного числа переменных.

В то время еще не было понятно даже как формулировать эти задачи. По существу не было понятно, как определить даже такой простой оператор второго порядка, как оператор Лапласа в функциональном пространстве.

Существует несколько вариантов обобщения классического оператора Лапласа на бесконечномерный случай.

Один из них, приведенный в работе П. Леви и называемый оператором Лапласа-Леви, всегда был интересен Юрию Львовичу. Теория операторов Лапласа-Леви последовательно развивалась в работе М. Феллера, диссертация которого "Решения уравнений в вариационных (функциональных) производных при помощи рядов Фурье- Эрмита" (1967) была первой диссертацией, защищенной под руководством Юрия Львовича. Недавно результаты многочисленных исследований М.Н. Феллера были изложены в его монографии. Гораздо позже под его руководством была выполнена еще одна работа - диссертация Богданского Ю.В. "Задача Коши для параболических уравнений с существенно бесконечномерными эллиптическими операторами" (1979).

Другой вариант был связан с непосредственным обобщением классического оператора Лапласа, соответствующего дифференциальному выражению вида

$$\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$$

на бесконечномерный случай $n = \infty$. При этом очевидным образом возникает бесконечный ряд и для того, чтобы обеспечить его сходимость приходится

сужать область определения оператора до множества функций, гессианы которых представляют собой ядерные операторы. Такой вариант был рассмотрен в работах Гросса[13].

Еще один вариант был предложен в работах Ю.Л. Далецкого, где были рассмотрены операторы вида

$$L(x)u(x) = \text{Tr}_H A(x)u'(x)A^*(x) \quad (5)$$

Естественная область определения таких операторов состояла из дважды непрерывно дифференцируемых функций, но при этом оператор $F(x) = A(x)A^*(x)$ должен был быть ядерным оператором для того, чтобы выражение (5) было корректно определено. Заметим, что случай $A(x) = Id$ (рассмотренный в работах Гросса) хотя и является частным случаем рассматриваемой ситуации, но требует независимого рассмотрения, поскольку тождественный оператор Id не является ядерным оператором в гильбертовом пространстве.

В поисках техники, позволяющей развивать теорию уравнений в частных производных второго порядка в бесконечномерных пространствах, Ю.Л. Далецкий заинтересовался теорией стохастических дифференциальных уравнений, развитию бесконечномерного варианта которой были посвящены в течение долгих лет работы его самого [15] и его учеников [16]-[17]. В этих работах были получены результаты, позволившие распространить результаты конечномерной теории стохастических уравнений сначала на бесконечномерные гильбертовы пространства, а затем и на широкий класс банаховых пространств и многообразий.

Развитие теории стохастических уравнений в гильбертовом пространстве показало, что техника, развитая в рамках этой теории, позволяет с одной стороны развивать теорию уравнений в частных производных для функций бесконечномерного аргумента, а с другой стороны развивать совершенно новую теорию дифференциальных уравнений для мер в бесконечномерных пространствах. Важность развития этого последнего направления Юрий Львович обсуждал с С.В. Фоминым и эта тема стала

одной из основных в монографии [19], написанной Юрием Львовичем уже после смерти своего соавтора. В 1992 году появилось издание на английском языке этой замечательной книги [20], куда вошли также некоторые результаты, полученные Ю.Л. и его учениками за период с 1983 по 1992 год.

Интерес Ю.Л.Далецкого к бесконечномерным случайным процессам был навеян как возможностями использовать случайные процессы для построения решения краевых задач для бесконечномерных уравнений в частных производных, так, с другой стороны, непосредственно потребностями бесконечномерного гармонического анализа.

Приведем названия тем кандидатских диссертаций, выполненных под его руководством и посвященных развитию теории случайных процессов в бесконечномерных пространствах.

Белопольская Я.И. "Диффузионные процессы на бесконечномерных дифференцируемых многообразиях" (1972)

Бондаренко В.Г. "Диффузионные процессы в гильбертовом пространстве" (1972)

Парамонова С.Н. "Стохастический интеграл по случайной нормально распределенной аддитивной функции множеств" (1974).

Тетерина Н. И. "Мультипликативные стохастические интегралы и их применение" (1974).

Наголкина З.И. "Мультипликативные представления решений стохастических уравнений" (1980).

Стебловская В.Р. "Метод допустимых операторов в проблеме абсолютной непрерывности мер " (1990).

Гончарук Н.Ю. Некоторые задачи связанные со стохастическими дифференциальными уравнениями параболического типа (1992).

Развитие гармонического анализа на бесконечномерном многообразии или группе Ли было в 70-е годы важной открытой задачей. Проблемы, возникающие при развитии бесконечномерного анализа, существенно связаны с отсутствием в этом случае хорошей инвариантной меры типа меры Лебега, что естественно приводит к необходимости построения мер, если не инвариантных, то хотя бы квазиинвариантных относительно достаточно большой группы преобразований бесконечномерного фазового пространства. Один из способов построения таких мер могла предоставить теория случайных процессов на бесконечномерных многообразиях. Но для этого нужно было развить теорию диффузионных процессов на таких фазовых пространствах и найти подходящую группу преобразований диффузионных процессов, приводящую к абсолютно непрерывным преобразованиям их распределений.

Эта задача привела к развитию теории диффузионных процессов на многообразиях и векторных расслоениях, изложенной в наших совместных работах [21]-[23] и монографии [24].

Переход к векторным расслоениям и построение двухкомпонентных диффузионных процессов, которые уважали бы наличие структуры векторного расслоения, был связан с конструкцией, возникшей в работах Юрия Львовича [31],[32], которая показала как можно использовать диффузионные процессы как для построения решения краевых задач для широкого класса систем параболических уравнений. Эта конструкция была предложена еще в докторской диссертации Ю.Л. Далецкого [2], а затем развита в работах его аспирантов [5], [6] и связана с изучением свойств решений линейных стохастических уравнений с коэффициентами,

зависящими от некоторого марковского процесса. Решения таких уравнений приводят к понятию мультипликативных операторных функционалов от марковских процессов, и позволяют построить вероятностные представления решений задачи Коши для систем параболических уравнений.

Еще одна идея, связанная с обобщением формулы (3) на случай стохастических уравнений, была реализована в диссертации З.И. Наголкиной [7], [8]. В частности, соответствующая мультипликативная формула была использована для построения решения стохастического уравнения, снос которого содержал неограниченные операторы как линейные, так и нелинейные. Эти исследования затем были продолжены в диссертационной работе Н. Гончарук.

После защиты кандидатской диссертации я попала в Институт технической теплофизики АН УССР, где мне было поручено заниматься нелинейными параболическими и интегро-дифференциальными уравнениями. Обсуждая с Юрием Львовичем эти задачи, мы поняли, что можно применить методы теории стохастических уравнений и для решения этих задач. В результате был развит подход к решению нелинейных параболических уравнений и систем, основанный на изучении стохастических уравнений с коэффициентами, зависящими от распределения решения стохастического уравнения. Эта идея была позаимствована нами из работ МакКина [25] и Фрейдлина [26] и перенесена на интересующие нас структуры. Это позволило построить вероятностные представления решений для ряда интересных нелинейных параболических уравнений и систем. При этом оставалось несколько открытых вопросов, ответы на которые нас очень интересовали, но получить их в то время не удалось.

К этим вопросам относились во первых возможность применить развитую нами технику к таким классическим и важным системам как, например, системы уравнений гидродинамики (в частности, система Навье-Стокса) и вопрос о том, можно ли из полученных нами результатов сделать какие-нибудь выводы о поведении гиперболических систем. В то время нам

казалось, что ответы на эти вопросы отрицательны. И лишь недавно мне удалось понять, что это не так, и что развитые нами методы могут быть использованы для исследования этих задач [27], [28]. Мне очень не хватает возможности поговорить на эту тему с Юрием Львовичем.

В последние годы его жизни, к сожалению, наше общение стало эпизодическим. Научные интересы Юрия Львовича в это время снова изменились. Теперь он интересовался задачами суперанализа, а затем и вообще чисто алгебраическими задачами, которые привели его к теории операд. [31] При одной из последних встреч он мне сказал, что как оказалось, он всегда, сам не до конца осознавая это, был в душе алгебраистом. Конечно, это видно по названиям диссертаций, защищенных под его руководством в это время:

Спекторский И. Я. "Стохастические уравнения в пространствах формальных рядов и формальных отображений" (1999).

Кушниревич В. "Супералгебры Лейбница и их применение" (2000).

Юрий Львович был очень яркой и непосредственной личностью. Он обладал большим обаянием и способностью воодушевлять людей, зажигать их своим энтузиазмом и увлеченностью математикой. На математические темы он мог разговаривать всегда и везде, однако круг его интересов был гораздо шире. Он знал и любил поэзию и живопись. Мог часами читать на память любимых поэтов. Очень любил классическую музыку и превосходно знал ее. Любил оперетту и очень любил петь. Он мог исполнить классическую арию и очень любил бардовскую песню, особенно любил песни Окуджавы - они были очень созвучны его душе.

Подчас семинары проводились у него дома и после обсуждения какого-нибудь доклада, появлялась гитара, и еще какое-то время продолжалось общение уже под гитару, когда пелись любимые песни. Я думаю, что все участники этих семинаров сохранили самые теплые воспоминания о них.

Как аспирантка Юрия Львовича, я много раз бывала с ним на различных конференциях и школах. Юрий Львович был очень

демократичным человеком, совершенно чуждым какого-либо чинопочитания. Среди его друзей было очень много ярких математиков, и он с большим удовольствием представлял им своих учеников. Сидеть рядом с ним на любом докладе было очень интересно, хотя и нелегко – подчас приходилось слушать два доклада – сам доклад и комментарий Ю.Л. Он часто улавливал мысль докладчика на несколько мгновений раньше, чем она была явно сформулирована и с удовольствием комментировал доклад своим ученикам.

Отдельный сюжет - это участие Ю.Л. в воронежских школах. Воронежские зимние математические школы - детище учителя Ю.Л. - С.Г.Крейна. Это было место, куда собирались люди из разных городов огромной страны, от Таллина до Владивостока, чтобы послушать циклы лекций по наиболее продвинутым (к моменту проведения школы) направлениям математики и рассказать о своих результатах.

Юрий Львович обладал мгновенной реакцией на новые идеи и новые результаты. Особенно интересно было сидеть рядом с ним на лекциях в Воронеже. Воронежские школы никогда не были вероятностными школами – это были школы, где обсуждались самые свежие и яркие результаты из самых разных областей математики. Слушая лекцию, Юрий Львович часто понимал, что будет сказано лектором через пять минут, даже в не самой близкой для него области математики, его эрудиции и фантазии хватало на то, чтобы предугадать результат, который лектор у доски собирается объяснить через несколько минут.

Юрий Львович был очень общительным и доброжелательным человеком. У него было очень много друзей среди математиков в самых разных городах - от Владивостока до Вильнюса. Особенно много близких ему людей было в Харькове, Москве и Ленинграде (который, впрочем, и тогда в просторечии звался Питером). Он не был диссидентом, но всегда был очень порядочным и смелым человеком, с большой тягой к общественной деятельности. Он явно обладал организаторским талантом, хотя и никогда не

стремился занимать какие-либо посты. Он всегда приходил на помощь людям, особенно молодым начинающим математикам, с удовольствием поддерживал их. Если молодой человек становился его аспирантом, то он всегда мог рассчитывать на его поддержку, но если он при этом претендовал на творческую самостоятельность, то и это не вызывало противодействия. Он предоставлял полную свободу своим ученикам и готов был обсуждать их задачи.

Заканчивая эту статью, мне хочется ещё раз сказать, что свет, зажжённый Юрием Львовичем в душах его учеников, ещё много лет будет освещать их путь и воспоминания о нём будут согревать их. Спасибо ему за это.

Список литературы

- [1] Далецкий Ю.Л. Континуальные интегралы и характеристики связанные с группой операторов. ДАН СССР 141, 1961, 1290-1293.
- [2] Далецкий Ю.Л. Функциональные интегралы, ассоциированные с операторными эволюционными уравнениями. Успехи матем. Наук, 17, 1962, по. 5 (107), 3-115.
- [3] Trotter H. F. On the product of semi-groups of operators, Proc. Amer. Math. Soc. 10, (1959), 545-551.
- [4] Далецкий Ю.Л. Мультипликативные операторы диффузионных процессов дифференциальные уравнения в сечениях векторных расслоений. УМН, по. 2(182), 209-210.
- [5] Далецкий Ю.Л.; Тетерина Н.И. Мультипликативные стохастические интегралы Успехи матем. наук 27 (1972), по. 2(164), 167-168.
- [6] Белопольская Я.И. Стохастические процессы в бесконечномерных векторных расслоениях Теория вероятн. и матем. статистика. Киев v. 12. 1975. p.3-13.
- [7] Белопольская Я.И., Наголкина З.И. Мультипликативные представления решений стохастических дифференциальных уравнений. ДАН УССР, N11, 1977.

- [8] Белополюская Я.И., Наголкина З.И. Класс стохастических уравнений с частными производными ТВиП, N3, 1982.
- [9] Goncharuk, N. Yu.; Daletsky, Yu. L. Random operator functions dened by stochastic dierentia lequations. Probability theory and mathematical statistics, Vol. I (Vilnius, 1989), 433-445,
- [10] Далецкий Ю.Л.; Заплитная А.Т. Интегралы по пространству деревьев, связанные с нелинейными параболическими уравнениями Укр. матем. ж. т. 17 (1965) no. 5, 110-114.
- [11] Далецкий Ю.Л.; Стремский В.В. Фейнмановские интегралы для уравнения Шредингера в функциональных производных. Успехи матем. наук 24 1969 , 1 (145), 191-192.
- [12] Feller M. N. The Levy Laplacian. Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, Sao Paulo: Cambridge University Press, 2005.
- [13] L. Gross. Potential theory on Hilbert space. J. Funct. Anal., 1 (1967), 123 - 181.
- [14] Dalecki, Yu. L. Integration in function spaces and di erential equations with functional derivatives. Proceedings of the International Colloquium on Nuclear Spaces and Ideals in Operator Algebras (Warsaw, 18-25 June 1969). Studia Math. 38 (1970), 333-340.
- [15] Далецкий Ю.Л. Эллиптические операторы в функциональных пространствах и диффузионные уравнения ассоциированные с ними. ДАН СССР 171 (1966), 21-24.
- [16] Бохонов Ю.Е., Далецкий Ю.Л. Задача Коши для линейной параболической системы с бесконечномерным аргументом Укр. матем. ж., 31 (1979), no. 6, 644-649, 765.
- [17] Далецкий Ю.Л., Марянин Б.Д. Гладкие меры на бесконечномерных многообразиях ДАН СССР 285 (1985), no. 6, 1297-1300.
- [18] Далецкий Ю.Л. Представление решений операторных уравнений в виде континуальных интегралов ДАН СССР 134 (1960), 1013-1016.

- [19] Далецкий Ю.Л.; Фомин С.В. Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах. "Наука", М., 1983. 384 стр.
- [20] Dalecky, Yu.L., Fomin, S.V. Measures and Differential Equations in Infinite Dimensional Space Series: Mathematics and its Applications, Vol. 76 (1992) 356 p.
- [21] Белопольская Я. И., Далецкий Ю.Л. Уравнения Ито и дифференциальная геометрия УМН, т.37, вып.3 (1982), 95-142.
- [22] Белопольская Я. И., Далецкий Ю.Л. Марковские процессы ассоциированные с нелинейными параболическими системами. ДАН СССР т. 250. N. 3, 1980, 268-271.
- [23] Белопольская Я. И., Далецкий Ю.Л. Диффузионные процессы в банаховых пространствах и банаховых многообразиях. Труды ММО v. 37. (1978), 113-150.
- [24] Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И. Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия. Киев: Выща школа, 1989.- 295 с.
- [25] McKean H. A class of Markov processes associated with nonlinear parabolic equations Proc. NAS USA 59, N6, (1966), 1907-1911.
- [26] Фрейдлин М. И. Квазилинейные параболические уравнения и меры в функциональном пространстве . Функциональный анализ и его приложения. 1 N3 (1967), 237-240 .
- [27] Ya. Belopolskaya, Burgers equation on a Hilbert manifold and the motion of incompressible uid. Methods of Functional Analysis and Topology. N 4. v 5 (1999) 15-27.
- [28] Белопольская Я.И. Вероятностный подход к решению нелинейных параболических систем. ТВиП т.49 N 4 (2004) 1-28.
- [29] S. Albeverio, Ya. Belopolskaya. Probabilistic interpretation of the VV-method for PDE systems "Analytical approaches to multidimensional balance laws", Nova Science Publishers, Inc. (2005) 1-43.

- [30] S. Albeverio, Ya. Belopolskaya, Probabilistic approach to systems of nonlinear PDEs. And vanishing viscosity method Markov processes and related topics V. 12, N1, 2006, 59-94
- [31] Daletskii, Yuri L.; Kushnirevitch, Vitaly A. Formal differential geometry and Nambu-Takhtajan algebra. Quantum groups and quantum spaces (Warsaw, 1995), 293-302, Banach Center Publ., 40, Polish Acad. Sci., Warsaw, 1997.
- [32] Daletskii, Yuri L.; Takhtajan, Leon A. Leibniz and Lie algebra structures for Nambu algebra. Lett. Math. Phys. 39 (1997), no. 2, 127-141.
- [33] Далецкий Ю.Л. Формальные операторные степенные ряды и некоммутативная формула Тейлора. Воронежская зимняя школа, 1998, 41-61.

Ю. В. Богданский*

Юрий Львович Далецкий

Моё знакомство с Юрием Львовичем состоялось в начале 1971 года, когда я, тогда уже студент последнего курса Московского университета, искал возможность вернуться после окончания обучения в Киев. Юрий Львович предложил поступить мне к нему в аспирантуру (я был тронут оказанным мне доверием: ведь ему обо мне практически ничего не было известно). В аспирантуру в тот год мне так и не удалось поступить – в правила игры входила сдача экзамена по истории КПСС – науки, логика которой мне не доступна и по сей день. Поступил лишь через два года, предварительно сдав все кандидатские экзамены.

Не уступая ни на йоту в своём уровне лучшим московским математикам, Юрий Львович отличался от многих из них своей терпимостью, толерантностью. Будучи глубоко интеллигентным человеком,

* Доктор физ.-мат. наук ИПСА НТУУ «КПИ». Киев

он был в состоянии терпеливо выслушивать порой, мягко говоря, несуразные идеи своих учеников, аспирантов, студентов, воздерживаясь от каких-либо язвительных замечаний. Правда, автор этих строк был свидетелем того, что на студенческом экзамене даже терпение Юрия Львовича порою не выдерживало.

Учебно-научные семинары, проводимые Юрием Львовичем, по своей насыщенности, информативности ничем не уступали, а порой и превосходили научные семинары, которые мне довелось посещать при обучении в МГУ.

Юрий Львович был математиком высшего, мирового уровня. Глубокая математическая эрудиция позволяла ему воспринимать на семинаре доклад по тематике, далёкой от его интересов, и даже порой предвосхитить результат доклада. Юрий Львович пользовался уважением не только своих коллег в политехническом институте, не только ведущих математиков Киева и Украины. Полученные им математические результаты принесли ему уважение ведущих математиков мира. Со многими выдающимися математиками бывшего Советского Союза у него были тёплые, дружеские отношения, а после приобретения Украиной независимости у Юрия Львовича появилась долгожданная возможность непосредственного общения с математиками всего мира.

Очень много сил и энергии отдал Юрий Львович политехническому институту. Ему приходилось преподавать на разных факультетах; его лекции были насыщены по содержанию, глубоки по уровню изложения, эмоциональны по исполнению. Благодаря его манере изложения, студенты имели возможность непосредственно на лекции приобщиться к процессу создания математических результатов. Девизом всего педагогического творчества Юрия Львовича была крылатая фраза о том, что студент – это факел, который надо зажечь.

Юрий Львович был категорически против деления математики на “чистую” и “прикладную”, подчёркивая прикладную ценность любой

осмысленной математической теории. Заботой о всестороннем современном математическом образовании будущих инженеров объясняются проводимые им усовершенствования учебных планов, коррекция содержательного наполнения рабочих программ.

На моей памяти именно Юрию Львовичу мы были обязаны исходным вариантом наполнения учебных планов математическими дисциплинами на кафедрах прикладной математики (1973 г), математических методов системного анализа (1988 г) и на физико-техническом факультете (1995 г).

Юрий Львович был человеком высоких моральных принципов, непоколебимой честности. Я бы сказал, хоть это и может прозвучать наивно, что у него была особая аура – “аура порядочности”. Мне трудно описать словами те чувства уважения и любви, которые испытывали по отношению к нему мы, его ученики. Он не был идеален, он был доверчив, порой бывал субъективен; будучи неправильно информированным, мог незаслуженно обидеть. Он любил своих учеников, восхищался их успехами, переживал за них, готов был в любую минуту прийти на помощь. Одно лишь требовал он от них – любви и почтения к математике. Быть рядом с ним и не работать было невозможно. Он был истинным Учителем.

“Думая о Вас, нельзя не думать о творчестве. Вы творец всевозможных прекрасных мыслей, воплощенных Вами и в гораздо меньшей степени нами, Вашей паствой. Вы творите науку, творите людей, творите жизнь”.

Ю. Бохонов.

“Нам посчастливилось встретиться с Вами в ответственный момент выбора жизненного пути. Вы пробудили в нас интерес к научной работе, открыли нам математику - эту многогранную, захватывающую науку. Общаясь с Вами, мы учимся не только умению работать, но и способности смело, открыто воспринимать мир. Мы постараемся быть достойными высокого звания Ваших учениц”.

Н.Гончарук, В.Стебловская.

“Со дня нашего знакомства меня всегда радовал Ваш талант собирать вокруг себя хороших людей. Вероятно, он является отражением в сфере человеческого общения той глубокой интуиции, которая является одним из основополагающих качеств Вашей личности”.

Л. Вайнерман.

“Я многому научился у Вас - и не только в математике. Спасибо за все”.

А.Кочубей.

В.Г. Бондаренко*

Математика Далецкого в КПИ

Вся трудовая деятельность Юрия Львовича Далецкого (с 1951г.) прошла в Киевском политехническом институте – ассистент, доцент, профессор, академик. Методику его преподавательской работы можно характеризовать афоризмом: студент – не сосуд, который надо наполнить, а светильник, который надо зажечь.

Реализовать такой афоризм Юрий Львович смог в силу своих личных качеств, огромного таланта и (выражаясь канцелярским сленгом) благодаря постоянной научно-методической работе.

И еще – он был личностью.

В 1974 г. Юрий Львович с группой своих учеников (в их числе был и автор этих строк) перешел работать на кафедру прикладной математики. С большим энтузиазмом он взялся поставить математическое образование на очень высокий уровень. Это и корректировка учебных программ, и помощь молодым преподавателям, и учебно-научные семинары с участием студентов. Такую деятельность поддерживал тогдашний зав. кафедрой Е.Н. Вавилов – он хорошо понимал необходимость фундаментальных знаний для инженера-математика. Впоследствии выпускники кафедры утверждали, что одним из залогов успешной карьеры является хорошее фундаментальное математическое образование.

Вспоминаю один эпизод, характеризующий взаимоотношения Юрия Львовича со студентами. Первомайская демонстрация в 1966 г. Наша

* доктор физ.- мат. наук, Институт прикладного системного анализа НТУУ «КПИ», Киев, Украина

колонна «украшена» знаменами и портретами «вождей». Движемся с остановками.

Молодой профессор Ю.Л. Далецкий во время этих остановок быстро и успешно организует хор студентов – исполняют модную тогда песню о пингвинах. «Ну и шеф у тебя!» – замечают мои однокурсники.

Таких же отношений со студентами Юрий Львович придерживался и в «рабочей обстановке». Блестящий лектор – он умел не только изложить материал, но и донести его до слушателей. Здесь больше подходит определение «артистизм».

Показательно отношение Юрия Львовича к делению математики на «чистую» и «прикладную». Он всегда отрицал такое деление: ведущий ученый в достаточно абстрактных областях, он много лет сотрудничал с «технарями» в проблеме выделения сигналов на фоне помех.

Как всегда бывает в жизни, талантливая и внутренне свободная личность вызывает завистливое раздражение у бездарностей. В период, условно называемый «застоем», упомянутые бездарности(в основном активисты КПСС) неоднократно пытались лягнуть Юрия Львовича – нерегулярно проводит политзанятия, слишком часто ездит на конференции, излишне либерален со студентами и пр. На приглашение иностранных университетов следовал ответ: профессор Далецкий очень занят и не может принять приглашение. Отрадно, что хотя бы последние годы Юрий Львович прожил в свободном от парткомов обществе.

Свои последние девять лет (1988-1997 гг.) Юрий Львович проработал на кафедре математических методов системного анализа КПИ. Об этом напоминает кафедральная аудитория его имени. В эти годы и установился неформальный термин «математика Далецкого». Юрий Львович оставил светлую память в сердцах студентов и коллег.

Воспоминания, которые согревают

«... И трудно поверить, что жизнь коротка»

Б. Окуджава

Воспоминания о годах знакомства с Юрием Львовичем Далецким вызывают у меня ощущение тепла. Впервые я увидел его, будучи студентом младших курсов Киевского университета, и ещё слабо ориентируясь в математике, поэтому первые впечатления были чисто внешними. Ю.Л. был профессором Киевского Политехнического института (КПИ), а в университете появлялся чаще всего, чтобы поучаствовать в семинарах и обращал на себя внимание бьющей через край энергией и удивительной независимостью суждений. И ещё «мефистофельской» бородкой (она через пару лет исчезла) и сохранившейся с молодости спортивностью.

На старших курсах, начав посещать семинары в Институте Математики Академии Наук, я там чаще встречал Ю.Л., но по-прежнему это знакомство было поверхностным. Ситуация изменилась зимой 1970-го года. После окончания университета, несмотря на диплом с отличием, мне не дали возможности поступить в аспирантуру из-за «пятой графы». Зато очень повезло в другом: моим неформальным научным руководителем согласился стать Георгий Исаакович Кац. Кроме того, продолжались мои занятия с Мирославом Львовичем Горбачуком, под чьим руководством была написана дипломная университетская работа, а впоследствии и кандидатская диссертация. Но чтобы иметь право в будущем защищать диссертацию, нужно было сдать так называемые кандидатские экзамены по философии, иностранному языку и математике. Их пришлось сдавать в разных местах

^{*} Доктор физ. - мат. наук, University Caen, Франция

(там, где их соглашались принять), и в частности, я попросил у Ю.Л. разрешения сдать экзамен по математике на кафедре КПИ, где он работал.

Прошло много лет, но трудно забыть тот холодный снежный зимний день. Экзамен был назначен часа на три дня, после окончания лекций в КПИ. Присутствовали Ю.Л. и тогдашний заведующий кафедрой В.А. Зморвич. Основой программы экзамена являлась толстенная книга Ю.М.Березанского «Разложения по собственным функциям самосопряжённых операторов». Получив вопросы для обдумывания и чувствуя себя довольно уверенно, я почти сразу начал отвечать, и вдруг увидел, как зажглись глаза на усталом лице Ю.Л. Между нами установилась почти телепатическая связь, вопросы и ответы следовали друг за другом почти мгновенно; впрочем, экзамен продолжался недолго и ко всеобщему удовольствию закончился оценкой «отлично». Потом Ю.Л. любил шутить с присущей ему экспрессией: «Стоило ему только открыть рот, как я уже понял, какую оценку нужно ставить ».

Этот экзамен послужил для меня важным моральным стимулом и к тому же открыл новые возможности в чисто математическом смысле. Дело в том, что темой моих занятий с М.Л. Горбачуком были дифференциальные операторы вида $I(y)=y''+A(t)y$, где $y(t)$ — функция со значениями в гильбертовом пространстве H , а $A(t)$ — самосопряжённые операторы определённого знака, действующие в этом же пространстве. В частности, в таком виде можно записать некоторые классы уравнений в частных производных эллиптического или гиперболического типа, в зависимости от знака операторного коэффициента. Этот сюжет был весьма популярен в те годы, особенно много результатов имелось в случае аналогичного дифференциального уравнения первого порядка, когда операторный коэффициент $A(t)=A$ постоянен (даже если H — банахово пространство, а A является порождающим оператором некоторой полугруппы операторов). Многие из них были описаны в книге С.Г. Крейна «Дифференциально-операторные уравнения в банаховом пространстве», которую я тогда, без

преувеличения, зачитывал до дыр. Собственно говоря, мои первые результаты в указанном направлении тоже относились к случаю постоянного коэффициента.

Среди прочего, в этой книге оказались заинтересовавшие меня ссылки на работы Ю.Л. по уравнениям с переменным коэффициентом. Удачно сданный экзамен послужил хорошим поводом для более близкого знакомства, тем более что одной из характерных черт Ю.Л. всегда была полная открытость и готовность поддержать человека, дебютирующего в математике. Без долгих разговоров, он мне подарил не только оттиски своих работ, но и текст докторской диссертации, защищённой в МГУ в 1962 году и содержавшей главу, посвящённую интересовавшим меня вещам. Особенно полезной оказалась большая работа (1). «Переваривание» этих и некоторых других похожих результатов привело меня к мысли направить усилия на изучение спектральных задач с переменным коэффициентом, что и составило основу будущей кандидатской диссертации. А Ю.Л., естественным образом, участвовал в защите как официальный оппонент, о чём я вспоминаю с гордостью и глубокой благодарностью.

Вообще, Ю.Л. здорово умел поддерживать молодёжь: студентов и выпускников КПИ, что было совершенно естественно, но и, что было менее тривиально, выпускников университета, по разным причинам не находивших в те времена себе места в университете или в Институте Математики. Часто это бывало связано с «пятой графой» (М.Н. Феллер, Д.В. Чудновский, Б.Л. Цыган, Ваш покорный слуга и другие), но не только (С.Н. Самборский, В.В. Любашенко и другие). Приношу извинения тем, чьи имена здесь не упомянуты — помимо массы его собственных «настоящих» аспирантов, вокруг него всегда было много людей, которых он взял в аспирантуру или на работу для того, чтобы дать возможность заниматься математикой. Или просто, как я, с удовольствием прильнувших к этому источнику тепла и наслаждавшихся этой редкой тогда возможностью открытого и свободного

общения. Вот один запомнившийся случай. Однажды вечером, по дороге домой после семинара, Ю.Л. спросил меня как бы между прочим, читал ли я уже «Мастер и Маргарита» М. Булгакова, и узнав, что ещё не читал, сказал, что у него есть эти журналы и предложил стать в очередь желающих их прочесть. Через пару месяцев я получил на время парочку знаменитых теперь выпусков журнала «Москва». Излишне говорить, насколько подобные вещи были тогда важны для молодого человека.

Приведу ещё один поразивший меня в те годы пример независимости суждений, характерный для Ю.Л. После прохождения аспирантуры у Ю.Л., Д.В. Чудновский защищал кандидатскую диссертацию в Институте Математики. Её сюжет был далёк от прямых научных интересов Ю.Л., это как раз был тот случай, когда сильному молодому математику с «пятой графой» была дана возможность заниматься наукой. В конце защиты научному руководителю было предоставлено слово, и думается мне, многие в такой ситуации или стали бы «надувать щёки», или сказали бы что-то нейтральное. А Ю.Л. просто заявил, что не знает, кто у кого больше научился — аспирант у руководителя или наоборот, и пожелал всем иметь аспирантов, у которых можно чему-то научиться!

В начале и середине 70-х, кроме каждодневной работы в Киевском Высшем Авиационном училище, активно сотрудничая с Г.И. Кацем и заканчивая кандидатскую диссертацию, я не так уж часто виделся с Ю.Л. По большей части это происходило либо в Институте Математики, где он руководил, вместе с А.В. Скороходом, семинаром по мерам и дифференциальным операторам в бесконечномерных пространствах, а иногда посещал, как и я, семинары Г.И. Каца и Ю.М. Березанского, либо в Доме Научно-Технической Пропаганды, где мы оба читали по вечерам лекции на курсах «Математика — инженеру». Да ещё на Зимних Воронежских Математических Школах.

Ах, эти школы... Ведь большинство людей моего круга общения страдали тогда от интеллектуальной несвободы. Знаменитое мандельштамовское: «Мы живем, под собою не чуя страны...» написано, конечно, совсем о других, по-настоящему страшных, 30-х годах, но в некотором смысле применимо и к 70-м, и к 80-м. Кроме того, жизнь многих моих знакомых и друзей была здорово отравлена ещё и окружающим их антисемитизмом. Об этом много сказано и написано, не буду повторяться. Так вот, Воронежские Школы были для нас одной из немногих отдушин, там можно было пообщаться с целым рядом в высшей степени незаурядных людей, там били фонтаны остроумия и неподдельной любви к математике, и там можно было узнать о новостях в науке, политике, литературе и искусстве (которые с большим трудом доходили до провинциального тогда Киева). Мы там в течение почти двух недель весьма напряжённо работали, но и со вкусом отдыхали: после завтрака две лекции, затем после обеда и лыжной прогулки ещё две, а после ужина семинары. После чего частенько в одном из холлов организовывались лекции на нематематические темы, особенно часто по истории разных стран (в основном, их автором бывал А.Я. Хелемский), и после этого — разговоры, песни под гитару, а для желающих танцы почти до утра.

Всё это существовало долгие годы благодаря невероятной энергии, колоссальному организационному таланту, высочайшему научному уровню и безошибочному чутью практически в любых вопросах (включая хозяйственные и бытовые) руководителя этих школ Селима Григорьевича Крейна. Это он умел пригласить самых «продвинутых» докладчиков и собрать такой состав участников, порядка 100 — 150 человек, чтобы им было интересно и полезно общаться друг с другом. И организовать приемлемые по тому времени житейские условия и пищу — и обычную, и духовную. Среди прочего, невозможно забыть, как каждый год на банкете он произносил традиционный тост за присутствующих женщин, и обходил, прихрамывая, все столы, и персонально чокался и целовался с каждой. Множество интересных

и дорогих подробностей о Воронежских Школах содержится в книге воспоминаний о С.Г. Крейне (2).

Ю.Л. был очень привязан к своему учителю С.Г. Крейну, вынужденному переехать из Киева в Воронеж в 50-е годы из-за поднимавшего тогда голову антисемитизма. Знаю по рассказам Г.И. Каца и Ю.Л., что в их становлении как математиков значительную роль сыграл существовавший в Киеве в начале 50-х небольшой семинар, участниками которого кроме них были С.Г. Крейн и Ю.М. Березанский. Вероятно, в те годы зародился интерес Ю.Л. к эволюционным уравнениям и функциональным интегралам, а также к нелинейным дифференциальным уравнениям — области, в которой он затем долго и плодотворно сотрудничал с М.Г. Крейном — см. (3).

Несомненно, киевская математика многое потеряла в связи с вынужденным отъездом братьев Крейнов и ещё нескольких видных учёных. Зато в Воронеже С.Г. Крейн, М.А. Красносельский и их коллеги создали сильную школу, игравшую заметную роль в тогдашней советской математике, а М.Г. Крейн создал сильную школу в Одессе. Естественно, Ю.Л. частенько бывал в Воронеже, и в частности, непременно участвовал в зимних школах вместе со своими сотрудниками, учениками и ученицами.

Я ездил на эти школы практически каждый год, начиная с зимы 1969 года почти до конца 80-х. Чаще всего мы вместе с Ю.Л. и его компанией ездили поездом из Киева, и уже там, когда все собирались в одном купе, начинались разговоры, совместные трапезы и «спевки» под гитару. Так и звучит в памяти характерный хрипловатый голос Ю.Л. :

"Синяя крона, малиновый ствол, звяканье шишек зеленых..."

Иногда он солировал, исполняя даже отрывки из оперных арий. Поезд прибывал в Воронеж утром, а электричка до Рамони, где на турбазе «Берёзка» проходили Школы, отправлялась к вечеру, и мы пол-дня гуляли по Воронежу, беседуя, любуясь достопримечательностями и заглядывая в книжные магазины, где, кстати говоря, иногда удавалось обнаружить редкие по тем временам издания.

На Школах всегда можно было услышать много интересного, некоторые циклы лекций продолжались в течении нескольких лет, но чаще всего темы менялись из года в год. Что касается Ю.Л., то общее внимание привлекли его лекции по мерам в бесконечномерных пространствах и связанным с ними стохастическим дифференциальным уравнениям, а позднее — по супералгебрам Ли и формальной дифференциальной геометрии. Ссылки на его работы по этой тематике можно найти в (4). Мой особый интерес к этим лекциям был вызван ещё и тем, что о супералгебрах Ли мне немало рассказывал в Киеве Г.И. Кац, бывший вместе с Ф.А. Березиным одним из пионеров работ в этой области.

Если же говорить о нематематических впечатлениях, то было крайне интересно наблюдать, как Ю.Л. спорит до хрипоты с кем-то из московских коллег, приводя нетривиальные аргументы из совершенно различных областей науки, литературы, искусства, политики. Особенно запомнилась длившаяся несколько вечеров дискуссия вокруг теории А.Т. Фоменко, ставившей под сомнение существующую историческую хронологию и требовавшей пересмотра основных исторических дат. Сначала выступил с лекцией сам автор, а затем развернулись ожесточённые дебаты, одним из главных действующих лиц которых был Ю.Л., подвергший эту теорию обоснованной и справедливой критике.

В мае 1978 года неожиданно умер от сердечного приступа Г.И. Кац, и возник вопрос о руководстве его семинаром по кольцам операторов в Институте Математики. Среди постоянных участников семинара не было никого, кто мог бы принять руководство на себя, и мы все были очень благодарны Ю.Л., согласившемуся взять на себя этот труд. Я вообще думаю, оглядываясь назад, что многолетнее доброе отношение ко мне Ю.Л. было в определённой степени отражением его тёплого дружеского отношения к моему учителю Г.И. Кацу.

Естественно, тематика семинара несколько расширилась и стала охватывать более широкий спектр алгебраических и функционально-аналитических структур, имеющих приложения в математической физике. Территориально семинар «переехал» в Дом Научно-технической пропаганды, а через несколько лет — в КПИ. Он просуществовал до самой смерти Ю.Л. В течение всех этих лет семинар был одним из заметных явлений в математической жизни Киева, во всяком случае, в области алгебры и анализа. Трудно забыть, например, яркие доклады на нём таких крупных математиков как И.М. Гельфанд, А.А. Кириллов, А.М. Вершик. Сам Ю.Л. тоже частенько брал слово, чтобы поделиться новыми идеями.

Для меня лично, семинар был ещё и постоянной возможностью обсуждать вещи, которыми я в то время занимался: гипергруппы, их представления, двойственность и примеры. Конкретнее, речь шла о решении задачи, поставленной в докторской диссертации Г.И. Каца (МГУ, 1963), об обобщении его теории кольцевых групп на указанные объекты. Ю.Л. проявлял живой интерес к этой работе и постоянно предлагал докладывать текущие результаты на его семинаре, что очень меня стимулировало. К тому же, сам он нередко высказывал весьма полезные соображения. Вот пример. Центральным алгебраическим объектом в теории двойственности Г.И. Каца была так называемая ассоциативная биалгебра — векторное пространство $\mathbf{M}$,

снабжённое ассоциативным умножением, а также двойственной операцией, коассоциативным коумножением. Эти операции были связаны между собой так, что двойственное векторное пространство M^* автоматически превращалось его в такую же ассоциативную биалгебру. Так вот, Ю.Л., немало размышлявший о различных структурах, связанных с алгебрами Ли, очень советовал мне постараться ввести и изучить «лиевский» аналог ассоциативной биалгебры. Речь шла о векторном пространстве M , снабжённом скобкой Ли (т.е., об алгебре Ли), а также двойственной операцией, коскобкой Ли. Эти операции должны были быть связаны между собой так, чтобы, переходя к двойственному векторному пространству M^* , мы вновь получали бы на нём структуру того же типа. Ю.Л. считал, что такого рода «биалгебры Ли» должны являться инфинитезимальными аналогами ассоциативных биалгебр и что они должны играть важную роль в любой разумной теории двойственности. Могу только пожалеть, что не отнёсся с должным вниманием к этому предложению, т.к. через несколько лет В.Г. Дринфельд действительно ввёл понятие биалгебры Ли, игравшее центральную роль в его знаменитой теории квантовых групп !

В течение примерно 15 лет (1978 — 1993 гг) мы виделись и общались с Ю.Л. довольно часто — не только на семинарах и на Воронежских Школах. Мы жили почти по соседству: он на Березняках, а я — на Русановке, и он нередко приглашал меня в гости, чтобы обсудить текущие математические и нематематические дела. Эти неспешные беседы не только помогали мне собраться с мыслями, но и играли роль моральной поддержки. Поэтому я сохранил привычку время от времени приезжать к нему и после своего переезда в 1989 г. на другой конец Киева — в Теремки. И даже когда в начале 90-х он начал чаще болеть и несколько раз попадал на лечение в больницу в Феофании, он и туда меня постоянно приглашал и продолжал поддерживать.

К концу 80-х начали ощущаться перемены — слегка повеяло свободой. Зато возникли другие осложнения. Дело в том, что начиная с 1975 г. я работал по хозтематике (в основном, в университете), причём приходилось добывать деньги на зарплату и себе, и людям, работавшим под моим руководством. Заказчик (научно-производственное объединение в области прикладной физики) находился в Москве, и вот постепенно у них стало меньше желания передавать заказы на Украину, шаг за шагом отдалявшуюся от России. С распадом СССР этот источник полностью иссяк, и пришлось искать какие-то альтернативы на месте.

Удивительно, но в этот момент наши отношения с Ю.Л., которые никогда до того не содержали никакой, так сказать, экономической компоненты, начали мне существенно помогать в самом что ни на есть материальном смысле. Появились небольшие гранты украинского правительства на проведение научных работ, и мы подали совместный проект через кафедру Ю.Л. в КПИ. Так я стал впервые получать какие-то, пусть небольшие, деньги за занятия «чистой» математикой — ведь до того более 20 лет она была для меня лишь хобби, являвшимся основной частью интеллектуальной жизни, но не приносившим ни копейки. Потом появились гранты Фонда Сороса, и нам удалось получить приличный по тем временам грант, существенно поддерживавший нас в течение 2-3 лет.

Однажды осенью 1990 г., по дороге домой после семинара, Ю.Л. сообщил, что в мае 1991 г. в Японии должна состояться математическая конференция, дал её координаты и настоятельно посоветовал послать туда заявку на доклад. Этот совет в итоге очень повлиял на мою жизнь: я увидел «настоящую» за границу (турпоездка в Польшу и Чехословакию в 1988 г. не в счёт, т.к. тогда эти страны не так сильно отличались от СССР) и понял, что могу интересовать серьёзных людей. Лиха беда начало... Вскоре пришло приглашение на конференцию по математической физике в Лейпциг, а

весной 1992 года — в Париж, где завязались, в первую очередь с Мишелем Эноком, плодотворные научные связи. Эти последние существовали на самом деле ещё с середины 70-х, но лишь по переписке (причём односторонней, т.к. я не имел права писать за границу из-за наличия допуска к секретным работам), а по-настоящему материализовались лишь в 1991-92 гг.

Но и в Киеве всеобщее уважение к Ю.Л. и его высокий авторитет открывали новые возможности. Осенью 1992 года его избрали академиком НАН Украины, при этом в его общении с учениками и коллегами не появилось и капли того, что называется «надуванием щёк». В частности, на поздравления по поводу избрания в академики он отшучивался с характерным для него юмором: он соглашался, что в самом деле заслуживал избрания, но прежде всего за то, что, не будучи вообще членом Академии, решил баллотироваться сразу в академики, а не в члены-корреспонденты, как ему многие советовали, правильно оценив, что в последнем случае у него было бы меньше шансов.

В том же году в Киеве открылся Международный Соломонов Университет (МСУ), и Ю.Л. стал в нём заведовать кафедрой математики по совместительству, оставаясь профессором КПИ. Он пригласил меня на должность профессора, что давало возможность, снова-таки впервые в жизни, начать зарабатывать на жизнь преподаванием математики (до этого я много лет преподавал по совместительству, но в основном ради скудной прибавки к основной зарплате). Это приглашение было принято без колебаний; оно оказалось ещё и удивительно своевременным, т.к. к этому времени добывать деньги на хозтематику стало совсем невмоготу. Основываясь на своём огромном опыте и природном таланте преподавателя, он дал тогда много полезных советов по преподаванию математики, которые очень помогли мне и в те годы, и в будущем.

Запомнились наши встречи весной 1995 г. в Париже, куда меня пригласил физик Ричард Кернер, а Ю.Л. вместе с Ларисой Петровной заехали на несколько дней по дороге с конференции в Марселе. Я подъезжал к небольшой гостинице в районе Монпарнас, и мы прогуливались по весеннему Парижу, обмениваясь последними новостями. И трудно было представить, что впервые мы встречаемся за рубежом. Вспоминаю в этой связи, как за несколько лет до этого он сказал, возвратясь в Киев после своей первой поездки в Париж: «Подумать только, ведь если бы границы для нас не открылись, вполне могло так случиться, что я никогда бы не увидел Парижа...»

70-летие Ю.Л. отмечалось в декабре 1996 г. Как всегда в таких случаях, было много поздравительных речей, подарков, цветов и поцелуев. Но на самом деле достаточно было просто посмотреть на выражение обращённых к нему молодых, и не очень молодых, лиц его учеников, сотрудников, коллег и друзей, чтобы понять, как много хорошего он принёс в их жизнь.

И как много хорошего мог бы ещё принести, если бы не ушёл так рано, меньше чем через год после своего юбилея...

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.Л. Далецкий, Функциональные интегралы, связанные с операторными эволюционными уравнениями, Успехи Матем. Наук **17**, вып.5 (1962), стр.3 — 115.
2. Воспоминания о С.Г. Крейне. — Воронеж: О-во Бутейко, 2002. — 104 с.
3. Ю.Л. Далецкий, М.Г. Крейн, Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве, Москва., «Наука», 1970, 534 с.

4. Ya.I. Belopol'skaya, Yu.M. Berezansky, Yu.V. Bogdanskyy, V.V. Lyubashenko, Yu.A. Mitropol'skiy, A.M. Samoilenko, V.R. Steblovskaya, Mathematical Heritage of Yuri L'vovich Daletskii, Methods of Functional Analysis and Topology **5**, n.4 (1999), pp. 1 — 8.

“Пусть множество Ваших учеников, счетное подмножество которых находится в стенах нашего института, ведущих центрах города, страны, зарубежья не будет ограниченным в пространстве и во времени. Пусть круг Ваших научных интересов, новизна результатов продолжают и впредь поражать математический мир. Спасибо за доброе, вечное, светлое, которое Вы дарите Вашим ученикам”.

Н. Кухарчук.

“Лучшее, что может сделать человек, вступающий в жизнь, это - научиться у Вас математике, стилю жизни, отношению к людям”.

Б. Марянин.

*Трижды двадцать - прожито пол жизни.
Впереди - вторая половина.
Мудрость, доброта и ясность мысли
Да сопутствуют тебе, Мужчина.*

*Пусть не угнаться молодым!
Пусть девушки в Вас влюбляются,
И через трижды столько лет
Только Вам они улыбаются.*

*Стремительно летят года,
Зима опять за осенью,
Пусть остается в Вас всегда
Все, что зовем мы молодостью!*

Ибрахимов Алижан Рахмаджанович.

А.М. Вершик^{*}

Памяти Юры

Уже трудно вспомнить, где впервые я встретил Юру Далецкого. Наверно, на первой конференции по функциональному анализу в 1956 году в Москве, когда я был еще студентом, или позже на всесоюзном математическом съезде. Но, уж точно - в 1958, в Одессе на следующей конференции. Это были первые послесталинские годы, когда постепенно оживала всякая, в том числе и научная, общественная деятельность, стали возможными частые научные конференции, летние школы, усилилась связь между учеными разных городов и др. Юра любил такие встречи, - безудержно активный, завязывающий все новые и новые контакты, устраивающий знакомства своих друзей между собой, вездесущий, – он чувствовал себя в такой обстановке как рыба в воде. Таким он запомнился с самых первых встреч до самых последних. Последний раз я навестил его в Киеве уже больного, а за некоторое время до этого мы случайно встретились в университете Stony Brook. Общее количество наших встреч неисчислимо: Москва, Ленинград, где он часто бывал и любил бывать, воронежские, сибирские, украинские школы, Кацевели, Бакуриани и, конечно, Киев и др. Математические интересы Далецкого были разнообразны, но все-таки так или иначе, по-моему, они концентрировались около теории эволюционных уравнений (в основном параболических, и особенно бесконечномерных - он написал интересную книгу с М.Г.Крейном об этом), теории мер в линейных

^{*} доктор физмат наук, Санкт-Петербург, Россия

пространствах, и в последние годы - абстрактных конструкций расслоений. Было два больших математика, которые оказали на него решающее влияние – М.Г.Крейн, которого он боготворил, и И.М.Гельфанд, служивший для него ориентиром. С М.Г. он сотрудничал в начале пути, с И.М. он, стремился работать с давних пор, и, наконец, стал сотрудничать в самом конце жизни. Именно проблемы, которые ставил И.М. на тех первых конференциях и съездах в пятидесятых годах стали, постепенно трансформируясь, темами его занятий на долгие годы. Ряд задач по теории меры и интегрирования в функциональных пространствах, намеченных Гельфандом, сблизил нас в то время. Первые результаты в этом направлении, полученные Р.Минлосом, В.Сазоновым, произвели сильное впечатление на всех.

В этой области стали работать Г.Е.Шилов, С.В.Фомин (с которым Юра позже написал книгу об этом), Б.Митягин, И.Гирсанов, В.Судаков, еще позже (и по-моему, не без влияния Юры) А.Скороход и их ученики.

Я стал продумывать все это с позиций достаточно абстрактной теории общей теории меры (рохлинской теории пространств Лебега) и обнаружил здесь множество фактов, которые естественно было бы связывать с общими понятиями теории меры, безотносительно к бесконечности пространств и т.п. Например, гильбертова тройца, которую особенно любили в Киеве, $H_- \supset H \supset H_+$ получала при этом естественное толкование:

гильбертово пространство с мерой – это H_- , пространство непрерывных функционалов на нем H_+ , пространство измеримых линейных функционалов на пространстве с мерой – это H . Такое истолкование тройцы было новым и быстро воспринято всеми; вопросы о квазиинвариантности мер стали более понятными, легко доказываемыми в рамках такой метрической двойственности. Помню, что Юре это очень понравилось и он, стал рекламировать мои идеи и рекомендовал приглашать в разные места для докладов. По его инициативе позже меня пригласили лектором в школу в Кацивели в 1966, это было вскоре после международного математического конгресса в Москве,

где, помимо секционного сообщения, несколько математиков, вместе с ним попросили, меня сделать сообщение об этих вещах вне основной сетки конгресса. С этого началась наша дружба и долгие беседы.

У нас были довольно разные стили подхода к задачам. Он работал быстро, быстро писал и написал очень много. Он умел использовать полезный аппарат, который и не был до конца ясен; мне же это не удавалось. Я старался разобраться в основах, что быстро не получается, хотя иногда (но далеко не всегда) приносит свои плоды.

Так, например, мы много и в разное время говорили о стохастических дифференциальных уравнениях, и Юра широко пользовался ими с давних пор. Например, хорошо известны среди специалистов его работы в сотрудничестве с бывшей ученицей Я.Белопольской по бесконечномерным параболическим системам в общих расслоениях. Сейчас стохастические дифференциальные уравнения - широко известный и незаменимый аппарат в теории случайных процессов, математической физике, приложениях и пр. Его создатель К.Ито на последнем конгрессе заслуженно получил только что учрежденную медаль Гаусса. Но я, хотя и понимаю, как он используется, и понимаю, что логически он безупречен, тем не менее, по-прежнему, не могу согласиться с его статусом, который все еще недостаточно прояснен. Такая его оценка совершенно не характерна для вероятностников, но Юра, воспитанный на концепциях функционального анализа меня хорошо понимал.

Знаю, что он читал с охотой много лекционных курсов у себя в политехническом институте и в школах; поэтому у него было невероятное количество аспирантов и аспиранток. Из его семинаров (позднее совместно с Ю.М.Березанским и А.В.Скороходом) вышло много воспитанников. При этом темы их занятий были разнообразны. Кроме основных тем, он любил геометрию многообразий, алгебру, старался понять физику. Насколько я знаю киевские реалии, он играл в Киеве роль фермента, стимулирующего связи между семинарами и людьми. Он рано защитил докторскую, но

диссертация долго лежала в ВАКе (кстати, его «черным рецензентом» был В.А.Рохлин, кажется, он и не узнал этого позже). Он был замечен и на математической сцене в Москве и Ленинграде, был связан с массой людей. часто приезжал, делал доклады; я приглашал его неоднократно для докладов на заседаниях нашего Математического Общества. Я был очень рад, когда его, наконец, в перестроечные времена избрали в украинскую академию.

Многие беседы на разные политические и около политические темы выявляли чаще всего общность наших позиций. Хотя, он и был членом партии (война!), он умел как-то сочетать скептицизм к тогдашней советской действительности с относительной партийной дисциплинированностью. Но уж во всяком случае, во всех ситуациях, где нужно было защитить ученого, несправедливо притесняемого властью или научными чиновниками, - он всегда вел себя последовательно, не боясь окриков начальства.

Худенький (с годами не очень), подвижный, черненький («во мне намешано много кровей разных национальностей»), говорливый, приветливый, и при всем том, деловитый и плодовитый математик — таким он запомнился мне и наверно многим. Жаль, что он ушел рано и в такое время, когда таких, как он, людей очень не хватает.

Ю. Е. Гликлих^{*}

Один из моих главных учителей

Формально я не являюсь учеником Юрия Львовича Далецкого – я ученик Юрия Григорьевича Борисовича (и формально, и не формально – именно он ввел меня в большую науку). Всю жизнь я прожил в Воронеже, окончил Воронежский университет и с тех пор в нем работаю. Однако мне в жизни повезло – я достаточно много встречался с Юрием Львовичем и смог многому научиться у этого замечательного человека и замечательного математика, которого я считаю одним из главных моих учителей.

Вспоминать о Юрии Львовиче, не говоря о его математических результатах, невозможно. Математика играла слишком большую роль в его жизни. Но и упомянуть все разделы математики, которыми он занимался, и в которых получил очень глубокие результаты, тоже не возможно. Поэтому я остановлюсь на его деятельности в области стохастического анализа на многообразиях, для меня наиболее близкой, и на некоторых эпизодах, показывающих, каким он был человеком.

Когда я был студентом 4 курса, кажется, в январе 1970 года, я впервые принял участие в Воронежской зимней математической школе, учрежденной Селимом Григорьевичем Крейном года за три до этого, и с тех пор долгое время я был почти постоянным участником этих школ. Юрий Львович и Селим Григорьевич были давно и близко знакомы. В частности, Селим Григорьевич очень высоко ценил Юрия Львовича, как математика. Поэтому

^{*} доктор физмат наук Воронеж, Россия

нет ничего удивительного в том, что Юрий Львович тоже был почти постоянным участником этих школ, причем чаще всего он приглашался туда лектором. Так что многие современные разделы математики я изучал по лекциям Юрия Львовича. К примеру, глубокого понимания многих аспектов теории гладких многообразий я достиг в студенческие годы, именно разбирая его лекции. Напомню, что в то время понятие гладкого многообразия еще только входило в широкий обиход. Совсем незадолго до этого была переведена книга Ленга, по которой многие из нас постигали эту теорию.

Встречались мы и на других школах и конференциях. Помню Дальневосточную летнюю математическую школу 1975 года под Владивостоком, где предполагались два согласованных курса лекций Юрия Львовича и Сергея Васильевича Фомина. Однако в первые же дни работы школы С.В. Фомин скоропостижно скончался (я был среди тех, кто ночью дежурил у тела С.В. Фомина до приезда милиции). Юрий Львович тогда прочитал оба курса самостоятельно. В дальнейшем Юрий Львович по итогам их совместных с Сергеем Васильевичем исследований написал от имени обоих авторов книгу «Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах» (вышла из печати в Физматлите в 1982 году). В предисловии к книге описаны эти печальные события.

Долгое время наше общение происходило, как бы, в одну сторону – я учился по его лекциям. Думаю, что Юрий Львович нечетко выделял меня из массы воронежских студентов и аспирантов, со многими из которых он тогда часто беседовал. Изменения произошли, когда я увлекся некоторыми задачами, связанными со стохастическими дифференциальными уравнениями на многообразиях. Как выяснилось, тогда Юрий Львович совместно со своей ученицей Яной Исаевной Белопольской уже некоторое время занимались близкой тематикой.

У меня была сделана некая конструкция, позволяющая с использованием риманова параллельного переноса обобщить на случай уравнений на многообразиях аппарат интегральных операторов. Поработав с

обычными интегральными операторами, я обнаружил «не охваченный» еще мною класс интегралов из совершенно новой для меня области – интегралы Ито в стохастическом анализе. Разобраться с этой теорией мне помог Игорь Владимирович Федоренко, в то время аспирант З.Б. Цалюка в Кубанском университете (кстати, в последствии Юрий Львович помог И.В.Федоренко с организацией защиты по теории вероятностей в Киеве). Совместно с Игорем Владимировичем мы исследовали механические системы со случайными возмущениями силового поля, у которых конфигурационным пространством является полное риманово многообразие. Оказалось, что придуманный мной аппарат будто бы специально предназначен для данной задачи. Нами были опубликованы две статьи по этой теме (понятно, в местной печати). Через год после наших публикаций появилась статья П.А. Мейера, в которой ставился вопрос об изучении именно этой задачи. Из статьи мы узнали, что изучили уравнение Ланжевена на гладком многообразии. Это все показывает, насколько далек я тогда был от тематики, которая в настоящее время является одним из основных дел моей жизни. Большую роль в моем «приближении» к стохастическому анализу сыграло общение с Юрием Львовичем и Яной Исаевной.

В 1979 году на школе под Минском, организованной Б.П. Комраковым, я сделал доклад по нашим совместным с И.В. Федоренко результатам. Юрий Львович, который присутствовал на моем выступлении, удивился и подошел к Юрию Григорьевичу Борисовичу с вопросом, какими судьбами его, Юрия Григорьевича, занесло в случайные процессы. Юрий Григорьевич ответил, что он тут не причем и что это чисто мое начинание. Кстати сказать, на той же школе я выслушал подробный доклад о конструкции уравнений Ито на многообразиях, разработанной Юрием Львовичем и Яной Исаевной. После этой школы началось наше близкое научное общение.

Опишу кратко упомянутую выше конструкцию уравнений Ито на многообразиях. Читатель, не заинтересованный в математических

результатах, может этот абзац пропустить. Как известно, коэффициенты уравнения Ито при заменах координат преобразуются не как обычные векторы (т.е. не как правые части обыкновенных дифференциальных уравнений), а по формулам, вытекающим из так называемой формулы Ито. Это означает, что уравнения Ито являются сечениями специального расслоения с необычной структурной группой. До работ Ю.Л. Далецкого и Я.И. Белопольской была известна статья Р. Ганголли, который обнаружил связь между геометрией многообразий и диффузионными процессами. Суть его открытия состоит в том, что при заменах координат некоторые характеристики диффузионных процессов и коэффициенты связностей преобразуются по одинаковым законам. На основе этого наблюдения Р.Ганголли показал, что задание связности на многообразии автоматически задает и некоторый диффузионный процесс. Исходя из этого, Ю.Л. Далецкий и Я.И. Белопольская увидели, как с использованием экспоненциального отображения связности описать уравнение Ито в терминах объектов (названных ими векторными полями Ито), которые при заменах координат преобразуются как обычные векторы. Самое важное состоит в том, что ими построены уравнения в инвариантном виде, т.е. описываемые без использования локальных координат на многообразиях. Формулы в локальных координатах также были ими найдены, в них входят локальные коэффициенты той связности, чье экспоненциальное отображение задействовано в инвариантной форме уравнения. Подробное изложение этой теории составило основу совместной монографии Ю.Л. Далецкого и Я.И. Белопольской «Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия», вышедшей из печати в 1989 году одновременно по-русски и по-английски в Выщей школе и в Издательстве Клувер.

В связи с этой книгой мне вспоминается, в общем-то, мелочь, которая, тем не менее, характеризует щепетильность Юрия Львовича. Говоря об издании в Выщей школе, он считал своим долгом объяснить, что его фамилия поставлена первой не потому, что он так захотел, а по

категоричному требованию издательства – в то время Яна Исаевна еще не защитила докторскую диссертацию, и издательство считало, что более крупный ученый должен быть первым из авторов.

Необходимо сказать, что упомянутую выше локальную форму уравнений Ито, использующую локальные коэффициенты связности, независимо нашел П. Баксендейл. К сожалению, на западе работы Баксендейла более известны, чем работы Белопольской-Далецкого. В свое время я получил от рецензента и редакторов моей книги из Издательства Шпрингер-Ферлаг вопрос, почему я называю уравнения Ито в форме Баксендейла уравнениями Ито в форме Белопольской-Далецкого. Работ Белопольской-Далецкого они не знали, да и по списку литературы выходило, что публикации Баксендейла были раньше. Пришлось звонить Юрию Львовичу, и он дал ссылку на их первую публикацию, вышедшую ранее работ Баксендейла. Чтобы прекратить дискуссию о приоритете, с тех пор я усиленно (но не знаю насколько успешно) пропагандирую следующие названия: уравнение в геометрически-инвариантной форме называется уравнением Ито в форме Белопольской-Далецкого; его выражение в локальных координатах известно также как уравнение Ито в форме Баксендейла. Подчеркну, что с моей точки зрения нахождение геометрически-инвариантной формы – гораздо более важная и более трудная задача.

Роль уравнений Ито в форме Белопольской-Далецкого в стохастическом анализе на многообразиях еще не до конца осознана. Вообще, и особенно на западе, при исследовании стохастических дифференциальных уравнений на многообразиях многие предпочитают иметь дело с уравнениями в форме Стратоновича. Дело в том, что при заменах координат их правая часть преобразуется как обычный вектор, что существенно упрощает исследования. Однако, с одной стороны, в работах Белопольской-Далецкого показано, что уравнения в форме Стратоновича являются частным случаем их уравнений, соответствующим специальному

выбору связности. А с другой стороны, оказывается, что уравнения в форме Белопольской-Далецкого более естественным образом согласованы с другими подходами к теории стохастических уравнений и с некоторыми характеристиками диффузионных процессов. Например, стохастические процессы на многообразиях можно описывать в терминах так называемых производных в среднем по Нельсону (как известно, обычных производных для траекторий случайных процессов, вообще говоря, не существует, и производные в среднем являются их естественной заменой). Так вот, описание в терминах производных в среднем согласовано с уравнениями в форме в Белопольской-Далецкого, а не Стратоновича.

Кроме всего прочего теория уравнений Ито в форме Белопольской-Далецкого вскрывает глубинные взаимосвязи между геометрией многообразий и стохастическим анализом, что, по-видимому, наиболее важно, и я горжусь, что сам принял участие в развитии этой теории и ее приложений в математической физике. Я благодарен Юрию Львовичу за то, что он высоко оценил мои результаты. Он оказал большую помощь в организации защиты моей докторской диссертации в Киеве, был моим оппонентом. Кстати, Яна Исаевна Белопольская независимо от меня была назначена рецензентом при переаттестации моей докторской степени в России в совете Санкт-Петербургского университета.

Я остановился только на одном направлении математической деятельности Юрия Львовича, наиболее мне близком. В настоящее время это направление, которое часто называют стохастической дифференциальной геометрией или (более правильно) стохастическим анализом на многообразиях, уже хорошо развито. Им занимается большое число математиков во всем мире. Хочу подчеркнуть, что Юрий Львович начал заниматься этой тематикой одним из первых в мировой математике. В связи с этим мне вспоминается один эпизод. В январе 1991 года, когда научные связи с границей существенно упростились, нам удалось пригласить в Воронежскую зимнюю математическую школу классика стохастического

анализа на многообразиях К.Д. Элворти (очень широко известна его монография 1982 года «Стохастические дифференциальные уравнения на многообразиях» и многие другие работы). В последствии он стал нашим общим другом. Как-то вечером за чаем мы – Юрий Львович, Яна Исаевна, Дэвид Элворти и я – заговорили о том, как мало людей в современной математике понимают одновременно геометрию многообразий и теорию стохастических дифференциальных уравнений. Мы с радостью отметили, что четверо из них собрались в одной комнате. Мне кажется, что общее число таких людей во всем мире мы оценили цифрой 20. Наверное, мы ошиблись, их было в пределах ста. Сейчас подсчитать их число было бы очень трудно.

Юрий Львович был по настоящему живым человеком, высоко культурным и интересным в общении. Из встреч с ним я часто вспоминаю случай, показывающий, что к своим нечаянным оплошностям он относился с большим юмором.

Сейчас, особенно после появления фильма «Властелин колец», уже мало кто помнит, что это произведение Толкиена очень долго было абсолютно не известно в Советском Союзе. В этом отношении мне самому повезло – я случайно купил самое первое издание перевода на русский язык первой части этой трилогии. Это издание вышло в 1982 году в Детской литературе и, конечно, прошло мимо внимания большого числа «взрослых» читателей.

На семинаре в Воронежской зимней математической школе году что-нибудь в 1983-1984 мы с Юрием Львовичем слушали доклад Михаила Михайловича Виноградова, в котором, в частности, описывался некоторый аналог модуля, определяемый без использования понятия кольца (на всякий случай напомним, модуль определяется над кольцом коэффициентов). Этот объект Михаил Михайлович назвал «фродулем», как он сказал, «в честь Фродо Бэггинса, известного борца с кольцами». Как позже выяснилось, Михаил Михайлович уже давно прочел «Властелина колец» в оригинале, по-английски.

При упоминании о некоем Бэггинсе Юрий Львович возмутился. Он начал задавать вопросы о приоритете, сравнивать результаты. Наконец он повернулся ко мне и сказал: «А как же Гротендик? Ведь он наверняка раньше Бэггинса исследовал похожие объекты!» Когда я объяснил ему, что Фродо – это литературный герой, он очень смеялся.

Закончу воспоминания еще одним эпизодом. Мы с Юрием Львовичем были участниками гранта ИНТАС по стохастическому анализу, координатором которого был Дэвид Элворти. Как-то в мой визит в Уорик к Дэвиду мы провели выходной в пешеходных прогулках, а когда уже поздно вечером возвращались домой, Дэвид начал о чем-то ворчать насчет Юрия Львовича. Как выяснилось, Дэвид хотел принять у себя на год одну из учениц Юрия Львовича (позиция пост-дока, т.е. после защиты кандидатской диссертации). Однако возникла проблема. В представлении научного руководителя надо было с помощью баллов «плохо», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично» и «выдающееся» оценить многие данные претендента. От Юрия Львовича пришла анкета, в которой почти все у претендентки было оценено на «хорошо» и лишь пара показателей на «отлично», в то время как у конкурентов все было «отлично» и «выдающееся». При этом Дэвид знал, что ученица Юрия Львовича – самая лучшая из претендентов. Проблема разрешилась просто. Поскольку Дэвид и Юрий Львович плохо понимали друг друга по телефону, я предложил свои услуги, мы позвонили в Киев (наверное, там уже была глубокая ночь), и на следующий день по факсу Дэвиду переправили «правильное» представление. В результате ученица выиграла конкурс.

Позже я спросил у Юрия Львовича, почему он так сделал.

– Вы знаете, – ответил он, – мы с моей ученицей заполняли анкету вместе, и она решила, что вот у такого-то – правда, выдающиеся данные (имеется в виду один молодой на тот момент киевский математик, который к этому времени получил действительно выдающиеся результаты), и по сравнению с ним у нее самой данные просто хорошие. Ну, и мы решили, что

«там» все обстоит так, как оно должно быть, то есть, надо писать все как есть. Когда я рассказываю эту историю моим западным коллегам, они улыбаются, и говорят, что «там» – это не у них.

А ведь, действительно, как хочется, чтобы где-нибудь было место, где все обстоит именно так, как оно должно быть.

В.И.Иваненко*

Воспоминание

Где-то в середине 70-х в Крыму на базе отдыха АН Украины проходила конференция, посвященная юбилею Ю.А.Митропольского. В те годы, работая в КПИ по совместительству, я часто встречался с Юрием Львовичем, и мы подружились. Мне нравилось его умение радоваться успехам других людей. В Крыму, как мне помнится, мы жили в одном двухместном номере. Время делили между заседаниями конференции и замечательным пляжем. Юрий Львович был человеком азартным, увлекающимся и общительным. И поэтому его всегда окружала молодежь. Как он мне рассказывал, в юности он немного занимался спортивной гимнастикой. Будучи хорошо сложенным, он выглядел почти как Аполлон. Особенно это было заметно на пляже, где его всегда окружала стайка математических русалок. Как соседу и другу Юрия Львовича, мне посчастливилось побывать в этом окружении. И я должен сказать, что оно стимулировало нашу творческую активность. Однажды я ушел с пляжа на заседание то ли в связи со своим сообщением, то ли послушать чье то... Вернулся я часа через полтора. Юрия Львовича на месте не было, а русалки, взволнованно перебивая друг друга, мне рассказали, что Юрий Львович решил доказать, что он на одной ноге, без передышки может проскакать по лестнице из двухсот ступеней, ведущей с пляжа вверх на базу отдыха. Лестница была довольно грубой, ступени разной высоты, и на какой – то ступеньке Юрий Львович порвал ахиллово

* доктор технических наук, Национальный технический университет Украины «КПИ»

сухожилие. Травма оказалась серьезной, местная медицина помочь не могла, и ему пришлось срочно улететь в Киев для операции...

Замечательный человек, необычайно открытый, хотя и легко ранимый. Жаль, что за годы работы в КПИ профессор Ю.Л.Далецкий не был заведующим одной из математических кафедр. Студенты от этого много бы выиграли.

“Любящие Далецкого” - да ведь это же династия

З. Наголкина.

“Огромное Вам спасибо за Ваш труд по превращению зеленой молодежи в молодежь созревшую. Я благодарен Судьбе за то, что она позволила мне работать рядом с Вами”.

*О, Юрий Львович, богов всемогущих избранник,
Равно к себе Вы и юношей пылких и дев ясноликих влечете.
Первым даете Вы жизни пример, подражанья достойный,
Что ж до вторых - то не знаю я, благо ли им Вас увидеть,
Ведь несомненно подобных достоинств мужчину
Встретить еще придется им в жизни едва ли.
Впрочем, оставлю я Евино племя с его суетными делами.
Лучше я, Бахусу влагой любезною, чашу наполнив,
Вверх воздымая ее осушу, пожелав Вам Здоровья!*

С. Самборский.

Дорогой Профессор!

*Пусть будет много солнца и тепла, ярких красок в Вашей жизни.
Мы поздравляем Вас с днем рожденья и просим не забывать, что
в Бостоне есть орава благодарных Вам учеников - сколько то там
Поколений, которые Вас помнят, любят, восхищаются Вами, а в
Заключенье - обнимают и целуют.*

Наташа Тетерина и Ляля Сергеева. 1996г.

В.С. Королюк*

Юрий Львович Далецкий

Юрий Львович Далецкий – один из немногих действительных членов Академии наук Украины, который был избран на прямую, минуя позицию члена- корресподента, и при том единогласно.

Однако это произошло спустя продолжительное время, когда заслуги Ю.Л. Далецкого в развитии математической науки, в воспитании молодых талантливых математиков, в организации подготовки студентов на физико-техническом факультете университета «КПИ» были общеизвестны...

Впервые я познакомился с Юрой в 1947 году, поступив на третий курс механико-математического факультета Киевского университета, после демобилизации из Советской армии и двух лет заочной учебы в Харьковском университете. Разумеется, моя математическая подготовка была довольно слабой. А на нашем курсе жизнь была весьма оживленной. Студенты ходили на лекции выдающихся математиков (напр. М. Крейна), которые читались на 4-м и даже 5-м курсе. Вскоре я обнаружил на курсе кружок, состоящий из 5-6 студентов, которые регулярно собирались в свободное время и обсуждали математические проблемы, на которые обращали внимание преподаватели. Я впервые узнал о существовании книги Хаусдорфа по теории множеств и других монографий, которых, разумеется, не было в программе курса. Однако студент в офицерской шинели не мог привлечь к себе внимание «маменькеных сынков», которых миновала горькая чаша войны (или почти

* академик НАН Украины, Киев

миновала). В моем возрасте в 47 году студенты заканчивали образование. Однажды после экзамена по теоретической физике, я, получив хорошую оценку (при том, что члены кружка практически провалили экзамен), обратил на себя внимание. Юра, который тоже совсем недавно снял солдатскую шинель, первым подошел ко мне и предложил участвовать в заседаниях неформального семинара. Так я по инициативе Юры стал членом кружка студентов, желающих максимально обогатить свои знания сверх программы университета. Уже на следующем 4-м курсе мы стали завсегдатаями института математики: посещали семинары, научные доклады на ученых советах, играли в настольный теннис с профессорами.

И все это благодаря, конечно, инициативе Юры Далецкого, который уже тогда был хорошо знаком с ведущими сотрудниками института математики (М.Г. Крейн, С.Г. Крейн, М.А. Красносельский, И. Раппопорт, Б. Коренблюм).

Узнав, что я, отслужив в Армии 5 лет, не состою в комсомоле, Юра предложил мне свою рекомендацию. Его не смутил тот факт, что мое исключение из армии было связано с осуждением моего отца в 1944 году. Юра Далецкий обладал гражданским мужеством, умел защищать свою позицию, и, конечно же, был наивен, как все молодые люди того времени.

Гром грянул в 1949 году, когда началась очередная сталинская истерия поисков врагов советской власти. Юру Далецкого на 5-м курсе исключили из университета, обвинив его в том, что он не имеет аттестата об окончании средней школы (?). Студент Ю.Л. Далецкий, имеющий к этому времени самостоятельные творческие результаты, активный член партии, - незаслуженно пользуется «студенческими привилегиями».

Мне трудно оценить, насколько исключение из университета Юры выбило его из равновесия. Однако последствий для Юры (существенных) это событие не имело. Юра успешно «сдал экзамены» за среднюю школу и был восстановлен в университете.

Ю.Л. Далецкий имел устойчивый стержень: служение математике. Поэтому внешние факторы не могли существенно повлиять на его будущее. Не совсем так. Имея все основания работать в Институте математики под руководством М.Г. Крейна, он становится преподавателем, затем профессором «КПИ», организует физико-технический факультет, обеспечивает высокий уровень математических знаний студентов-прикладников.

Ю.Л. Далецкий выполняет свою миссию – служит математике, в том качестве, которое ему позволило тогдашнее общество.

Разумеется, преподавательская и организационная деятельность Ю. Далецкого не истощала его энергию. Творчество в математике, воспитание талантливых учеников (кандидатов и докторов наук), - было его неизменным атрибутом существования. А как он умел выбирать аспиранток?! Об этом лучше спросить его супругу. Ю.Л. Далецкий, один из первых специалистов в области функционального анализа, оценил неисчерпаемые возможности применения функционального анализа в теории вероятностей, точнее, в теории случайных процессов в бесконечномерных пространствах. Думаю, он на равных с А.В. Скороходом понимал проблемы (как теперь принято называть) стохастического анализа.

Когда-то, во времена математической школы в Кацивели (в доме творчества АН Украины) Юра проскакал на одной ноге снизу вверх по ступенькам с моря к дому творчества. Правда, не безрезультатно. Была повреждена «ахиллесова пята». Я назвал подвиг Юры – «эйфорией Далецкого».

Ю.Л. Далецкий был всегда и постоянно заряжен положительной энергией, тягой выплеснуть ее в окружающий мир.

Уже больным, в далекой Японии, на заключительном заседании в ресторане «Караоке» Юра собрал нас в коллектив, повел на сцену и мы пели украинскую песню «Ой ти дівчина з горіха зерня...» (думаю любимую Юры). Надеюсь, наши огрехи певческие простили нам японцы.

Творческие и организаторские достижения Ю.Л. Далецкого закономерно были отмечены единодушным избранием в действительные члены АН Украины.

М.І.Портенко*

Юрій Львович Далецький і стохастика

Мені здається, що Юрій Львович Далецький був одним з перших київських математиків не ймовірнісного профілю, хто відчув певний дрейф сучасної математики в напрямку стохастики. І хоч його слова про те, що неможливо не знати теорії ймовірностей, перебуваючи в одній компанії з Й.І.Гіхманом та А.В.Скороходом, багатьма сприймалися як жарт, думаю, що це якраз той жарт, в якому лише частка жарту. Насправді він зумів оцінити силу того нового, що з'явилося в роботах цих двох видатних математиків, а саме, теорії стохастичних диференціальних рівнянь. Адже саме Й.І.Гіхман був одним з творців цієї теорії (паралельно і незалежно над її створенням працював японський математик К. Іто), а роботи А.В.Скорохода в цій галузі, зокрема, його докторська дисертація (опублікована в 1961 р. видавництвом Київського університету під назвою «Исследования по теории случайных процессов») за багатством ідей та результатів набагато випередили час. Це був справжній «київський прорив» у розвитку математики середини ХХ-го сторіччя. Досить лише згадати тут результат Й.І.Гіхмана про диференційованість по початкових даних розв'язку стохастичного диференціального рівняння, що дозволило йому вивести обернене рівняння Колмогорова для відповідних математичних сподівань. Цим була доведена теорема існування розв'язку диференціального рівняння в частинних похідних другого порядку параболічного типу без припущення про

* член-кореспондент НАНУ, Інститут математики, Київ

невиродженість матриці коефіцієнтів при других похідних. Цей результат носив революційний характер, бо відкривав можливість застосування ймовірнісних методів до класичних розділів математики, зокрема, до теорії диференціальних рівнянь. І до честі Юрія Львовича слід сказати, що він тонко відчув цей момент, підхопив його і став активним пропагандистом ймовірнісних методів серед математиків інших спеціальностей.

Не всі математики сприйняли нові ідеї з ентузіазмом. Були навіть такі, які закликали до «боротьби» проти ймовірнісників. Однак час розставляє все по своїх місцях. Якщо в давні часи на семінарах Інституту математики з таких класичних (не ймовірнісних) розділів математики, як функціональний аналіз, диференціальні рівняння, динамічні системи, годі було сподіватись почути обговорення ймовірнісних проблем, то в теперішній час такі суто ймовірнісні поняття, як «мартингал», «стохастичний інтеграл» тощо, стали робочим інструментом учасників згаданих семінарів. І на цьому шляху «стохастизації» науки ім'я Юрія Львовича Далецького було одним з перших.

Мені пощастило бути учасником семінару з нескінченновимірною аналізу, який протягом кількох десятків років працював при Інституті математики під керівництвом Ю.Л.Далецького та А.В.Скорохода. Вважаю, що цей семінар відіграв надзвичайно важливу роль в становленні багатьох відомих тепер київських математиків. Це була справжня школа математики для молодих людей і «тон» в ній задавали керівники семінару. Особливо повчальними були діалоги між Юрієм Львовичем та Анатолієм Володимировичем під час засідань семінару. В них учасникам семінару відкривались такі грані математики, про які не прочитаєш в жоднім підручнику, в жодній монографії. Це треба було бачити і чути: запальний, імпульсивний Юрій Львович, який бурхливо відгукувався асоціаціями майже на кожну фразу доповідача, і врівноважений, небагатослівний, але дуже точний (іноді, навіть, різкий) в своїх зауваженнях Анатолій Володимирович. Це гідне пера, здатного до більшої виразності, ніж те перо, яке я тримаю в своїй руці.

Ще хочу сказати кілька слів про згадану вже жвавість характеру Юрія Львовича, сказати б, його азартність. Він робив з азартом все, за що брався: чи то танці на бенкетах, чи то гра в шахи, чи то спів перед аудиторією – все це захоплювало його на якийсь час повністю. Поділюсь тут спогадом про те, як ми співали на бенкеті в Токіо під час Японсько–Російського симпозіуму в 1995 р. Серед учасників цього наукового форуму нас було п'ятеро з України: Ю.Л.Далецький, В.С.Корольок, М.Й.Ядренко, Р.В.Бойко та я. На бенкеті несподівано з'ясувалось, що нам доведеться заспівати щось українське. Перед нами співали японці. Співали дуже гарно. Відчувалось, що злагодженість їхнього співу досягнута не однією репетицією. Дуже гарно, я б сказав, професійно виконав російську народну пісню москвич Малютов. Коли стало ясно, що нам не уникнути співання, Юрій Львович дуже рішуче заявив, що співати будемо пісню А. Кос-Анатольського на слова І. Франка «Ой ти дівчино, з горіха зерня». Слід віддати належне смаку Юрія Львовича, пісня справді гарна. Але ж вона для сольного виконання, а не для гурту, який в такому складі не тільки не виконував цієї пісні, а й взагалі ніколи нічого не виконував. Ніхто з нас не наважився заперечити Юрію Львовичу, настільки безапеляційним був тон його пропозиції. І ми (за винятком М.Й.Ядренка) співали цю пісню. Співали, заведені Юрієм Львовичем, з азартом, хоч навряд чи наше виконання здатне було викликати захват бодай у одного з слухачів.

Э. Рашба*

Мой друг Юрий Львович Далецкий.

Мы подружились с Юрием Львовичем Далецким очень давно, когда мы были еще молодыми. Поэтому он навсегда остался для меня Юрой. Началась эта дружба в крайне тревожное время, примерно в 1951 году, и время это было очень трудным для нас обоих. Мы были знакомы еще раньше, когда были студентами Киевского Университета. Я учился на физфаке, а Юрий на мехмате, но я приходил регулярно на мехмат слушать лекции по некоторым разделам математики, которые не читались на физфаке. Нас сблизили общие трудности, к тому же мы жили тогда в полутора кварталах друг от друга, в районе клиники Водников. (Примерно середина улицы Артема, бывшая Львовская). Поэтому легко было встречаться и обсуждать наболевшее.

Летом 1950 г. Я вернулся в Киев из Таганрога после работы на заводе, на который меня распределили по назначению, и на котором я никому не был нужен. Из многих попыток найти работу упомяну только одну. Н.Н.Боголюбов просил Директора Института Математики зачислить меня на работу вычислителем, хотя бы на полставки. Но этой полуставки не нашлось... Юрий тогда работал в Институте Математики вычислителем, а мне дважды удалось устроиться временно в технические Институты Академии. Однако вскоре в Институте Математики началась этническая “чистка”. Увольняли всех “неправильных, включая “половинок”, чистка распространялась и на ветеранов Отечественной войны. 18 летним юношей

* Гарвардский Университет. Доктор физ.-мат. наук. Кембридж, Массачусетс, США

Юрий участвовал в боях на Японском фронте. Я не знаю ни одного другого института Академии, где "чистка" проводилась так радикально. Чтобы ощутить остроту сложившейся ситуации важно учесть, что еще за пару лет до этой чистки два выдающихся математика М.А.Лаврентьев и Н.Н. Боголюбов покинули Киев и переехали в Москву.

В ходе "чистки" Юрий потерял работу. К счастью, профессору А.С.Смогоржевскому удалось принять его в Политехнический Институт преподавателем математики. Юрий стал замечательным приобретением для этого Института. В последующие полстолетия там не работал ни один математик такого или даже близкого профессионального уровня. Юрий не только читал лекции, но вел активную научную работу, руководил аспирантами и участвовал в технических проектах Института. Что касается меня, то в конце 1952 года я получил скромное место преподавателя физики в вечерней школе рабочей молодежи.

Хотя позиция Юрия в Политехническом Институте была устойчивая и даже престижная, события в киевском математическом мире временно лишили его творческого общения и тех контактов, которые были необходимы для его творческого роста. Я был в еще худшем положении. Оказавшись в такой изоляции, мы регулярно встречались, обсуждали ту исследовательскую работу, которую старались вести "для души". Юра интересовался физикой, а я математикой.

В марте 1953 году мы вместе слушали радиотрансляцию похорон Сталина и старались угадать, станет лучше или еще хуже. Сейчас это звучит наивно, но тогда это было совсем не очевидно. К счастью, начало становиться лучше.

В 1954 году я получил работу в Институте Физики. Моя жизнь сразу изменилась. Первую пару лет я работал как в радостном угаре. Но потом я начал сознавать, как многое упустил не только я, но и другие молодые физики, за период политического безумия конца 1940-х и начала 1950-ых годов. Мы отстали от развития физики на Западе и должны были догонять. С

этой целью мы создали пару учебных семинаров. Один из них был по теоретико-групповым методам в физике твердого тела. Успех этого семинара в значительной мере определился тем, что Георгий Исаакович Кац и Юрий согласились принять в нем участие. Это качественно изменило уровень и стиль работы семинара. Математические проблемы обсуждались не на ученическом, а на профессиональном уровне, а Георгию и Юре было интересно, как общие концепции применяются в физике кристаллов. Этот семинар оказал глубокое влияние на нашу последующую работу.

Смягчение политической атмосферы в стране изменило коренным образом и творческую работу Юрия. Его волновал широкий спектр математических проблем, и он активно работал над ними. Это естественным образом способствовало установлению творческих контактов с математиками, работавшими в разных городах Союза и за рубежом. Юрий стал неотъемлемой частью широкого математического сообщества. Этому весьма способствовали его открытость и доброжелательность.

Вместе с другими математиками его поколения и теми, которые были младше его, Юрий работал над возрождением математики в Киеве.

В конечном счете, его заслуги нашли также и формальное признание: он был избран действительным членом Национальной Академии Наук Украины.

С того времени, как мы оба обзавелись семьями, мы встречались с Юрием не часто, но всегда очень дружественно. Наши жены тоже подружились. После моего переезда в Подмоскowie, Юрий приезжая в Москву, обычно заезжал ко мне в Черноголовку. В свою очередь я, приезжая в Киев, всегда заходил к нему.

Своими достижениями Юра обязан не только таланту, но и исключительной воле и выдержке. В детстве он перенес полиомиелит и преодолел почти неизбежный паралич регулярными упражнениями в гимнастическом зале. Только небольшое искривление и тремор пальцев рук остались вечным свидетельством страшного заболевания. Когда в 1997-1998

годах я был парализован в результате неврологического заболевания, пример Юры вдохновлял меня на то, что бы приложить максимальные усилия для собственной реабилитации.

Горькая ирония судьбы: в этом же году Юрия не стало.

А.В. Скороход*

Юрий Львович Далецкий и бесконечномерный стохастический анализ

Обычно Юрий Львович объяснял окружающим, что находясь в компании людей, в которой находятся Гихман и Скороход, не знать теорию вероятностей просто неприлично. На самом же деле направили интересы Юрия Львовича в сторону теории случайных процессов не выше упомянутые личности, а высокоуважаемый Юрием Львовичем и признанный всеми лидер функционального анализа Израиль Моисеевич Гельфанд. Это произошло в 50-е годы.

В обзорной статье И.М.Гельфанда и А.М.Яглома в журнале “Успехи математических наук” за 1956 год – “Интегрирование в функциональных пространствах и применения к квантовой физике” – И.М.Гельфанд ввел понятие континуального интеграла, т.е. интеграла, содержащего континуум переменных. Эта терминология была продиктована подозрительным отношением Израиля Моисеевича к теории вероятностей как нестрогой науке, хотя после книги А.Н.Колмогорова “Об основных понятиях теории вероятностей”, содержащей аксиоматическое построение этой теории, она превратилась в особую главу теории функций. В этой книге есть определение случайного процесса и его распределения в пространстве функций, определяемого своими конечномерными распределениями, а также найдены

* Prof. Statistics and Probability Michigan State University, академик НАНУ

необходимые и достаточные условия, которым они должны удовлетворять, чтобы соответствующая мера существовала.

В другой работе А.Н.Колмогорова “Об аналитических методах в теории вероятностей” вводился класс диффузионных марковских процессов, конечномерные распределения которых определялись дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка параболического типа. Это давало возможность использовать диффузионные марковские процессы для вероятностного представления решений уравнений в частных производных параболического типа. Такое представление имело бы смысл, если бы диффузионные процессы можно было конструктивно строить. Это стало возможным после того, как К.Ито и И.И.Гихман развили теорию стохастических дифференциальных уравнений. Произошло это в те времена, когда Советский Союз не очень общался с внешним миром, и И.И.Гихман не подозревал, что во вражеской Японии К.Ито занимается тем же делом, что и он. И.И.Гихман исследовал решения своих уравнений и обнаружил, что они являются диффузионными марковскими процессами. Так же обстояло дело и с уравнениями Ито. Уравнение Ито имело то преимущество, что переписывалось как интегральное уравнение, содержащее стохастический интеграл Ито (интеграл по процессу Винера). Поэтому решение этого уравнения представлялось как некоторая функция от винеровского процесса, оно конструктивно представлялось через винеровский процесс. Таким образом решения уравнений с частными производными представлялись как математические ожидания от некоторых функционалов от винеровского процесса.

Следует отметить, что на замечания некоторых участников семинара Гельфанда о том, что континуальные интегралы не считаются ни для одного частного случая, он отвечал, что главное для любого интеграла – это его существование, считать конкретные интегралы можно приближенными методами, как в случае интеграла Лебега. Это соображение применимо и к интегралам в функциональных пространствах, и в теории вероятностей

разработаны методики приближенного вычисления математических ожиданий для функционалов от случайных процессов. Однако именно доказательство существования континуального интеграла и было слабым местом этой теории, в то время как в теории случайных процессов рассматривался обычный интеграл по счетно-аддитивной мере и вопрос о существовании решался автоматически. С этой точки зрения теория континуальных интегралов была мертворожденной.

Мы были знакомы с Юрием Львовичем еще со студенческих времен. И одно время даже жили практически рядом. Я всегда очень интересовался функциональным анализом и даже некоторое время ходил в учениках Марка Александровича Красносельского (за что подвергался некоторым гонениям от партбюро факультета, которое никак не могло взять в толк, почему украинец якшается с евреями). Встречаясь с Юрием Львовичем, мы обсуждали в основном проблемы функционального анализа, интересующие нас обоих.

В дальнейшем такие отношения сохранялись.

В 1964 году я начал работать в институте математики АН УССР в качестве заведующего отделом теории случайных процессов. Среди задач, которые должен был решать отдел, было построение бесконечномерного стохастического анализа. В отделе подобралась хорошая компания активно работающих способных молодых математиков: Н.И.Портенко, В.М.Шуренков, В.В.Булдыгин, Е.П.Буцан, Р.В.Бойко. Я предложил Юрию Львовичу организовать совместный семинар по бесконечномерному анализу (стохастическому и нестохастическому) и с 1964 года этот семинар заработал. Юрий Львович привел на семинар довольно большую команду своих учеников, которые в основном занимались обычным (бесконечномерным) анализом, по принятой тогда терминологии функциональным анализом, но постепенно под влиянием своего шефа сползали на вероятностные позиции. Тем не менее участники семинара делились на две команды: функциональщики и вероятностники.

Вероятностники имели то преимущество, что еще со студенческих времен, когда они были среди отличников, они прекрасно знали анализ, поскольку математический анализ и теория функций были основными предметами на механико-математических факультетах. С другой стороны, теории вероятностей и математической статистике уделялось довольно мизерное время и реально функциональщики имели о теории вероятностей весьма смутные представления. Как не вспомнить Георгия Евгеньевича Шилова, любимого ученика И.М.Гельфанда, читавшего мне спецкурсы по функциональному анализу в Киевском университете, который гордился тем, что теорию вероятностей не знает и не понимает. Это не помешало Георгию Евгеньевичу не только начать понимать (под воздействием самого Гельфанда) теорию вероятностей, но и писать книги по этому предмету для специалистов по анализу. Естественно, такая смешанная аудитория поневоле привела к взаимному умственному обогащению участников и постепенному уравниванию их возможностей.

В этой связи я не могу не вспомнить семинар, которым руководил Евгений Борисович Дынкин на мехмате МГУ в 1954 г. Семинар назывался “Анализ, алгебра и теория вероятностей”. Этот семинар посещали специалисты по алгебре и топологии и по теории вероятностей, и каждый докладчик должен был объяснять все термины, которые он использовал. Кроме того, у каждого докладчика был оппонент, назначаемый Дынкиным из участников семинара. Его дело было пытаться опровергнуть утверждения, которые докладчик представлял в своем докладе. Я посещал этот семинар в течение двух-трех лет, и это существенно расширило мой математический кругозор.

Нашим семинаром мы с Юрием Львовичем руководили на паритетных началах. Я рассказал участникам семинара о семинаре Дынкина и мы старались приблизиться к этому образцу. Постоянным оппонентом ко всем докладчикам у нас выступал Валентин Михайлович Шуренков, человек глубоко чувствующий математику, язвительный и остроумный, не любящий,

когда ему пудрят мозги. Если докладчик выступал с обзором какой-нибудь новой теории, то Валентин Михайлович сразу же принимался доказывать логическую несостоятельность этой теории. При этом, по крайней мере, выяснялось, что докладчик не совсем понимает, о чем он говорит. Если же содержанием доклада было доказательство некоторой новой теоремы, то Валентин Михайлович мог построить контрпример, так что приходилось менять формулировку теоремы, добавляя некоторое новое условие, при этом бывало, что теорема и в новой формулировке оказывалась неверна. Если в вероятностном кругу указание на ошибку не считалось оскорблением, а наоборот, встречалось с благодарностью, предохраняя от публикации ошибочного утверждения, то Юрий Львович всегда становился на защиту своих учеников и мог даже обижаться на Валентина Михайловича, хотя и относился к нему с большим уважением. Среди учеников Юрия Львовича было некоторое число симпатичных и даже красивых девиц, весьма решительных и державшихся с большим апломбом. Как правило, понимание математики у них было на весьма посредственном уровне. Но Юрий Львович относился к ним с искренним восхищением и считал, что Валентин Михайлович напрасно к ним придирался. Возможно, что его придирки были продиктованы желанием обратить на себя внимание этих красавиц. Тогда ревность Юрия Львовича к Валентину Михайловичу имела достаточное основание. Сразу отмечу, что восхищение ученицами у Юрия Львовича было чисто платоническим. Уж его ни в коем случае нельзя было назвать “бабником”.

Еще до того, как начать семинар, мы сверили наши математические “часы”. Мы довольно часто встречались и не только на семинарах. Юра был такой человек, с которым можно было выпить стаканчик-другой вина и разговаривать не только на математические темы. Однажды он спросил меня, как я отношусь к прикладной математике. Я ответил, что для меня существует только математика и нематематика, так что если то, что автор рассматривает, есть математика, то положительно, в противном случае –

отрицательно. Вопрос не в том, что рассматривается, а как рассматривается. Он сказал, что тоже придерживается такого же мнения.

Таким образом, мы имели одну и ту же точку зрения на тот предмет, который мы собирались обсуждать на нашем семинаре. Наше единомыслие с Юрием Львовичем имело определенные границы. Первое серьезное разногласие относилось к проблеме доказательства математических утверждений. Я рассматривал доказательства как необходимый и единственный фундамент любой математической теории и считал бездоказательные утверждения пустой болтовней. Юра считал, что главное “идеология”, которая по его мнению представлялась определенной схемой понятий и все задачи должны быть сформулированы в рамках этой схемы и доказательства являлись излишней роскошью. Обычно он спрашивал: как тебе такая идеология? Когда я в ответ спрашивал, а что нового можно доказать с помощью этой идеологии, он отмахивался - была бы идеология, а задачи найдутся. С моей точки зрения абсурдный подход: не идеология подбирается под задачу, а задача подбирается под идеологию. Юрий Львович не владел техникой доказательств, а строил свои доказательства по аналогии с доказательствами других авторов. Он не учил своих учеников (обоего пола) доказывать свои теоремы, так как задачи формулировались в рамках его идеологии, а публиковались они в тех изданиях, где доказательства не требовались, а рецензирование не было независимым, он сам писал рецензии на эти работы. Тем не менее наш семинар начинал приобретать известность по всей стране. Главная заслуга в этом – талант Юрия Львовича заводить знакомства и сближаться с незнакомыми людьми до уровня приятельских отношений. На наш семинар стали приезжать с докладами ученые-математики из Москвы, Ленинграда и других городов России, Харькова, Одессы, Львова, Донецка, Литвы, Грузии, Азербайджана.

Это было время, когда антисемитизм был составной частью государственной политики и коммунистической идеологии. Ни в Московском Стекловском математическом институте, ни в Киевском

институте математики не работало ни одного еврея. В отличие от И.М.Виноградова с Юрием Алексеевичем Митропольским всегда можно было договориться о принятии к защите “еврейской” диссертации в Киевском институте математики, и я постоянно обращался к Митропольскому с такими просьбами и они удовлетворялись. Это поднимало его рейтинг в московских математических кругах. Нужно сказать, что в уже независимой Украине с согласия Митропольского Юрий Львович был избран действительным членом Академии Наук.

Естественно, что во время официального гонения на евреев каждый порядочный человек старался помочь гонимым, чем только мог. Юрий Львович тоже помогал своим соплеменникам тем, что брал их в аспирантуру, помогал устраиваться на работу. Среди его московских и ленинградских приятелей тоже было много евреев. В смешанных компаниях Юра иногда подсчитывал количество присутствующих евреев, скромно рассматривая себя как полеврея. Ситуация в стране менялась, страна двигалась к краху. На Украине возник “Рух”, ставящий перед собой задачу национального возрождения. При этом “Рух” проводил митинги, посвященные памяти жертв нацизма в Бабьем Яру, имел еврейскую секцию и призывал к равенству всех национальностей, проживающих на Украине. Как только Украина провозгласила свою государственную независимость, она установила дипломатические отношения с государством Израиль.

Юра разделял взгляды провозглашаемые “Рухом”, у него появились ученики из западной Украины. В компаниях он пел украинские песни, начал говорить на украинском языке. Наш семинар продолжал работать, пока я не уехал работать в Америку. Но при первой возможности я приглашал его в Мичиганский университет, где работал и работаю сейчас, когда у меня появлялись деньги по грантам Американского военного флота.

Рассмотрим теперь по существу тот вклад, который содержится в работах Ю.Л.Далецкого в бесконечномерный стохастический анализ, и применения этого анализа к задачам функционального анализа. Главная

задача, которая интересовала функциональщиков школы Гельфанда и вероятностников, имеющих интересы в теоретической физике, это были Фейнмановские интегралы. Интеграл Фейнмана был отчасти инспирирован известной в теории вероятностей формулой М.Каца. Для решения уравнения теплопроводности с потенциалом эта формула дает представление в виде интеграла по мере Винера. Фейнман предложил определенную процедуру для представления решения уравнения Шредингера, описывающего движение частицы в некотором потенциальном поле. Это же представление использовало некоторый квазимарковский процесс с комплекснозначными вероятностями перехода. Решение записывалось как предел некоторой величины, зависящей от параметра, являющегося разбиением отрезка $(0; 1)$. Предел рассматривался как и в интеграле Римана, когда максимальная длина отрезков разбиения стремится к нулю. Главная проблема была в доказательстве существования этого предела. Эта проблема послужила толчком для исследования Юрия Львовича “Эволюционные уравнения и связанные с ними функциональные интегралы”. Нужно сказать, что статья, опубликованная в Успехах математических наук, написана сумбурно и туманно. Я расскажу об этих результатах так, как я слышал от самого автора. Эволюционная система в конечномерном пространстве R^d определяется обобщенным параболическим дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d}{dt} X(t) = H_t X(t) \quad (*)$$

H_t есть некоторый дифференциальный оператор на пространстве R^d с коэффициентами, зависящими от точки пространства R^d и времени t ; они предполагаются непрерывными и достаточно гладкими функциями, для которых решение уравнения (*) существует и является единственным при заданном начальном условии и зависят от начального условия непрерывным образом. Эти решения являются траекториями эволюционной системы. При

довольно общих предположениях существует функция Грина для уравнения (*) с обращенным временем. Это значит, что в уравнении в правой части вместо H_t стоит $-H_t$: частицы движутся по траекториям в обратном направлении. Эта функция $g(x, \tau, y, t)$, где $x, y \in R^d, \tau, t \in R$ обладает свойством: для всякой непрерывной функции $f: R^d \rightarrow R$ функция

$$G(x, \tau, t) = \int g(x, \tau, y, t) f(y) dy$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{d\tau} G(x, \tau, t) = -H_\tau G(x, \tau, t)$$

и краевому условию $G(x, \tau, \tau) = f(x)$. Мы построим квазимеру, порожденную эволюционным уравнением (*): Предположим, что функция $g(x, \tau, y, t)$ удовлетворяет условиям

- 1) $\left| \int g(x, \tau, y, t) dy \right| \leq 1$, для всех $x \in R^d, 0 \leq \tau \leq t$,
- 2) $\int |g(x, \tau, y, t) dy| \leq C_R$, для всех $|x| \leq R, C_R < \infty$.

Обозначим $X(x, \tau, t)$ – решение уравнения (*) с начальным условием $X(x, \tau, \tau) = x$. Тогда для $\tau < s < t$ выполняется соотношение

$$X(x, \tau, t) = X((X(x, \tau, s), s, t), \quad (**)$$

которое на самом деле является определяющим для эволюционных систем; оно указывает, что они являются динамическими системами.

Определим переходную функцию системы формулой

$$Q(x, \tau, t, B) = \int_B g(x, \tau, y, t) dy, \quad B \in \mathcal{B}(R^d),$$

где $\mathcal{B}(R^d)$ есть борелевская σ -алгебра подмножеств R^d . Функция Q удовлетворяет условиям

(а) она как функция B является счетно-аддитивным зарядом ограниченной вариации на любом шаре в пространстве R^d ,

(б) она удовлетворяет уравнению Колмогорова для переходных вероятностей: для $s < t < u$ выполняется равенство

$$Q(x, s, u, B) = \int Q(x, s, t, dy) Q(y, t, u, B),$$

которое вытекает из того, что функция $g(x, t, u, y)$ является решением уравнения (*) как функция x, t и, следовательно, удовлетворяет условию (**):

В пространстве $C(R^+)$ введем цилиндрические множества

$$C(t_0, t_1, \dots, t_n, B_0, B_1, \dots, B_n) = \{z(\cdot) \in C(R^+) : z(t_k) \in B_k, k \leq n\}.$$

Эти множества образуют алгебру подмножеств пространства $C(R^+)$.

Определим функцию цилиндрического множества

$$q(C(t_0, t_1, \dots, t_n)) = \int_{B_0} q_0(dx_0) \int_{B_1} Q(t_0, x_0, t_1, x_1) \dots \int_{B_{n-1}} Q(t_{n-1}, x_{n-1}, t_n, B_n),$$

Здесь q_0 есть некоторая вероятностная мера на $\mathcal{B}(R^d)$, имеющая смысл распределения начального значения $X(t_0)$ для решения уравнения (*), q есть конечно-аддитивная функция множества на алгебре, порожденной цилиндрическими множествами, она знакопеременна и представляет собой аддитивный заряд.

С помощью свойств 1) и 2) мы можем продолжить функцию q на минимальную σ -алгебру подмножеств $\mathcal{B}(R^+)$, содержащую все цилиндрические множества как счетно-аддитивный заряд локально

ограниченной вариации по схеме, предложенной А.Н. Колмогоровым при определении меры для случайного процесса. Обозначим эту меру q . Для любой ограниченной непрерывной функции $\Phi: C(R^+) \rightarrow R$ определен интеграл

$$\int \Phi(x(\cdot)) q(dx(\cdot)).$$

Этот интеграл и есть континуальный или функциональный интеграл для эволюционной системы.

Обозначим $C_{[0,1]}(R^d)$ пространство непрерывных функций $x: [0,1] \rightarrow R^d$. Можно рассматривать ограничение квазимеры q на пространство $C_{[0,1]}(R^d)$. Рассмотрим некоторые формулы для вычисления интеграла

$$\int \Phi(x(\cdot)) q(dx(\cdot))$$

которые использовались при определении функциональных интегралов.

Пусть $r = \{0 = t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_n\}$ есть разбиение отрезка $[0,1]$ на подинтервалы, $X_r(x_0, x_1, \dots, x_n, t)$ есть полигональная функция с вершинами в точках (t_k, x_k) , $t_k \in R_+$, $x_k \in R^d$, $k \leq n$. Обозначим $Q_r(dx_0, \dots, dx_n)$ меру в $(R^d)^{n+1}$, для которой

$$Q_r(dx_0, \dots, dx_n) = q_0(dx_0) Q(t_0, x_0, t_1, dx_1) \dots Q(t_{n-1}, dx_{n-1}, t_n, dx_n).$$

Тогда

$$\int \Phi(x(\cdot)) q(dx(\cdot)) = \lim \int \Phi(X_r(x_0, x_1, \dots, x_n)) Q_r(dx_0, \dots, dx_n),$$

где предел берется при условии $\max(t_k - t_{k-1}) \rightarrow 0$. Эта формула вытекает из непрерывности функционала и соотношения

$$\sup |X(x(t_0), \dots, x(t_n), t) - X(t)| \rightarrow 0$$

для любой функции $x(\cdot) \in C_{[0,1]}$, если $\max_k (t_k - t_{k-1}) \rightarrow 0$

Рассмотрим теперь эволюционное уравнение с потенциалом:

$$\frac{d}{dt} X(t) = H_t X(t) + U(t, X(t)) X(t) \quad (***)$$

где функция $U: R_+ \times R^d \rightarrow R_+$ является непрерывной. Аналогично тому, как была получена формула М.Каца для винеровского процесса, можно получить представление для решения уравнения (***) в виде интеграла по мере q :

$$u(t) = \int \exp\left\{\int_0^t U(s, x(s)) ds\right\} q(dx(\cdot)) .$$

Применим эти результаты к уравнению Шредингера

$$\frac{d}{dt} \varphi(t) = i\Delta \varphi(t) + U(t)\varphi(t) .$$

Здесь $\varphi(t)$ волновая функция для частицы, находящейся в потенциальном поле с потенциалом $U(t)$ (и волновая функция, и потенциал зависят от пространственной переменной $x \in R^3$), Δ есть оператор Лапласа по пространственным переменным, $U(t)$ функция операторозначная, мы будем ее рассматривать как скалярную функцию от t, x . Уравнение Шредингера является эволюционным. Сначала мы рассмотрим свободную частицу, волновая функция для которой определяется уравнением с $U(t) = 0$. Функция $\varphi(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dt} \varphi(t) = \frac{1}{2} i \Delta \varphi(t),$$

которая отличается от уравнения Колмогорова для винеровского процесса только множителем и перед оператором Лапласа. Поэтому функция $g(\tau, x, t, y)$ определяется формулой

$$g(\tau, x, t, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi i(t-\tau)}} \exp\left\{-\frac{1}{2(t-\tau)i} |x-y|^2\right\}.$$

Легко проверить, что

$$\int g(\tau, x, t, y) dy = 1$$

для всех $\tau, t \in R_+, x \in R^3$.

Таким образом $g(\tau, x, t, y)$ удовлетворяет условию 1). С другой стороны при $t > \tau$

$$|g(\tau, x, t, y)| = (2\pi(t-\tau))^{-\frac{1}{2}},$$

так что условие 2) выполнено тоже. Мы можем построить квазимеру q , в этом случае она комплекснозначная. Интеграл по этой мере и есть интеграл Фейнмана, а волновая функция для частицы в поле с потенциалом $U(t)$ представляется интегралом по мере q формулой Фейнмана–Каца

$$\varphi(t) = \int \exp\left\{\int_0^t U(s, \varphi(s)) ds\right\} q(d\varphi(\cdot)).$$

Главная заслуга Юрия Львовича – это построение квазимеры и с ее помощью элегантное решение проблемы существования фейнмановского интеграла.

В другой большой обзорной статье Ю.Л.Далецкого, опубликованной в журнале “Успехи математических наук” – “Бесконечномерные эллиптические операторы и связанные с ними параболические уравнения ” построена база для распространения стохастических уравнений на гильбертово пространство. Для этого развивается теория обычных и обобщенных случайных величин в гильбертовом пространстве. В предисловии отмечается, что целью этой работы является построение решения уравнения

$$\xi(t) = \xi_0 + \int_0^t a(\xi(\tau), \tau) d\tau + \int_0^t A(\xi(\tau), \tau) dw(\tau). \quad (****)$$

Это стохастическое дифференциальное уравнение, его коэффициенты являются вектор-значными и оператор-значными функциями, а случайный процесс $w(\tau)$ есть вектор-значный винеровский процесс. Для определения вектор-значных случайных величин вводится некоторая шкала гильбертовых пространств. Пусть H - некоторое сепарабельное гильбертово пространство и симметричный оператор $T: H \rightarrow H$ является неограниченным, и выполнено условие $\|T^{-1}\| \leq 1$; тогда для всех натуральных n $\|T^{-n}\| \leq 1$. Обозначим через H_n замыкание множества $T^n x, x \in H$ в норме пространства H . Следовательно, H_n есть гильбертово пространство с нормой

$$\|x\|_n = \|T^n x\|, \quad x \in H_n.$$

Рассмотрим в H другую норму

$$\|x\|_{-n} = \|T^{-n} x\|.$$

Она определена для всех $x \in H$, так как оператор T^{-n} является ограниченным для всех натуральных n . Обозначим через H_{-n} замыкание множества $\{T^{-n} x, x \in H\}$ в норме $\|\cdot\|_{-n}$. Последовательность гильбертовых пространств

$$\{H_n, n \in \mathbb{Z}\},$$

где $\mathbb{Z}$ есть множество всех целых чисел, и образует шкалу гильбертовых пространств. Эти пространства обладают свойствами

1) для любых $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$

$$T^{\alpha-\beta}(H_\beta) = H_\alpha,$$

2) $H_0 = H$,

3) $H_n \subset \dots \subset H_1 \subset H_0 \subset H_{-1} \subset \dots \subset H_{-n}$,

$$\|X\|_n < \|X\| < \|X\|_{-n},$$

4) $T^n : H \rightarrow H_n, T^{-n} : H_n \rightarrow H$ являются изометрическими отображениями гильбертовых пространств, при этом $(T^n)^* = T^{-n}$. Рассмотрим случайные величины в H . Пусть $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ есть некоторое вероятностное пространство с множеством элементарных событий Ω , на котором определено σ -кольцо подмножеств $\mathcal{F}$, и на $\mathcal{F}$ определена неотрицательная мера P , удовлетворяющая условию $P(\Omega) = 1$. Рассмотрим измеримое пространство $(H; \mathcal{B}(H))$, где $\mathcal{B}(H)$ есть борелевская σ -алгебра в H . Величина $\xi = \xi(\omega) : \Omega \rightarrow H$ называется H -значной случайной величиной, если функция ξ измерима относительно кольца $\mathcal{F}$. Для случайной величины ξ пространство $(H, \mathcal{B}(H), \mu_\xi)$, где $\mu_\xi(A) = P\{\omega : \xi(\omega) \in A\}, A \in \mathcal{B}(H)$ есть также вероятностное пространство, оно порождено этой случайной величиной, а мера μ_ξ называется распределением случайной величины ξ .

Предположим, что для каждого $t \in [0, T_0]$ определены случайные величины $\xi(t, \omega)$ со значениями в H . Это множество случайных величин называется H -значным случайным процессом. Функции

$$\mu_{t_1, t_2, \dots, t_n}(A_1, \dots, A_n) = P(\cap_{k=1}^n \xi(t_k, \omega) \in A_k)$$

называются конечномерными распределениями этого случайного процесса. Из теоремы Колмогорова о согласованных вероятностях вытекает, что конечномерные распределения случайного процесса определяют меру в пространстве всех функций

$$x(\cdot): [0, T_0] \rightarrow H$$

Рассмотрим случайный процесс $\{w(t), t \in [0, T_0]\}$ со значениями в H , удовлетворяющий условиям

1) для любого конечного множества $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n \leq T_0$ случайные величины $\{w(t_k) - w(t_{k-1}), k \leq n\}$ являются независимыми гауссовскими случайными векторами,

$$2) E(w(t_k) - w(t_{k-1})) = 0, 0 \leq t_{k-1} < t_k \leq T_0,$$

3) для любого $x \in H$

$$E(w(t_k) - w(t_{k-1}), x)^2 = (t_k - t_{k-1})(x, x)$$

Такой процесс называется H -значным винеровским процессом. Далее определяется стохастический интеграл по винеровскому процессу со значениями в H . Построение этого интеграла производится по той же схеме, которую использовал К.Ито для интеграла по одномерному процессу.

Пусть $\mathcal{W}_t$ есть σ -алгебра, определенная на исходном вероятностном пространстве, на котором определен винеровский процесс, удовлетворяющая соотношению

$$\mathcal{W}_t = \bigcup_{s \leq t} \sigma(w(s)),$$

а $\sigma(w(s))$ есть σ -алгебра, порожденная случайной величиной $w(s)$. Поскольку $w(t)$ есть процесс с независимыми приращениями, то случайная величина $w(u) - w(t)$, $u > t$ не зависит от σ -алгебры $\mathcal{W}_t$. Рассмотрим случайный процесс $\alpha(t, \omega)$ со значениями в R , для которого $\alpha(s, \omega) \mathcal{W}_s$ – измеримо и

$$E \int_0^{T_0} \alpha^2(s, \omega) ds < \infty.$$

Тогда определена случайная величина $I_t(\alpha, w)$ удовлетворяющая условиям

а) Если случайный процесс $\alpha(s, \omega)$ есть ступенчатая функция, т.е. существует такая последовательность $\{s_{k-1}; s_k < s_{k+1}, s_n \uparrow \infty\}$ для которой

$$\alpha(t, \omega) = \sum_k \alpha(s_{k-1}, \omega) 1_{\{s_{k-1} \leq t < s_{k+1}\}}.$$

Тогда

$$I_t(\alpha, w) = \sum_k (\alpha(s_k, \omega)) [w(s_k \wedge t) - w(s_{k-1} \wedge t)];$$

$$б) EI_t^2(\alpha, w) = E \int_0^t \alpha^2(s, \omega) ds.$$

Доказательство существования интеграла вытекает из возможности аппроксимации любой функции $\alpha(s, \omega)$ измеримой при каждом s относительно σ -

алгебры $\mathcal{W}_s$ последовательностью ступенчатых функций $\alpha_n(s, \omega)$; для которых

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^t (\alpha(s, \omega) - \alpha_n(s, \omega))^2 ds = 0, \quad t > 0.$$

Аналогичным образом определяется векторный стохастический интеграл

$$\int_0^t (\beta(s, \omega), dw(s))$$

для H -значных функций $\beta(s, \omega)$, и операторнозначный стохастический интеграл.

Рассмотрим гильбертово пространство операторов $A: H \rightarrow H$ для которых

$$\text{Tr} AA^* < \infty$$

Оно обозначается $L_2(H)$; определим в нем скалярное произведение операторов

$$(A, B)_2 = \text{Tr} AB^*$$

и норму

$$\|A\|_2 = (\text{Tr} AA^*)^{1/2}$$

Обозначим $L_2(H, \mathcal{W})$ пространство операторнозначных функций $A(t, \omega)$ со значениями в $L_2(H)$ и удовлетворяющих условиям

(i) $A(t, \omega)$ измеримо относительно σ -алгебры $\mathcal{W}_t$;

(ii) $\int_0^t \|A(s, \omega)\|_2^2 ds < \infty, \quad t > 0.$

Для функций из $L_2(H, \mathcal{W})$ определяется интеграл

$$\int_0^t A(s, \omega) dw(s, \omega)$$

аналогично предыдущему, его значением есть H -значная случайная величина, для которой

$$E \int_0^t H(s, \omega) dw(s, \omega) = 0 \quad E \left| \int_0^t A(s, \omega) dw(s) \right|^2 = E \int_0^t \|A(s, \omega)\|_2^2 ds.$$

Замечание. Определенный выше винеровский процесс нельзя рассматривать как обычный H -значный случайный процесс, поскольку $w(t, \omega)$ есть гауссова случайная величина с корреляционным оператором tI ,

где I есть единичный оператор и $TrI = +\infty$. Но если оператор T , по которому строится шкала гильбертовых пространств таков, что T^{-1} есть ядерный оператор, т.е.

$$TrT^{-2} < \infty;$$

то $w(t)$ можно рассматривать как H_{-1} -значный, поскольку

$$E(w(t), x)_{-1}^2 = \|x\|_{-1}^2, x \in H_{-1}$$

Таким образом, $w(t)$ есть обобщенный случайный процесс.

Теперь рассматривается стохастическое уравнение (****): Предполагается, что его коэффициенты удовлетворяют условиям:

(i) функция $a(x, \tau): H \times R_+ \rightarrow H$ является непрерывной по совокупности переменных и удовлетворяет условию Липшица по пространственной переменной: для всех $\tau \in R_+, x_1, x_2 \in H$

$$\|a(\tau, x_1) - a(\tau, x_2)\|_H \leq l \|x_1 - x_2\|_H$$

где l некоторая постоянная,

(ii) операторная функция $A(\tau, x)$ является непрерывной по совокупности переменных,

$$A(\tau, \cdot): H_{-1} \rightarrow H$$

и удовлетворяет условию Липшица по пространственной переменной

$$\|A(\tau, x_1) - A(\tau, x_2)\| < l \|x_1 - x_2\|_H$$

При этих условиях решение уравнения (****) существует и является единственным для начального значения ξ_0 удовлетворяющего условию

$$E\|\xi_0\|_H^2 < \infty,$$

само же решение $\xi(t)$ удовлетворяет условию

$$\sup_{t \leq T_0} E\|\xi(t)\|_H^2 \leq C(T_0)E\|\xi_0\|_H^2$$

Обозначим это решение

$$\xi(t) = \Xi(\xi_0, t)$$

Предположим, что функции $a(\tau, x)$ и $A(\tau, x)$ дважды дифференцируемы по переменной $x \in H$ и производные ограничены. Тогда для любой дважды непрерывно дифференцируемой функции с ограниченными производными

$$\Phi: H \rightarrow R$$

функция $U(t, x) = E(\Phi(\Xi(x, t)))$ является дважды непрерывно дифференцируемой по x и к ней применима формула Ито. В результате этого мы получаем для этой функции такое уравнение

$$U'_t(t, x) = (U'_t(t, x), a(t, x)) + \frac{1}{2} \text{Tr} U''_{xx}(t, x) A(t, x)$$

Это параболическое уравнение второго порядка в гильбертовом пространстве и функция $U(t, x)$ удовлетворяет краевому условию $U(0, x) = \Phi(x)$.

Таким образом решение задачи Коши для этого уравнения представляется интегралом в функциональном пространстве по мере, которая является распределением решения стохастического дифференциального уравнения.

Следует отметить, что в процессе доказательства была построена последовательность случайных процессов, которые конструктивно выражаются через винеровский процесс $w(t)$. Таким образом получена последовательность функций $U_n(t, x)$, которые сходятся к $U(t, x)$.

Юрий Львович Далецкий пришел в теорию вероятностей для того, чтобы решить определенную задачу функционального анализа. В обсуждаемой статье он полностью решил поставленную перед собой задачу. Во время работы над этой задачей он разработал теорию обобщенных случайных процессов, которая получила высокую оценку в вероятностных кругах. Особенно использовался обобщенный винеровский процесс.

Я благодарен судьбе за предоставленную возможность работать и жить с Ю. Далецким, провести вместе многие счастливые часы при различных обстоятельствах. Его остроумие, доброта, внимательность, дружеское расположение, жизнелюбие всегда привлекало к нему многих людей. Их любовь надеюсь, сохранится очень долго.

О.Г.Смолянов*

Юрий Львович Далецкий в математике и в жизни

Действительный член Национальной Академии наук Украины Юрий Львович Далецкий был одним из пионеров бесконечномерного анализа – и именно этим определяется та роль, которую он сыграл в развитии мировой и украинской математики. Бесконечномерный анализ является современной версией функционального анализа; последний может рассматриваться как линейный бесконечномерный анализ, хотя следует заметить, что именно те работы (Вольтерры, Фреше, Адамара, П. Леви), которые, как обычно считают, положили начало функциональному анализу, в действительности относятся к (нелинейному) бесконечномерному анализу. Следует также подчеркнуть, что, подобно классическим областям анализа, бесконечномерный анализ возник из двух источников: с одной стороны, в силу логики внутреннего развития математического анализа, а с другой стороны – под влиянием прикладных задач, связанных с теоретической физикой, стохастическим анализом и с рядом областей современной техники, где он находит все новые и новые применения (назовем одно из сравнительно недавних потенциальных направлений таких применений – теорию квантовых компьютеров и, более общим образом, квантовую теорию информации).

К бесконечномерному анализу относятся основные задачи стохастического анализа, теории бесконечномерных многообразий, теории бесконечномерных дифференциальных и псевдодифференциальных операторов и

* доктор физ.-мат. наук, Москва, Россия

функциональных интегралов (в том числе интегралов Фейнмана по траекториям), представления бесконечномерных групп. Кроме того, к бесконечномерному анализу относится и ряд проблем, возникающих в квантовой теории поля, гидродинамике, статистической механике и в ряде других областей математической физики бесконечномерных систем. В частности, именно бесконечномерный анализ составляет основную часть математического аппарата теории суперструн и ее обобщения – так называемой М-теории².

Однако еще в начале восьмидесятых годов прошлого века бесконечномерный анализ вызывал довольно сильную оппозицию³. Но здесь происходило совсем не то, что описано в футурологической книге Станислава Лема "Сумма технологии", опубликованной около 1960 года.

В этой книге рассматривается ситуация (в 1960 году она ожидалась в самом ближайшем будущем, и она действительно возникла где-то в начале семидесятых), когда происходивший в течение всего обозримого периода истории человечества экспоненциальный рост науки прекратится (как и экспоненциальный рост числа профессиональных водителей автомобилей).

Станислав Лем предсказывал, что внутри самой науки это будет проявляться в появлении требований заниматься вещами, связанными с так называемыми приложениями. Однако главный (и единственный) аргумент противников бесконечномерного анализа - в действительности одного из наиболее важных для приложений разделов математики⁴ - состоял в том (и этого аргумента С.Лем, писавший о компетентных и добросовестных критиках, не

² Относительно происхождения последнего названия (и даже относительного его смысла) полного единодушия нет; некоторые считают что буква М присутствует здесь как начальная буква слова «мембрана», другие полагают, что эта буква появилась как начальная буква слова «матрица»; наконец, есть точка зрения, что лучше связать эту букву со словом «miracle»-чудо.

³ Стоит заметить, что такая оппозиция была особенно сильна в Москве, то-есть именно там, где фактически и возник в работах Андрея Николаевича Колмогорова, Сергея Васильевича Фомина, Георгия Евгеньевича Шилова и их учеников современный бесконечномерный анализ; однако в Киеве ее просто не было, и группа ярких молодых математиков, включавшая Юрия Макаровича Березанского, Юрия Львовича Далецкого и Анатолия Владимировича Скорохода, начала активно работать в этой области

⁴ Как раз в самом начале восьмидесятых годов на защите диссертации одного из моих учеников, посвященной задачам бесконечномерного анализа, кто-то выразил недоумение по поводу выбора направления исследований; однако бывший в то время председателем Совета по присуждению ученых степеней Андрей Николаевич Колмогоров сказал, что он еще несколько лет назад обдумывал подобные вещи, представляющиеся ему очень интересными.

предвидел), что заниматься надо только тем, чем занимаются они сами (похожий аргумент был у персонажа из "Гадкого утенка" Андерсена, считавшего, что самое главное - уметь мяукать).

Фактически бесконечномерный анализ сформировался, когда стала ясной необходимость построения теории распределений на бесконечномерных пространствах; по-видимому, впервые метод построения такой теории был изложен в докладе Сергея Васильевича Фомина на Международном конгрессе математиков в Москве в 1966 году. Основным в этом методе является предложение использовать в качестве пространства пробных элементов пространство дифференцируемых мер. С тех пор дифференцируемые меры стали центральным объектом бесконечномерного анализа, и в их исследовании активную роль сыграл Юрий Львович, долгое время сотрудничавший с Сергеем Васильевичем. Основам бесконечномерного анализа посвящена монография Ю.Л.Далецкого и С.В.Фомина "Меры и дифференциальные уравнения на бесконечномерных пространствах", опубликованная в 1983 году и до сих пор не устаревшая. В 1991 году вышел расширенный ее перевод на английский язык, содержащий новую интересную восьмую главу, написанную совместно Ю.Л.Далецким и его ученицей Викторией Стебловской, и посвященную описанию свойств гладких мер⁵.

Сергей Васильевич Фомин скоропостижно скончался в 1975 году во Владивостоке, где он вместе с Юрием Львовичем участвовал в математической конференции (в тот момент, когда он играл в шахматы с Юрием Львовичем), так что в действительности эта монография написана одним Ю.Л.Далецким (конечно, с использованием идей и работ С.В.Фомина и его соавторов)⁶.

⁵ Ю.Л.Далецкий является соавтором еще двух монографий, посвященных более специальным вещам, связанными с бесконечномерным анализом

⁶ В самом начале 1975 года С.В. Фомин предложил мне быть соавтором тогда еще только планировавшейся монографии Далецкого и Фомина, и я, разумеется, согласился, но затем, когда С.В.Фомина уже не было с нами, Юрий Львович сказал, что заключенный до этого договор с издательством, в котором речь шла только о двух авторах, Далецком и Фомине, будет трудно изменить без Сергея Васильевича, и в итоге монография была написана им одним.

Из конкретных математических результатов Юрия Львовича мне хотелось бы отметить здесь только два; оба они были получены в ранний период научного творчества Юрия Львовича, около 1960 года, но несомненно принадлежат к числу наиболее ярких его достижений. Один из них это доказательство того, что классическая (псевдо)мера Фейнмана может быть получена с помощью последовательно осуществляемых аналитического продолжения и продолжения по непрерывности меры Винера; при этом роль параметра, по которому осуществляется продолжение, играет дисперсия переходной вероятности меры Винера. Идея такого построения меры Фейнмана содержалась уже в известной статье И.М.Гельфанда и А.М.Яглома, опубликованной в журнале "Успехи математических наук" в 1956 году; однако соответствующее утверждение этой статьи содержало принципиальную ошибку: именно, авторы утверждали, что для всех значений параметра, по которому осуществлялось продолжение, за исключением чисто мнимого, соответствующая псевдомера является обычной счетно аддитивной мерой. Ю.Л.Далецкий показал, что это не так (независимо и одновременно этот же факт был замечен Камероном). На языке преобразований Фурье обсуждаемая ситуация выглядит так. Преобразование Фурье классической меры Фейнмана на пространстве $C(0, T)$ вещественных непрерывных функций на отрезке $[0, T]$ - это функция f на пространстве борелевских числовых мер на отрезке $[0, T]$, определяемая равенством $f(a) = e^{\frac{i}{2} \int_0^T \int_0^T \min(s, t) a(dt) a(ds)}$; преобразование Фурье меры Винера на том же пространстве - это функция w с той же областью определения, задаваемая равенством $w(a) = e^{-\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \min(s, t) a(dt) a(ds)}$. При этом если G - открытая правая полуплоскость комплексной плоскости и $F = \overline{G} \setminus \{0\}$ то функция $\Phi: G \ni \alpha \rightarrow e^{-\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \min(s, t) \alpha(dt) \alpha(ds)}$ является (в любом естественном смысле) непрерывной на F и аналитической на G , причем $\Phi(1) = w$ и $\Phi(-i) = f$. При этом оказывается и в этом и состоит результат, полученный Юрием

Львовичем и (независимо) Камероном, что, если число α не является чисто вещественным, то $\Phi(\alpha)$ не является преобразованием Фурье никакой (комплексной) счетноаддитивной меры (вопреки утверждению Гельфанда и Яглома). Однако в то время преобразование Фурье меры Фейнмана еще не вошло в обиход (а скорее всего, и не было еще известно), так что результат Далецкого-Камерона был сформулирован в других терминах.

Второй результат, который мне хотелось отметить - это формула, которая обычно называется формулой Троттера, эта формула была одновременно и независимо доказана Юрием Львовичем (впрочем, для конечномерного случая она фактически была известна еще Софусу Ли); сам Юрий Львович обычно называл ее так называемой формулой Троттера (мне известен только один текст, где эта формула называется так, как следовало бы - формулой Далецкого-Троттера; это книга А.С.Шварца "Элементы квантовой теории поля", Атомиздат, 1975). С помощью этой формулы Эдвард Нельсон (ссылавшийся при этом только на Троттера) дал в 1964 году первое доказательство известной формулы Фейнмана, фактически содержащей интеграл по траекториям в конфигурационном пространстве, опубликованной в 1948 году; сам Фейнман формулу Троттера в действительности постулировал (для рассматривавшегося им частного случая).

Фактически все, сделанное Юрием Львовичем в математике, так или иначе связано с бесконечномерным анализом.

Маяковскому принадлежат слова : "Я поэт, и тем интересен". Я отнюдь не собираюсь их перефразировать применительно к математике и математикам, да и применительно к поэтам Маяковский, разумеется, не прав. В этом отношении ближе к истине Гельфанд, который однажды на заседании Московского математического общества, где он в качестве президента этого общества председательствовал во время доклада Хермандера, после окончания доклада сказал, что он (Гельфанд) очень рад, что живой Хермандер производит значительно лучшее впечатление, чем написанные им

тексты и что теперь, когда он видел живого Хермандера, его статьи кажутся значительно интереснее. В отличие от Маяковского, мне кажется, что любой профессионал - прежде всего интересен тем, какой он человек.

О Далецком я впервые узнал, когда был аспирантом механико-математического факультета МГУ; в то время Далецкий читал в МГУ спецкурс, связанный с теорией операторов. Затем Ю.Л.Далецкий был оппонентом по моей кандидатской диссертации, причем это было его первое оппонирование в ранге доктора наук⁷. Каждый раз после этого, бывая в Киеве, я останавливался в его замечательно гостеприимной семье. Как-то почти всегда получалось, что я приезжал к ним из Москвы сильно уставший и к тому же простуженный, но после двух-трех дней пребывания в гостях стараниями Ларисы Петровны, супруги Юрия Львовича, и его самого я уезжал совершенно отдохнувшим и здоровым.

Вот только два эпизода, характеризующих отношение Юрия Львовича к друзьям (хотя бы и младшим). Когда я приехал к Далецким в самый первый раз, Юрий Львович, показывая мне их четырехкомнатную квартиру, про ту комнату, где потом поселили меня, сказал, что она специально для гостей, а когда случайно их нет, она служит его кабинетом и спальней для четвертого члена семьи - эрдельтерьера по имени Цезий (когда появлялись гости, Цезия отправляли спать к Алеше). В этой комнате был прекрасный крутящийся стул, на котором мне очень понравилось сидеть, откинувшись назад. Через пару дней, когда я попытался принять мое любимое положение, раздался треск, я почувствовал толчок и обнаружил, что сижу вдвое ниже. Оказалось, что благодаря моим усилиям сломался металлический стержень, на котором стул поворачивался. Естественно, я почувствовал себя несколько смущенным, совершив это разрушение. Но тут, привлеченный шумом, прибежал Юрий Львович и очень испуганно спросил, не случилось ли чего со мной. Узнав, что я всего лишь сломал очень хороший стул, он облегченно

⁷ Много позже я был оппонентом по докторской диссертации Алексея Юрьевича Далецкого, сына Юрия Львовича; между прочим, тот экземпляр диссертации, о котором я писал отзыв, был написан на украинском языке, и Алеша спросил меня, не будет ли это трудным для меня, на что я ответил, что всегда любил украинский язык и что мой отец, выросший в Днепропетровске, мог свободно на нем говорить.

вздыхнул и сказал, что еще когда он этот стул покупал, ему сказали, что в том самом металлическом стержне есть трещина и что он очень сожалеет, что не предупредил меня заранее, так как в этом случае я не подвергся бы такой опасности⁸.

В другой раз я действительно приехал к Далецким вдребезги простуженный, и Лариса Петровна, увидев, что я смотрю на литровую банку с облепиховым вареньем, сказала, что у них это варенье никто не ест, и что будет очень хорошо, если хотя бы я съем, сколько смогу (кстати, когда вскоре я снова к ним приехал и спросил про остатки облепихового варенья, выяснилось, что мой пример оказался заразительным). На следующее утро банка была полупуста, а от моей простуды осталось только воспоминание.

Дом, в котором жили Далецкие, был недалеко от Днепра, и Юрий Львович в теплое время регулярно (по-моему, каждое утро) в нем купался, не изменив это свое правило даже после Чернобыля (когда я сказал ему, что по крайней мере на какое-то время стоило бы отказаться от таких купаний, меня очень удивил его проникнутый фатализмом ответ).

Юрий Львович довольно часто звонил мне из Киева, нередко "просто так", без специальных поводов. При этом иногда он сообщал мне о своих новых научных результатах, а иногда критиковал моих учеников за их неточные или недостаточные ссылки на его работы. В то время я считал это мелочью (хотя, разумеется, каждый раз и поправлял моих учеников), а такое внимание Юрия Львовича к подобной мелочи объяснял – действительно вызывающим большое сожаление - эпизодом с "формулой Троттера"; однако сейчас я полагаю, что Юрий Львович был совершенно прав независимо от этой формулы.

⁸ Кстати, похожий случай был со мной, когда, сразу после окончания радиотехнического факультета Московского авиационного института, я, будучи одновременно студентом -заочником механико-математического факультета МГУ (я поступил туда за полгода до окончания МАИ и окончил через два года после МАИ), я работал на радиотехническом предприятии, связанном с космической техникой. Я разбил так называемую лампу бегущей волны (ЛБВ), уронив на пол довольно тяжелое устройство, частью которого она являлась. Зная, что ЛБВ стоит очень дорого, я ожидал, что мой начальник придет в негодование. Однако он только спросил, не пострадали ли при падении этого устройства мои ноги, и облегченно вздохнул, узнав, что в этом отношении все в порядке.

Как математик Юрий Львович никогда не испытывал недостатка в идеях, но нередко ему было скучно заниматься связанными с ними техническими деталями; конечно это было очень полезно его многочисленным ученикам. Кстати, среди его учеников было очень много учениц, причем все они были (и остались) очень симпатичными, что еще раз показывает, что Юрий Львович был очень обаятельным человеком.

Самый последний раз он позвонил, чтобы сказать, что его избрали академиком Национальной академии наук Украины - событие, которое должно бы было произойти значительно раньше. Конечно, я был очень рад...

Гиа Сохадзе*

Воспоминания о Юрии Львовиче Далецком

Познакомился я с Юрием Львовичем в конце 1975 года. Я к нему, в Киев, приехал из Донецка по рекомендации Альберта Даниеловича Шаташвили. По приезде в Киев я позвонил ему домой и поехал туда. Я очень волновался т. к. знал, что он очень известный и уважаемый ученый, и попасть к нему было мечтой каждого молодого математика. Юрий Львович встретил меня радушно и тепло. Я почувствовал человеческую заботу и постепенно волнение прошло. В тот день он мне сварил кофе, а потом мы пошли в его кабинет и он мне дал задачу для исследования. Юрий Львович на бумаге написал уравнения и сформулировал объект исследования. Я храню эту бумагу как одну из самых замечательных реликвий. В то время мое научное образование имело много недостатков. Тогда я впервые услышал о некоторых математических понятиях. Это было понятно и Юрию Львовичу, но чтобы мне не было неудобно, он вел себя очень деликатно. Это во мне вызвало больше ответственности и в последующем я старался вовсю. Потом он с удовольствием и с юмором вспоминал этот случай. Доброжелательность, понимание и человечность были яркими чертами Юрия Львовича.

Мы с Юрием Львовичем много времени проводили в беседах о разных вещах. В особенности интересны были его взгляды на культуру, об отношениях мужчин и женщин, историю, текущую политику. Было время социализма, люди или старались не обсуждать политические вопросы, или

* Доктор физико-математических наук, профессор, Тбилиси

события оценивали неадекватно. Юрий Львович очень ясно и точно понимал происходящее вокруг и даже в одной из бесед со мной высказал мнение, что с высокой вероятностью, Советский Союз в скором времени может развалиться. Я не мог в это поверить, ведь происходил наш разговор в семидесятые годы, когда я не видел даже намеков на это. Потом, после развала Советского Союза, уже в девяностые годы, Юрий Львович с сожалением предполагал трудности, которые ожидают Грузию и другие республики бывшего Советского Союза. Много рассказывал мне об этом и высказывал разные рекомендации для выхода из создавшейся ситуации. Последующее развитие событий показало правоту учителя. Он был прирожденным демократом и либералом. Эти его свойства очень ясно были видны в отношениях с супругой Ларисой Петровной и сыном Алексеем Юриевичем, которых Юрий Львович любил и уважал с подчеркнутой гордостью.

Особо интересны его взгляды на математику. Он говорил, что математика едина. Она лишь условно разделена на научные направления вроде математического анализа, теории групп и т.д. В действительности же это одно цельное и стать хорошим математиком невозможно, не понимая суть одних или других направлений, связей между ними. Своим творчеством и научными интересами он это доказал на деле. Научный диапазон Юрия Львовича Далецкого огромен и фактически занимает все основные направления современной математики и ее приложений. Разнообразие направлений научных интересов Юрия Львовича удивляет до сих пор.

Во второй половине XX века в Советском Союзе было принято, существенные успехи в какомнибудь, интересном направлении математики, подытоживать и публиковать большую статью в журнале «Успехи математических наук». В этом журнале помимо обзорных статей, к публикации принимали также заметки маленького объема. Однако они проходили очень жесткое предварительное рецензирование и каждая такая публикация, даже минимального объема, была большим успехом автора.

Этим они всю жизнь могли гордиться. Что касается больших, обзорных работ, то их публиковали только известные авторы, которые внесли в рассматриваемую тематику существенный вклад. Такие публикации делали авторов самыми знаменитыми и читаемыми. Юрий Львович опубликовал в этом журнале несколько больших работ в самых различных областях математики. Тем самым он стал одним из самых цитируемых и маститых из авторов УМН.

В 70-е 80-е годы в институте математики Украины, в Киеве, на ул. Репина работал семинар по теории случайных процессов и распределениям в бесконечномерных пространствах. Руководителями были академики Анатолий Владимирович Скороход и Юрий Львович Далецкий – ученые мирового ранга. Семинар собирался один раз в каждую неделю. Слушателями семинара были целая когорта знаменитых ученых таких как В.С.Королук, В.В.Булдыгин, В.Шуренков, Г.Буцан, Д.Сильвестров и много других. Этот семинар являлся самым знаменательным событием того времени. На заседаниях выступали как знаменитые математики из разных городов страны, так и молодые ученые. Я горжусь тем, что несколько раз делал доклад о своих результатах. Характеры руководителей семинара и научный метод исследования, подхода к исследованиям отличались друг от друга. Это дополняло обсуждение предлагаемых вопросов. Для нас, молодых ученых, каждый семинар являлся событием первой степени. В конце каждого заседания оба ученых выходили к доске и ставили задачи, предлагая их слушателям. Там же указывали методы исследования и предположительные результаты. Были моменты, когда руководители начинали между собой обсуждать какие то аспекты. Зачастую докладчик стоял и с удивлением смотрел на них.

У Юрия Львовича были многочисленные ученики. Одно время в аспирантском общежитии в КПИ жили около десяти его прямых и косвенных аспирантов- Нурали Шералиев, Гиви Пипия, Валерий Мельник, я и др. Юрий Львович иногда заходил к нам и это был праздником для нас. Он был

оригинальным и интересным собеседником. Поэзия, литература, искусство были темами наших бесед. Он рассказывал разные поучительные и интересные истории. Мы от него узнавали глубинные идеи М.Булгакова, А.Солженицина, Б.Окуджавы.

Хотя многочисленные ученики Юрия Львовича достигли научной самостоятельности, но очень не хватает бесед и оценок учителя. Его интуицию, органично совмещенную с логикой, оригинальность, свежесть и силу подхода к математическим идеям невозможно возместить ничем иным. Мы, ученики Юрия Львовича Далецкого, гордимся своей удачливостью, что наша жизнь пересеклась с таким незаурядным человеком и мыслителем.

От студентов групп КА - 41,42 16 декабря 1996 г.

*Есть у метких французов золотые слова
Если б молодость знала,
Если б старость могла!
Но бывает участок в середине пути,
Когда сила и опыт могут рядом идти.
Этот возраст счастливый сочетает в себе
Два коротеньких слова и еще и уже.
Если жизнь Вам предложит трудных ребусов ряд,
То решайте их смело - Вам уже семьдесят!
Если вызовет юность - становитесь с ней в ряд.
Становитесь без страха - Вам еще семьдесят!
Так что жить в это время и легко и приятно,
Вам еще все доступно,
Вам уже все понятно!*

В.Р. Стебловская*

Юрий Львович Далецкий

Моё знакомство с Юрием Львовичем Далецким было вначале заочным. Оно началось с рассказов моих родителей (которые закончили КПИ по специальности СМ (Счетные Машины) в 1961 году) о молодом преподавателе Юрии Далецком, который читал им несколько математических курсов, в том числе кажется курс дифференциальных уравнений. Мои родители вспоминали с благодарностью и теплом об энтузиазме, с которым Юрий Далецкий читал им лекции по математике, о том, как его интерес и увлечение математикой заражали будущих инженеров - специалистов по вычислительной технике.

Когда, уже будучи сама студенткой КПИ, на втором курсе я стала слушать лекции Ю.Л. Далецкого (к тому времени профессора кафедры прикладной математики и всемирно известного учёного) по функциональному анализу, я поняла, что энтузиазм, с которым Юрий Львович излагал материал, нисколько не угас и не потускнел с годами. Лекции Далецкого (которые, как он сам говорил, по-видимому, слегка преувеличивая, он продумывал по дороге на работу в транспорте) было трудно конспектировать, потому что они скорее походили на вдохновенный спектакль одного актёра, чем на лекции в традиционном понимании этого слова. Он всегда стремился показать студентам связи, существующие между различными областями

* канд. физ.-мат. наук, Бостон, США

математики, и в этом стремлении готов был пожертвовать какими-то техническими деталями ради общей картины. Он, по-видимому, полагал, что технические подробности мы можем узнать из учебников, в то время как о красоте и единстве математики в учебниках не всегда написано.

Позже, будучи аспиранткой Юрия Львовича, я снова прослушала курс функционального анализа, а также курс математического анализа, прочитанные им уже следующему поколению студентов КПИ. Обладая к этому времени некоторым самостоятельным преподавательским опытом, я смогла по-новому оценить просветительский талант Далецкого. Я была вновь увлечена и захвачена тем удивительным миром, который Юрий Львович открывал перед студентами, с огорчением, впрочем, сознавая, что будучи сама на месте этих молодых ребят несколько лет назад, по-видимому не усвоила и десятой доли того богатства, которым он с нами делился.

Я не случайно начала с рассказа о Юрии Львовиче – преподавателе. Работа со студентами занимала большое место в его жизни. Волею судеб он проработал практически всю свою жизнь не в университете, куда приходят учиться ребята, часто настроенные на дальнейшую научную карьеру, а в КПИ, где основной акцент исторически делался на прикладное, инженерное образование, и мало кто из студентов был готов переключиться в область так называемой “чистой” науки. Тем не менее, Юрию Львовичу удалось создать в КПИ специальность “Прикладная Математика”, ни в чем не уступающую аналогичной университетской, а в чем-то и превосходящую её. Вся структура математического образования для студентов ПМА была продумана и разработана Юрием Львовичем. Он прочитал и поставил практически все математические курсы для этой специальности. В дальнейшем эти курсы читались его учениками (В.Г. Бондаренко, Ю.В. Богданским, С.Н. Парамоновой, Н.Д. Цвинтарной и другими), и Юрий Львович всегда внимательно следил за тем, как развивается учебная программа, предлагал

добавить какие-то новые курсы или изменить существующие, когда в этом возникала необходимость.

Выпускники кафедры ПМА (в дальнейшем кафедры ММСА) получали, наряду с современным образованием в области моделирования, анализа сложных систем и системного программирования, солидную математическую базу, которая позволяла им чувствовать себя свободно при решении различных прикладных задач. Некоторые из студентов ПМА становились в дальнейшем аспирантами Ю.Л. Далецкого, часть из них составила основу преподавательского состава кафедры в последующие годы.

Мой путь в математику был, несомненно, определён личностью Юрия Львовича Далецкого. Когда, после сдачи ему экзамена по функциональному анализу в конце второго курса, я услышала от него: “Вита, Вы можете заниматься математикой. Приходите ко мне на семинар”, - я была, конечно, очень польщена и взволнована, но никак не предполагала, что математика станет в дальнейшем моим основным занятием. Я стала посещать семинар “Алгебраические структуры в математической физике” в ДНТП, которым руководил Юрий Львович. На этом семинаре, который, как я теперь понимаю, был очень важной частью математической жизни Киева, я слушала доклады прекрасных математиков, работавших в то время в Киеве: Л. Вайнермана, Ю. Самойленко, Б. Цыгана, С. Самборского. Там часто выступали с докладами ученые из других городов: А. Кириллов, А. Вершик и другие. Сам Ю.Л. Далецкий тоже рассказывал на семинаре свои новые результаты, делился идеями и гипотезами. Это был совершенно новый и не знакомый мне мир, в который меня ввёл Юрий Львович. На четвёртом курсе, прослушав курс случайных процессов, прочитанный им, я заинтересовалась вероятностными задачами и стала посещать также семинар по теории случайных процессов в институте математики, которым руководили совместно Ю. Л. Далецкий и А. В. Скороход. Хотя я, конечно, не понимала

очень многого из того, о чем говорилось на семинарах, меня всегда привлекала и восхищала атмосфера всеобщей увлечённости, царившая там.

Однако профессиональные занятия математикой казались мне чем-то необыкновенно сложным. По моему разумению, математика была уделом выдающихся мыслителей, способных совершать грандиозные прорывы в науке. Себя я к числу таких людей никак не относила, хотя в институте училась на “отлично” и, как я уже писала выше, меня чрезвычайно увлекал мир математики. Мне запомнился разговор с Юрием Львовичем в конце пятого курса, когда передо мной встал вопрос о выборе места преддипломной практики (которое могло оказаться в дальнейшем и местом моей работы). Мне предлагали идти на практику в некий научно-исследовательский институт, где мне предстояло заниматься прикладными задачами, связанными с моделированием сложных процессов в энергетике. Эта деятельность была понятной мне с точки зрения дальнейшей карьеры, но не слишком увлекательной. Альтернативой была преддипломная практика у Ю.Л. Далецкого, гораздо более интересная мне по содержанию, но (по моему тогдашнему пониманию) не могущая привести к разумному трудоустройству в дальнейшем. В разговоре с Юрием Львовичем я высказала свои опасения относительно моих способностей к занятиям “чистой” математикой и сказала, что склоняюсь к предложению, полученному мной из вышеупомянутого НИИ. Помню, что он пришёл в чрезвычайное волнение и даже негодование. Со свойственной ему бескомпромиссностью, Юрий Львович сначала заявил, что, принимая предложение от НИИ, я изменяю и математике, и себе. “У Вас синдром Прометея!” – вскричал он. “Поверьте, что математикой занимаются самые обыкновенные люди. Единственное условие - Вы должны хотеть учиться и стремиться узнавать что-то новое всю жизнь.” Я бесконечно благодарна Юрию Львовичу за этот разговор. По сути, он определил всю мою дальнейшую судьбу.

Ю. Л. Далецкий очень продуманно выбрал для меня тему дипломной работы: “Распознавание сигнала на фоне негауссовского шума”. Работа эта должна была продолжить исследования, начатые им в совместной статье с Гаткиным, где предлагался и изучался оптимальный в смысле некоторого критерия фильтр, распознающий радиолокационный сигнал на фоне квадратично-гауссовского шума. Моя дипломная работа содержала некую теоретическую часть, а также вычислительную часть, где рассчитывались параметры оптимального фильтра, и моделировалась его работа. Такой выбор темы убивал сразу двух (а может быть и трех) зайцев. С одной стороны, это была классическая дипломная работа по прикладной математике. С другой стороны, она предполагала какое-то небольшое самостоятельное математическое исследование, что давало мне (как потенциальной аспирантке Юрия Львовича, не имеющей, однако университетского образования) возможность ощутить вкус к научной работе по математике, а ему возможность проверить меня “в деле”. И, наконец, эта тема позволяла самому Юрию Львовичу вернуться к прикладной задаче, о которой он думал несколькими годами ранее (а он всегда признавался, что любит работать над прикладными задачами, хотя зачастую слышал упреки в свой адрес по поводу чересчур абстрактного характера его исследований).

Я хорошо помню мой первый приход домой к Ю.Л. Далецкому (он всегда занимался со своими учениками дома, в своём кабинете). Я с восхищением следила за тем, как прямо при мне рождалось нечто захватывающе интересное. Он размышлял вслух, что-то прикидывал, приглашая меня следить за ходом его мысли. Позднее, во все годы нашего сотрудничества, наши совместные занятия проходили в его кабинете, и я старалась принимать в них более активное участие, чем в тот первый мой приход. Однако мысль Юрия Львовича летела с такой скоростью, что не только опередить его, но и успевать за ним было порой нелегко.

Ю.Л. Далецкий был человеком чрезвычайно увлекающимся. За годы работы с ним я приобрела привычку всегда держать возле телефона открытый блокнот и ручку. Юрий Львович часто звонил по телефону и безо всякого вступления начинал говорить о математике. При этом предполагалось, что собеседник находится "на одной с ним волне" и готов к немедленному обсуждению новых идей, родившихся у Ю.Л. Далецкого.

Бескомпромиссное служение науке он считал единственно возможным образом жизни. Поэтому, если кто-либо из его учеников переставал активно заниматься математикой или кто-либо из учениц уходил в декретный отпуск, Юрий Львович воспринимал это очень болезненно, чуть ли не как измену по отношению к науке и к нему самому. Я оказалась в числе тех его учениц, кто был вынужден прервать занятия в аспирантуре в связи с рождением ребёнка. Юрий Львович воспринял это очень остро (я была не единственной его аспиранткой, оказавшейся в таком положении, и он справедливо опасался за судьбу начатой интересной работы). Однако, когда по прошествии года я стала вновь ходить на семинары и работать, он с готовностью вернулся к занятиям со мной.

Темой моей кандидатской диссертации было изучение вопросов абсолютной непрерывности мер в бесконечномерных пространствах методами, основанными на понятии гладкой меры. Гладкие (или дифференцируемые) меры на бесконечномерных пространствах были введены С.В. Фоминым в шестидесятые годы и затем изучались и развивались многими учеными (Авербухом, Смоляновым, Нориным, Далецким, Белополюской и другими). В конечномерном случае гладкость меры, по сути, означает гладкость ее плотности относительно меры Лебега. При переходе к бесконечномерным пространствам для определения гладкой меры требуется понятие интегрирования по частям. В моей работе использовалось понятие допустимого линейного оператора (термин, изобретенный Ю.Л. Далецким в

обобщение известного понятия допустимого сдвига меры, при котором получается мера, абсолютно непрерывная по отношению к первоначальной).

Мне посчастливилось работать в КПИ вместе с Ю.Л. Далецким фактически с момента окончания института и до моего отъезда в Германию в связи с получением Гумбольдтовской стипендии в 1996 году. После защиты диссертации, по предложению Юрия Львовича, который считал, что ученый должен время от времени пробовать себя в новых областях науки, я занялась задачами, связанными с попыткой обобщить классическое вариационное исчисление на бесконечномерный случай. Нами были получены бесконечномерные аналоги классических уравнений Эйлера-Лагранжа и Гамильтона, аналог теоремы Нёттер и другие интересные результаты.

В последние годы, после перенесенной операции, Юрий Львович уже часто чувствовал себя неважно, но до последнего дня он сохранил ясный и светлый ум, а главное желание работать и заниматься математикой. Помню один из последних наших с ним телефонных разговоров. Я звонила ему ранней осенью 1997 года из Германии, где мы с ним несколько раз бывали в совместных научных поездках. Юрию Львовичу оставалось жить всего несколько месяцев. Помню, как он сказал мне по телефону: "Ничего, вот скоро мне станет легче, и будущей весной мы с тобой встретимся в Германии и поработаем!" К величайшему сожалению, этому плану не суждено было сбыться.

Ю. Л. Далецкий был живым человеком в полном смысле этого слова. Его интересовало все, от классической музыки (которую он прекрасно знал и любил) до последних политических событий, за которыми всегда следил. Помню, как во время конференции по стохастическим эволюционным системам, проходившей в мае 1992 года в Крыму, в Кацивели, Юрий Львович не расставался с радиоприёмником, по которому слушал репортажи

с Первого Съезда Народных Депутатов. Он любил плавать и бегать на лыжах, читать стихи, петь и танцевать. Свежесть чувств и восприятия, порой граничащая с некоторой наивностью, была характерной чертой Юрия Львовича. Он с восторгом говорил о новой ученице, которая, по ее словам, держала под подушкой в роддоме книгу Ю.Л. Далецкого и, надо полагать, изучала ее в перерывах между кормлениями новорожденного сына. Юрий Львович находил и умел ценить красоту во всем: в науке, в искусстве, в людях. Он был человеком небезразличным, искренним и увлекающимся. Его бескомпромиссность порой вызывала раздражение начальства. Тем не менее, он продолжал активно выступать и высказывать свое мнение по разным вопросам. Ни одно из ежегодных собраний профессорско-преподавательского состава КПИ не проходило без его выступления или замечания по какому-нибудь поводу, причем его выступления всегда содержали конструктивные предложения и инициативы.

Для меня, так же как и для десятков его учеников и сотрудников, Юрий Львович Далецкий был Учителем с большой буквы. Учителем не только по науке, но и по жизни. Светлая память об этом человеке навсегда останется с нами.

Е.В. Фадеева* Е.А. Фадеева

Воспоминания

Юрий Львович очень близкий и дорогой человек для нашей семьи. Это яркая, неординарная, всеобъемлющая личность. Зная его с детства (квартиры наших родителей находились в одном парадном), ценность такого общения сначала невозможно было оценить в полной мере. Однако, с годами в процессе общения раскрылись все новые, неизвестные грани этого выдающегося, талантливого человека.

Он был талантлив в математике, но об этом, скорее всего, будет говорить большинство авторов воспоминаний этой книги.

Не было дня, чтобы мы не разговаривали с Юрием Львовичем. Посвящая математике значительную часть жизни, Юрий Львович прекрасно ориентировался в классической музыке (симфонической, оперной, фортепианной). Слушая запись одной и той же симфонии, он безошибочно мог отличить дирижерскую трактовку, в исполнении фортепианного концерта определял солиста и дирижера. И в этом огромная заслуга его мамы- Ксении Ефремовны (строгой и мудрой), с которой в детстве ежемесячно, несмотря на сложные условия жизни тех лет, Юрий Львович посещал различные концерты известных исполнителей, оперные спектакли с обязательным изучением необходимой сопутствующей искусствоведческой литературы, доскональным знанием сюжета и либретто.

* кандидат искусствоведения,
кандидат физ.-мат. наук, Киев, Украина.

Кроме музыки, Юрий Львович отличался также глубокими знаниями литературы (классической и современных авторов), поэзии - знания его в этой области поражали! Юрий Львович знал наизусть бесчисленное множество стихотворений от Омар Хайяма, Курта Воннегута, А.Фета, Ф.Тютчева, М.Цветаевой, Н.Мандельштама, А. Ахматовой до Е. Евтушенко, Р.Рождественского, Б.Окуджавы, наиболее часто цитируемого.

Юрий Львович – это образец во всем - в оптимистичном отношении к жизни, в мудром умении воспринимать ее трудности, в фанатичной преданности науке. Не проходит дня без воспоминаний о нем.

М.Н. Феллер*

Ю. Л. Далецкий и становление лапласиана Леви

*Подводя итоги деятельности своего
клуба, мистер Пиквик сказал “Может
быть я мало сделал хороших дел,
но еще меньше я сделал плохих”.
Перефразируя можно сказать так:
“Юра сделал много хороших дел
и совсем не сделал плохих”.*

Научные интересы Юрия Львовича Далецкого охватывали широкий круг разнообразных математических проблем. Значительное место в его творчестве занимали труды по бесконечномерному анализу. И конечно, Юрий Львович не мог пройти мимо такого интересного объекта, как лапласиан Леви. Еще в 60-е годы он уяснил его перспективность и важность для приложений.

Бесконечномерный лапласиан П.Леви ввел в 1922 году [1].

Пусть H - счетномерное вещественное гильбертово пространство. Рассмотрим скалярные функции $F(x)$ на H , $x \in H$

Если функция $F(x)$ дважды сильно дифференцируема в точке x_0 , то лапласиан Леви определяется, если он существует, формулой

$$\Delta_L F(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (F''(x_0) f_k, f_k)_H,$$

* Доктор физ.-мат. наук, Киев

где $F''(x)$ - гессиан функции $F(x)$, f_k $\in$ $\{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ - выбранный ортонормированный базис в H .

В первой половине XX столетия лапласиан Леви остался незамеченным математическим сообществом и лишь в 60-е годы начинают появляться работы, посвященные лапласиану Леви (Е.М.Полищук (1960), М. Н. Феллер (1965), Г.Е.Шилов (1967)). Этому способствовал выход в 1951 г. второго издания книги П.Леви [2] и издание в 1967 г. ее русского перевода "Конкретные проблемы функционального анализа" [3].

Я помню, как в те далекие годы на семинаре по функциональному анализу в Киевском политехническом институте Юрий Львович и я поделили классную доску на две части. Каждый из нас на своей половине решал одну и ту же задачу, но Юрий Львович для уравнения с лапласианом $\Delta V(x) = SpV''(x)$ (лапласиан Далецкого-Гросса), а я с лапласианом Леви $\Delta_L U(x)$. Затем мы сравнивали полученные решения, чтобы лучше понять различия между этими дифференциальными выражениями.

В те же годы Юрий Львович, который был знаком, пожалуй, со всеми математиками Советского Союза, сообщил мне о работах Е.М.Полищука, а впоследствии и познакомил меня с Ефимом Михайловичем. Замечу, что наша творческая дружба с Е.М.Полищуком продолжалась до его трагической смерти в 1987 г.

В те годы многим математикам казалось, что оператор Лапласа-Леви тривиален.

Действительно, лапласиан Леви существенно бесконечномерен: если $F(x)$ - цилиндрическая дважды дифференцируемая функция, (т.е. $F(x) = F(P(x))$, P - проектор на m -мерное подпространство), то ее гессиан $F''(x)$ будет конечномерным (m -мерным) оператором и

$$\Delta_L F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (F''(x) f_k, f_k)_H = 0.$$

В то же время совокупность цилиндрических функций C всюду плотна, например, в пространстве $\Lambda_2(H, \mu)$ ($\Lambda_2(H, \mu)$ - гильбертово пространство

функций $F(x)$ на H , интегрируемых с квадратом по гауссовой мере μ). Если теперь определить оператор в $\Lambda_2(H, \mu)$ со всюду плотной областью определения D_L , полагая $LU = \Delta_L U$, $D_L = C$, то его замыкание $\bar{L} = 0$. В частности, $\bar{L} = 0$, если определить оператор, область определения которого образована из хорошо известной ортонормированной системы Фурье-Эрмита. Поэтому может показаться, что оператор Лапласа-Леви тривиален.

На самом деле это не так. Существует всюду плотные в $\Lambda_2(H, \mu)$ множества, на функциях из которых оператор Лапласа-Леви нетривиален. Но это будет показано уже в более поздних работах. А тогда, в 60-е годы, Юрий Львович, обладая тонким математическим чутьем, в полную меру своих сил поддерживал это направление бесконечномерного анализа, угадав его большое будущее.

Все интересовало Юрия Львовича в математической науке. И всегда он очень быстро улавливал идею, глубинную часть обсуждаемого вопроса. И, как мне кажется, это доставляло ему большое наслаждение. Приведу два примера.

В 1973 г. мы были в Дилижане (Армянская ССР) во Всесоюзной школе по дифференциальным уравнениям с бесконечным числом независимых переменных. Размещались мы высоко в горах в коттеджах Дома творчества композиторов. Я жил в одном коттедже с профессором Е.А.Новиковым.

На своей лекции Е.А.Новиков привел (без доказательства) формулу для вычисления среднего значения произведения случайного процесса $z(t)$ и функционала от этого процесса

$$\langle z(t'), F(z(\tau)) \rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} k_{j+1}(t', t_1, \dots, t_j) \left\langle \frac{\delta F(z(\tau))}{\delta z(t_1) \dots \delta z(t_j)} \right\rangle dt_1 \dots dt_j,$$

где $k_n(t_1, \dots, t_n)$ - кумулянты случайного процесса $z(\tau)$.

Заметим, что для частного случая, когда $z(\tau)$ - гауссовский случайный процесс и $\langle z(t) \rangle = 0$, это была известная формула К. Фурутцу, Е.А. Новикова, М.Д. Донскера

$$\langle z(t)F(z(\tau)) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} K(t,s) \left\langle \frac{\delta F(z(\tau))}{\delta z(s)} \right\rangle ds,$$

где $K(t,s)$ - корреляционная функция процесса $z(t)$. Возвращаясь с лекции и обсуждая эту формулу, Юрий Львович попросил меня узнать у Е.А.Новикова доказательство этой формулы. Однако, буквально через 10 минут после моего возвращения в коттедж примчался Юрий Львович, радостный и возбужденный, со словами: "Я ее доказал" и протянул мне лист с доказательством.

В начале 90-х годов мы принимали участие в работе украинско-французского симпозиума по нелинейным уравнениям, который проводился в Крыму, в Кацивели, в Доме творчества НАН Украины. Я делал доклад по нелинейным уравнениям с лапласианом Леви. Накануне доклада Юрий Львович и я возвращались с моря, и он попросил изложить суть вопроса. Дело в том, что теория таких уравнений радикально отличается от теории уравнений с конечномерным лапласианом. Так, например, общее решение самого простого, квазилинейного уравнения

$$\Delta_L U(x) = f(U(x)),$$

где $f(\xi)$ - заданная непрерывная функция одной переменной, дается формулой

$$\varphi(U(x)) - \frac{1}{2} \|x\|_H^2 = \Psi(x),$$

где $\varphi(\xi) = \int \frac{d\xi}{f(\xi)}$, $\Psi(x)$ - произвольная гармоническая функция на H . Это немедленно следует из того, что

$$\Delta_L(\varphi(U(x))) = \varphi'_\xi(U(x)) \Delta_L U(x) = \frac{1}{f(U(x))} \Delta_L U(x), \quad \Delta_L \|x\|_H^2 = 2, \quad \text{а} \quad \Delta_L \Psi(x) = 0. \quad \text{Юрий}$$

Львович мгновенно уловил идею, на которой строится теория нелинейных уравнений с лапласианом Леви, и это доставило ему большое удовольствие.

Юрий Львович был в курсе всех моих работ, связанных с лапласианом Леви. Я их либо докладывал на его семинарах, либо давал ему для прочтения.

Следует отметить, что всегда и при защите моих диссертаций (кандидатской и докторской), и при публикации статей часто приходилось преодолевать трудности не математического характера, а трудности, свойственные прошлым временам. И всегда Юрий Львович был на моей стороне.

Давно прошли те времена, когда вокруг лапласиана Леви бушевали дискуссии.

Время показало правоту Юрия Львовича. Лапласиан Леви стал объектом систематического исследования. Опубликованы и публикуются многочисленные работы, посвященные лапласиану Леви и его приложениям к теории управляемых систем, теории гауссовских случайных полей, теории калибровочных полей (уравнение Янга-Миллса), теории форм Дирихле.

В 2005 г. вышла моя книга "The Levy Laplacian" [4]. В ней я с большой теплотой вспоминаю математиков, в беседах с которыми выкристаллизовалась теория лапласиана Леви. И, конечно, первым я вспоминаю Юрия Львовича Далецкого, которому навсегда осталось место в моем сердце.

Литература

1. Levy P. Lecons d'analyse fonctionnelle. Paris: Gauthier-Villars, 1922.
2. Levy P. Problems concrets d'analyse fonctionnelle. Paris: Gauthier-Villars, 1951.
3. Леви П. Конкретные проблемы функционального анализа. Москва: Наука, 1967.
4. Feller M.N. The Levy Laplacian. Cambridge /New York/ Melbourne: Cambridge University Press, 2005.

Хацет Б.И.*

О ДРУГЕ И О ВРЕМЕНИ

Воспоминания старого человека

Я благодарю составителей этого сборника за предоставленную мне возможность прислать издалека хоть немногие и разрозненные, но дорогие мне воспоминания о моём замечательном друге Юрии Львовиче Далецком – выдающемся учёном, талантливом педагоге и просветителе, человеке редких достоинств. Несправедливая судьба распорядилась так, что я, будучи старше него, пережил его вот уже на десять лет, и это тем более вызывает потребность добавить несколько добрых слов к той светлой памяти, которую он оставил о себе у всех, кто его знал.

Познакомились мы с Юрой в Киеве более шестидесяти лет тому назад в первые послевоенные годы. Это было замечательное время! Правда, центральная часть города ещё лежала в руинах, житейских и бытовых трудностей было немало, но жесточайшая война с её тревогами, тяготами и потерями была позади, а одержанная народом победа внушала надежды на коренные изменения к лучшему в нашей многострадальной стране, на свободную, радостную творческую жизнь. Мы были молоды, увлечены наукой (и не только), строили смелые планы и безбоязненно смотрели в будущее.

Замечательным это время было и потому, что в городе происходило бурное возрождение математики, я бы даже сказал – расцвет математической жизни. И происходило это главным образом за счёт того, что в неё вливался полноводный поток талантливой и целеустремлённой молодёжи – ребята,

* Канд. физ.-мат. наук, Фремингем, США

вернувшиеся с войны (в их числе девятнадцатилетний Юра), из эвакуации, а также те, чья юность проходила в тяжких условиях немецкой оккупации.

Хотелось бы назвать некоторых из этих молодых людей, в окружении которых проходили первые годы созревания Юрия Львовича как творческой личности и учёного широкого профиля. (Конечно, этот перечень не претендует на полноту). Селим Григорьевич Крейн, Иосиф Ильич Гихман были старшими среди них, ровесники (или почти ровесники) – Юрий Макарович Березанский, Георгий Исаакович Кац, Марк Александрович Красносельский, Борис Исаакович Коренблюм, Нафтул Иосифович Польский, Владимир Семёнович Королюк; несколько позднее в этот круг вошли более молодые Анатолий Владимирович Скороход, Михаил Иосифович Ядренко.

Для сегодняшнего читателя – это имена (как и имя Юрия Львовича Далецкого) всемирно известных учёных и деятелей математического просвещения, чей вклад в науку продолжает изучаться и высоко оцениваться. В те годы некоторые из них были для Юрия Львовича уже наставниками, некоторые – коллегами и друзьями.

Конечно, раскрытие талантов и наращивание творческого потенциала этой молодёжи было бы невозможно без влияния и содействия крупных учёных, особенно тех, кто в тот период вели активную исследовательскую и педагогическую работу в Киеве. Из математиков старшего поколения назову профессоров Юрия Дмитриевича Соколова и Александра Степановича Смогоржевского. В эпицентре тогдашней бурной математической жизни в Киеве находились, в сущности молодые (сорокалетние), но уже известные выдающиеся математики – Николай Николаевич Боголюбов, Симон Израилевич Зуховицкий и работавший в те годы в Институте математики АН УССР и читавший спецкурсы в Киевском университете Марк Григорьевич Крейн, одесский математик, прославивший свой южный город на весь математический мир планеты. В Киеве интенсивно развивались молодой функциональный анализ и теоретико-

вероятностное направление (в частности, теория случайных процессов), и молодёжь устремилась в эти привлекательные глубины. Тут уместно напомнить, что С.И.Зуховицкий в 1948 году ценой огромных усилий осуществил первое (и, кажется, единственное в СССР) издание фундаментального труда Стефана Банаха «Теория линейных операторов»; он был (совместно с Н.Н.Боголюбовым) редактором украинского перевода и автором краткого очерка о трагической судьбе одного из основателей функционального анализа.

В последующие годы большое влияние на математическую молодёжь оказали Михаил Алексеевич Лаврентьев, Георгий Евгеньевич Шилов, Борис Владимирович Гнеденко. К сожалению, их работа в Киеве была недолговременной.

Лидером и так сказать заводилой киевской математической молодёжи в 1946-51 годах был С.Г.Крейн. Безгранично обаятельный, энергичный, красивый, наделённый, казалось, всеми талантами, Селим был душой любой компании, автором всевозможных затей и остроумных розыгрышей. В то же время созданный и руководимый им семинар в Институте математики был отличной школой для многих из нас, в том числе для Юрия Львовича, который ещё студентом активно в нём участвовал. Свои первые исследования Юрий Львович осуществил именно под влиянием и руководством Селима Григорьевича, и уже с этого времени началось погружение Юрия Львовича в бесконечномерные пространства, многоплановое изучение которых составило столь весомую часть научного наследия Ю.Л.Далецкого. Я уверен, что духовная близость и дружеские чувства у этих двух выдающихся людей сохранялись до конца их дней.

К сожалению, «замечательное время», как я выше назвал эти годы, оказалось очень недолговечным, и уже в конце сороковых надежды на переустройство общества сменились тревожным ожиданием дальнейшего озверения беспредельного режима. Власть уже жестоко обрушилась на молодую прогрессивную советскую генетику, провозгласила кибернетику

продажной девкой империализма, на очереди были обвинённые в идеализме физики (занесенный кулак отчасти остановили первые успехи в создании атомного оружия). Возникало ощущение, что кремлёвский параноик с удивительным чутьем улавливает самые перспективные идеи, рождающиеся в мире, и именно на них направляет своих псов-карателей во вред своей стране и своему народу. Фаворитами становились разные лже-учёные и мракобесы.

В это же время получила полный, воистину всенародный размах антисемитская кампания под названием «борьбы с безродным космополитизмом», созревшая ещё с военных времён. Начальники всех уровней стремились показать себя самыми крутыми в деле увольнения, отказа в приёме на работу и учёбу евреев, в создании всяческих препятствий для их профессиональной и общественной деятельности, в ущемлении их гражданских прав. Из Института математики пришлось уйти М.Г.Крейну, который уже ранее был лишён своей кафедры в Одесском университете и работал всю дальнейшую жизнь в технических вузах (создавая этим широко известные научные центры при них). Из института были уволены также С.Г.Крейн (предварительно его семинар был запрещён директором со словами типа «здесь вам не Израиль»), М.А.Красносельский, Б.И.Коренблюм. Киевской школе функционального анализа был нанесен существенный урон; правда, позднее С.Г.Крейну и М.А.Красносельскому удалось создать мощную школу функционального анализа в Воронеже, с которой киевские математики, и Юрий Львович в их числе, поддерживали тесную связь, но выиграла ли от этого украинская наука? Замечу, к слову, что Институт математики АН УССР, «очистившись от скверны» в те годы, сохранял свою «чистоту» в течение многих десятилетий. Как известно, государственный антисемитизм не прекратился со смертью тирана и продлился почти до распада СССР.

С.И.Зуховицкий был выдворен из Киевского университета; профессор, доктор наук был лишён возможности найти работу в Киеве и вынужден был

заведовать кафедрой в Луцке. Вернувшись в Киев и проработав в неблагоприятных условиях в двух вузах, он принял в 1965 г. приглашение на должность профессора Московского инженерно-строительного института, а через несколько лет покинул страну. Покинул страну и Б.И.Коренблюм после двадцатилетней работы в Киевском инженерно-строительном институте. Сейчас он успешно продолжает научную и педагогическую работу в США; недавно его научным заслугам была посвящена международная конференция в Барселоне. Это отдельные примеры того, как и без антиматематической кампании режим мог наносить ощутимый вред развитию отечественной науки.

Конечно, были люди, которые противопоставляли этому партийному угару свою глубокую порядочность и старались помочь – в меру своих возможностей – тем, кому власть препятствовала в учёбе, работе, жизни из-за их «плохого рентгена» или «строптивости». В этой связи я хочу упомянуть, что именно в эти годы Н.Н.Боголюбов принял в аспирантуру Г.И.Каца, Н.И.Польского и меня, руководил нашими исследованиями, содействовал успешной защите диссертаций; нам случалось обращаться к нему за помощью и после его переезда в Москву, и всегда мы находили у Николая Николаевича понимание и поддержку.

После защиты в 1948 г. я был направлен в Житомирский пединститут заведовать кафедрой математики вновь создаваемого физмат факультета; это дало возможность в трудные 1950-52 годы Г.И.Кацу и Н.И.Польскому проработать на этой кафедре, сохраняя (благодаря близости к Киеву) научные и семейные связи, а также возможности активного поиска работы в Киеве. В дальнейшем Г.И.Кац всю жизнь работал в высшем военном училище, а Н.И.Польский – в академическом НИИ теплотехники до его преждевременной смерти в 1966 году. Я же застрял в Житомире на 16 лет...

Н.Н.Боголюбов не был исключением. Трудно, даже приблизительно оценить, скольким достойным того людям помогли С.И.Зуховицкий, М.Г. и С.Г.Крейны, Ю.М.Березанский, М.И.Ядренко, М.А.Красносельский, Г.И.Кац

Ю.Л.Далецкий в приобщении к математике, реализации себя в науке, преодолении искусственных препятствий, чинимых системой. Я убеждён, что и все остальные из названных мною в начале очерка математиков были столь же благожелательны, порядочны и щедры. Думаю, для многих примером был Юрий Дмитриевич Соколов, его духовная стойкость, мужество, несгибаемая честность. Теперь широко известна драматическая история спасения им с риском для своей жизни и жизни своих близких Симона Израилевича Зуховицкого, вышедшего в оккупированный Киев из вражеского окружения. Не повторяя деталей, скажу только, что в годы оккупации Юрия Дмитриевича вызывали в гестапо для проверки доноса, что он укрывает еврея (к счастью, тогда обошлось), а после победы Симона Израилевича вызывали в органы, дознаваясь, как он мог остаться живым при немцах. Так что национальность Симона Израилевича равно беспокоила и фашистскую и советскую госбезопасность. Всем, кто знал Юрия Дмитриевича, было известно, что никакая пропаганда и никакие угрозы не могут поколебать его моральные принципы, его критическое отношение к нашей бесчеловечной системе. В 1968 г. он, пренебрегая риском, подписал письмо, адресованное Брежневу и его подельникам, с требованием соблюдения гражданских конституционных прав людей, незаконно преследуемых режимом. Среди подписавших были также Ю.М.Березанский, А.В.Скороход и многие смелые украинские учёные, с (неслучайным, наверное) преобладанием математиков и физиков.

Возвращаясь в молодые годы Юрия Львовича, вспоминаю, что в начале 50-х я обратился к нему с предложением «подработать» в Житомирском пединституте во время летней сессии заочников, Юрий Львович согласился, хотя, конечно, «подработок» был весьма скромным. Поскольку у нас был малый ребёнок, и мы на лето снимали «дачу» в окрестностях, я поселил Юру в нашей квартире; по нынешним меркам квартира была ужасная, как говорят – без удобств, но в разрушенном войной городе были другие критерии (до меня в ней жил сам завкафедрой марксизма-ленинизма). Поэтому случилось

так, что с Юрой я почти не виделся и лекций его не слышал, о чём позднее очень пожалел. Но помню просьбы активных студентов вновь пригласить Юрия Львовича на следующую сессию – так он им пришёлся по душе. Замечу, что большинство заочников, конечно, мало интересуются содержанием и формой лекций, но и среди них находятся люди, которых мог увлечь эмоциональный, темпераментный стиль Юрия Львовича; некоторые из таких студентов добивались серьёзных успехов и позднее даже работали на нашей кафедре. Вообще же о заочном обучении вспоминаю получившее известность высказывание Юрия Дмитриевича (он часто пользовался афористической формой) по поводу хрущёвской реформы образования: «Это первый этап – переход к вечернему и заочному. Второй этап – переход к ночному и заочному».

Ко времени моего возвращения в Киев в 1964 году Юрий Львович был уже вполне состоявшимся учёным, доктором физико-математических наук, труды которого, опубликованные в солидных изданиях, приобрели широкую известность (в частности, большая статья о континуальных интегралах и их связи с эволюционными уравнениями в «Успехах математических наук»). Его работоспособность и продуктивность были поразительны. Ведя интенсивную профессорскую деятельность в Киевском политехническом институте (включаящую руководство аспирантами, научным семинаром), он читал спецкурсы в университете, активно работал в университетском (тогда по сути общегородском) математическом семинаре, руководил (совместно с А.В.Скороходом) семинаром в Институте математики. И всё это он совмещал с глубокими исследованиями по теории устойчивости решений дифференциальных уравнений в банаховских пространствах, по мерам в бесконечномерных пространствах и др.; позднее результаты были опубликованы в совместных монографиях с М.Г.Крейном и с С.В.Фоминым, занявших весомое место в современной математической литературе.

Здесь хочется отметить, что при всём этом Юрию Львовичу был абсолютно чужд даже намёк на какой-либо профессорский снобизм, он

постоянно оставался простым, доступным, чутким, оживлённым собеседником, иногда даже по-мальчишески задорным. Его отношение к студентам, ученикам было уважительным, заботливым и щедрым, и пресловутая «дистанция» не создавалась искусственно, а была естественным результатом его обаяния, научного и нравственного авторитета. В этой связи позволю себе привести трогательный рассказ моей бывшей сотрудницы по отраслевому НИИ, в котором я работал после возвращения из Житомира. Будучи студенткой университета, она прослушала спецкурс Юрия Львовича; увлечённая идеями и восхищённая личностью профессора, она обратилась к нему с просьбой о научном руководстве и вскоре стала его аспиранткой (замечу, что Юрий Львович очень вдумчиво и ответственно относился к набору в аспирантуру, не допуская нездорового соперничества, посторонних вмешательств и пр.). Учёба шла успешно, но на стадии работы над диссертацией она серьёзно заболела и к тому же ждала ребёнка; состояние было такое, что научные и карьерные вопросы отошли на задний план, и впору было диссертацию забросить. Но она мобилизовала все силы и, преодолевая недуги, успешно защитилась. До сих пор она не устаёт повторять, что это стало возможным лишь потому, что она не перенесла бы чувства вины и стыда перед Юрием Львовичем, если бы все его усилия ввести её в науку оказались напрасными.

В 60-80е годы мы с Юрием Львовичем имели возможность общаться достаточно часто, и я благодарен судьбе за это. Поскольку я жил рядом с КПИ, Юрий Львович иногда заходил к нам, когда случались «окна» в его плотном расписании. Я не был компетентен в области его исследований, но у нас было много тем для обсуждения касающихся вузовского и школьного образования, математического просвещения, не говоря уже об общих злободневных общественных и философских проблемах. Трудно переоценить широту его интересов и познаний, никакие новые идеи не оставляли его равнодушным.

Юрий Львович вообще был очень неравнодушным человеком – по отношению к людям и событиям, темпераментно реагировал на то, что считал несправедливым; в таких случаях он говорил эмоционально, выразительно жестикулируя и встряхивая замечательной шевелюрой. Ограничусь одним примером. В 1996 году, уже живя в США, я получил подробное письмо из Киева от Овсея Марковича Козлова, участвовавшего в заседании Киевского математического общества, посвящённом памяти Г.И.Каца, труды которого (в особенности о кольцевых алгебрах – теперь алгебрах Каца) получили международное признание и высокую оценку уже после преждевременной смерти Георгия Исааковича в 1978 году. В письме особо говорилось о том сильном впечатлении, которое произвело выступление Юрия Львовича, в котором он, по сути, осудил киевские научные центры (университет и институт математики) за то, что Г.И.Кац был вынужден проводить свои глубокие исследования вне их творческих коллективов из-за их тогдашней кадровой политики.

Более чем сорокалетняя научно-педагогическая деятельность Юрия Львовича в Киевском политехническом институте не только содействовала расширению представлений о возможностях и значении математических моделей и методов у многих тысяч инженеров, формированию у них навыков строгого мышления, творческого подхода к проблемам, но и несомненно отразилась на общем уровне и традициях этого вуза – одного из старейших и уважаемых в Украине. Но этим далеко не ограничивалась деятельность Юрия Львовича в области математического просвещения. Не повторяя сказанного раньше о лекциях и семинарах в университете и институте математики, расскажу об одном – возможно менее известном - аспекте этой деятельности.

Придётся начать с некоторого отступления. Когда в начале 60х С.И.Зуховицкий был озабочен поиском работы, у него возникла мысль предложить Киевскому дому научно-технической пропаганды Общества «Знание» создать при нём учебный центр для инженеров, студентов,

аспирантов и преподавателей втузов. Конечно, при этом он руководствовался не только личными мотивами, но, главным образом, предчувствием того, что наступает время бурного вторжения новых математических методов и моделей в технику, экономику, управление (и это действительно происходило в 60-80е годы). С.И.Зуховицкому принадлежит заслуга создания такого центра; под невыразительным названием - семинар «Математика – инженеру» - скрывалась новаторская форма математического просвещения научно-технической интеллигенции города, сочетающая традиционную университетскую систему обучения с гибким варьированием специальных курсов. Это позволяло на фоне повышения подготовки слушателей до уровня математических факультетов оперативно вооружать их новыми понятиями и методами, столь востребуемыми в эти годы. То обстоятельство, что семинар был сознательно создан не при государственном, а при общественном учреждении, позволяло избегать не только волокиты формального утверждения учебных планов и программ, но и контроля отдела кадров, как для слушателей, так и для приглашаемых преподавателей, что давало возможность приобщиться к этой деятельности очень многим из тех, кому в те годы доступ в университеты был, мягко говоря, затруднён.

Семинар просуществовал 27 лет, и – в общей сложности – несколько тысяч слушателей обучались в нем на двухлетней и трехлетней основе. Это стало возможным благодаря тому, что многие замечательные учёные и педагоги согласились в вечернее время участвовать в такой просветительской работе (замечу, что при этом «зарботки» были ничтожны: профессор получал за лекцию 15, доцент –10 руб., причём каждый 4--й гонорар удерживался). За эти годы начатое С.И.Зуховицким дело разрослось, возникли аналогичные семинары по кибернетике, механике, образовавшие совместно с нашим семинаром секцию теперь уже Республиканского дома экономической и научно-технической пропаганды (РДЭНТП), которой руководил сперва Л.А.Калужнин, а затем В.С.Королюк.

На всех этих этапах Юрий Львович был одним из энтузиастов, без которых успех был невозможен. Он был не только превосходным преподавателем, но и опытным советником и генератором новых идей. Я особенно нуждался в его советах, так как после отъезда в 1965 г. С.И.Зуховицкого в Москву и И.И.Гихмана в Донецк на меня легла ответственность за работу семинара «Математика-инженеру». В конце 70х Юрий Львович выдвинул идею семинара для биологов и медиков, и я помню наши с ним совместные усилия по привлечению заинтересованных специалистов и разработке учебного плана.

Возникший в это время интерес Юрия Львовича к математическим проблемам в биологии я использовал и в «личных интересах», точнее – в интересах моего младшего сына, который проходил тогда преддипломную практику в Институте физиологии растений АН УССР: Юрий Львович согласился быть руководителем его дипломной работы, а затем планировалось соискательство под его руководством. Правда, эти планы не осуществились. В Институт физиологии растений сын не попал: институт послал заявку на выпускника университета, но кадровики президиума АН были начеку. Сыну пришлось изменить жизненные планы, через некоторое время он эмигрировал в США. В 1993 г. мы с женой тоже решили уехать, чтобы воссоединиться с семьями наших сыновей. Но и перед нашим отъездом Юрий Львович очень мне помог. У меня была собрана большая и довольно ценная математическая библиотека, которую, конечно, я не мог взять с собой. Во время одной из последних встреч я сказал Юрию Львовичу, как мне жаль, что её придётся разрознить, распродавая и раздаривая. И тогда он сказал, что такая библиотека очень пригодилась бы на его кафедре в КПИ; через несколько дней присланные им студенты перевезли книги и стеллажи, а я был счастлив, что библиотека попадёт в хорошие руки и сможет приносить пользу.

Ни тогда, ни в последующие годы я не мог допустить мысли, что больше не увижу Юрия Львовича. Наша следующая встреча состоялась в 2002м году

у его могилы, к которой меня проводила Лариса Петровна. Низкий поклон ей и особая благодарность за прекрасные фотографии, которые она мне подарила и на которых я вижу Юру таким, каким я его знал и любил.

Хочу закончить словами Бориса Исааковича Коренблюма, которые он, подумав, произнёс в нашем недавнем разговоре о Юрии Львовиче: «Это был чистый человек. Его отношение к науке и к ученикам было безупречным, честным и щедрым».

Robin Hundson

Some memories of Yuri Dalecky Robin Hudson

I first met Yuri Dalecky at Warwick University in the 1980s. At that time he also visited me at Nottingham University and spent some time at our home nearby in the small town of Southwell. I remember he asked to attend a lecture I was giving to second-year students on differential geometry and expressed approval of its rather abstract content. In Southwell we visited the town pharmacy to obtain medicaments for his mother which were at that time difficult to obtain in Kiev.

In 1991 immediately after the coup against Gorbachev, my Russian speaking wife Geraldine and I visited Moscow and Kiev. Our indecision whether, for our children's sake, we should both undertake the journey at that uncertain time was resolved when, just before departure day, I received an email from a young Russian colleague which read "Just back from the barricades; see you next week!". I remember the train journey from Moscow to Kiev cost less, at the free exchange rate for the Rouble, than the bus trip from the university to the city centre in Nottingham, some four kilometers.

In Kiev, Yuri delegated much of the task of showing us round the sights to his two students, Natasha Goncharuk and Vita Steblovskaya. Having earlier met Yana Belopolskaya in Vilnius, I marvelled at Yuri's enviable ability to attract such talented and beautiful students to work with him. We also renewed friendship with his son Alexei who had earlier visited Nottingham and who many years later became my colleague at Nottingham Trent University. We visited Yuri at home

and met his wife, who subsequently visited us in Southwell through Alexei's good offices after Yuri's death, and his mother, with her memories of the prerevolutionary Russian empire, while Yuri told us of the hardships of his own youth during the second world war. I remember being impressed by Yuri's claim to swim every day in the Dnieper. With its sandy banks it looked attractive enough but I remained aware that Chernobyl was somewhere upstream.

In the realm of mathematics, his interest in infinite-dimensional analysis and mine in quantum probability were related but distinct, as is indicated nowadays by the existence of the journal whose title combines the two topics. I was pleased by his evident curiosity about quantum probability. During the lecture I gave to Prohorov's seminar in Kiev, ably translated by Slava Belavkin, the great man sitting on the front row was, I think, inclined to dismiss me as an incompetent or worse as I was unable to persuade him that some things (I seem to remember that the issue concerned stochastic integral representation of martingales) were not the same in quantum probability. Such difficulties did not arise in discussions with Yuri.

My wife and I will always treasure memories of his infectious enthusiasm and subtle good humour.

Loughborough University, UK.

Микола Шмигевський*

Ю.Л.ДАЛЕЦЬКИЙ І МАТЕМАТИКА В КПІ

(історичний нарис)

Наприкінці XIX ст. в Росії, особливо на теренах України стали інтенсивно розвиватися різні галузі промисловості та сільського господарства. Для будівництва та експлуатації нових промислових об'єктів не вистачало інженерних кадрів. За офіційними даними 1892 р. серед управляючих фабриками і заводами Росії технічну освіту мали всього 7,5 %, а вищу спеціальну освіту – менше 1 %. Не випадково іноземці на підприємствах Росії становили близько третини усіх фахівців. Зауважимо, що в Німеччині, наприклад, необхідність відкриття деяких нових технічних навчальних закладів мотивувалася спорудженням Сибірської залізниці.

На багатьох зібраннях, у пресі наполегливо висловлювалися міркування про необхідність заснування нових і розширення вже існуючих вищих спеціальних технічних закладів. Велику роль у розвитку вищої технічної освіти відіграло Російське технічне товариство, яке об'єднало значну частину прогресивно настроєних учених та інженерів. При товаристві було створено “Комісію з питань вищих технічних закладів”, до якої увійшли 40 видатних учених і фахівців, в тому числі Д.І. Менделєєв, М.П. Петров, Д.П. Коновалов, Д.С. Зернов, М.А. Бунге та ін.

Дослідивши питання про співвідношення рівнів вищої освіти в Росії і за кордоном, комісія дійшла висновку, що університетська система навчання не забезпечує потреб підготовки кадрів і розробила чіткі рекомендації щодо розширення і поліпшення вищої технічної освіти в Росії. Комісія, зокрема,

* Канд. фіз.-мат. наук, Київ

підкреслила, що найпридатнішим типом вищого технічного закладу може бути політехнічний інститут.

25 листопада 1896 р. у Києві відбулася нарада, в якій взяли участь професори Київського університету, представники міських властей, адміністрації Південної залізниці, інженери, промисловці. Було вирішено заснувати в Києві вищий технічний навчальний заклад – політехнічний інститут – з механічним, інженерним, хімічним і агрономічним відділеннями.

30 січня 1898 року видано імператорський наказ: “Открыть первые курсы политехнического института в Киеве с осени текущего года во временном помещении, расходовав 100.000 руб. на приспособление сего помещения для указанной цели, и назначить ныне же временно, впредь до утверждения положения и штатов политехнического института в Киеве, директором и преподавателем сего института т.с. Виктора Кирпичева”.

Церемонія відкриття інституту відбулася 31 серпня 1898 р., а вже 1 вересня 1898 р. розпочалися заняття у приміщенні, збудованому для комерційного училища (нині вул. Воровського, 24), яке на рік взяв в оренду інститут. Для будівництва інституту міська влада запропонувала декілька ділянок у різних районах міста. Після ретельного ознайомлення комісія вибрала ділянку площею 38 десятин, що простягалася вздовж Брест-Литовського шосе.

Із восьми проектів, поданих на конкурс, комісія відібрала проект, розроблений академіком архітектури Г.С. Кіпнером, який було затверджено після незначного опрацювання. У травні 1898 р. почалися земельні роботи. Оскільки Г.С. Кіпнер жив у Петербурзі й не міг безпосередньо керувати будівництвом, то з середини 1899 р. будівельні роботи очолив архітектор О.В. Кобелєв. Оздоблювальними роботами керували архітектори А.М. Вербицький, В.О. Осьмак та інші.

До початку наступного навчального року вже було споруджено хімічний павільйон і механічні майстерні. Тут, а також у деяких приміщеннях недобудованого головного корпусу, регулярно проводили заняття. Після

завершення будівництва (квітень 1902 р.) інститут мав у розпорядженні повний комплекс будівель: головний корпус, де розмістилися інженерне, механічне та агрономічне відділення, канцелярія, фундаментальна науково-технічна бібліотека. В хімічному корпусі розмістилося хімічне відділення.

Створена матеріальна база цілком задовольняла навчальний процес і науково-дослідну роботу, що проводилася в інституті.

Першим директором КІІ (1898-1902) був видатний учений, талановитий педагог, блискучий організатор технічної освіти проф. В.Л. Кирпичов. Деканами відділень були відомі вчені й умілі організатори навчального процесу професори К.О. Зворикін (механічний і за сумісництвом інженерний факультети), М.І. Коновалов (хімічний), М.П. Чирвінський (агрономічний). Для забезпечення викладання усіх предметів в інституті було створено 35 кафедр.

Педагогічний колектив КІІ вперше в країні започаткував конкурсний порядок призначення професорів кафедр виключно з осіб, які мають учений ступінь. Призначалися ординарні й екстраординарні професори. Перші мали ступінь доктора (оплата 3 тис. крб. на рік), другі – ступінь магістра (оплата 2 тис. крб. на рік). Для викладання окремих предметів (за браком професури) викладачі відбиралися за конкурсом з осіб, які одержали звання ад'юнкта інституту. Для його одержання необхідно було закінчити університет чи вищий технічний навчальний заклад і витримати конкурс на відповідному відділенні. Претендент мав прочитати пробну лекцію, представити і публічно захистити наукову працю з обраного фаху. Тим, хто виконував ці вимоги, присвоювалося звання ад'юнкта інституту і надавалося право на заміщення вакантної посади по кафедрі за відповідним фахом. Для викладання деяких предметів запрошували також викладачів, лаборантів, керівників практичних занять і вправ, які мали вищу освіту.

Для роботи в інституті були запрошені відомі вчені Києва, Москви, Петербурга, Казані, Харкова. Серед них відомі математики В.П. Єрмаков і Б.Я. Букрєєв, механіки О.П. Котельніков і О.М. Динник, один з

основоположників теорії різання металів К.О. Зворикін, геолог-мінералог О.В. Нечаєв, відомий вчений, металург В.П. Іжевський, теплохімік О.О. Радцїг, видатний фахівець мостобудування Є.О. Патон, обдаровані хіміки М.І. Коновалов і Л.В. Писаржевський, академік архітектури О.В. Кобелєв, художник М.К. Пимоненко. Пізніше на викладацьку роботу були запрошені всесвітньовідомі вчені механіки С.П. Тимошенко, К.К. Симінський, С.В. Серенсен та інші.

Серед видатних викладачів насамперед слід назвати проф. В.Л. Кирпичова, першого директора інституту і завідувача кафедри опору матеріалів. В організації педагогічного процесу він дотримувався прогресивних принципів, що полягали у поєднанні теоретичного навчання з лабораторними заняттями в майстернях і виробничою практикою на підприємствах.

В.Л. Кирпичов мав рідкісний педагогічний талант. Його лекції відзначалися простотою і переконливістю, що досягалося не шляхом спрощення складних питань, а завдяки чіткому визначенню головних і характерних моментів. Усе почуте надовго відкарбовувалося у пам'яті слухачів.

При доборі педагогічних кадрів для інституту основна увага приділялась науковій діяльності, педагогічній майстерності, організаторським здібностям претендентів, їх умінню спілкуватись зі студентами.

Із перших днів заснування інституту важливого значення набула математична підготовка у системі технічної освіти студентів.

Першим завідувачем кафедри вищої математики був запрошений професор, член-кореспондент Петербурзької академії наук В.П. Єрмаков (1845-1922), який раніше займав посаду професора Київського університету. Він викладав математику на інженерному і механічному відділеннях інституту.

Творчі інтереси В.П. Єрмакова стосувалися перш за все теорії диференціальних рівнянь як звичайних, так і з частинними похідними, а

також теорії рядів, варіаційного числення, теорії спеціальних функцій, алгебри і теорії чисел. Він також збагатив науку оригінальними дослідженнями з теоретичної механіки.

Із 1898 до 1922 р. В.П. Єрмаков викладав вступ до аналізу, вищу алгебру, аналітичну геометрію, диференціальне та інтегральне числення і вперше запровадив практичні заняття з цих предметів. Крім того, на його лекціях вивчались і предмети, не характерні для технічних закладів того часу: елементи диференціальної геометрії, теорія диференціальних рівнянь як звичайних, так і з частинними похідними, елементи теорії ймовірностей, складання емпіричних формул і наближені обчислення. Він також сприяв введенню невеликого курсу по вивченню логарифмічної лінійки.

Лекції В.П. Єрмакова відзначалися теоретичною глибиною, граничною чіткістю, жвавістю і простотою викладу. Цими ж достоїнствами відзначалися і його підручники з математики і механіки. Він вважав, що у навчальних курсах слід зацікавити студентів, а не відлякувати їх. Тому вивчення математики не обмежувалось лише читанням лекцій, а було запроваджено велику кількість вправ, що надало можливість студентам працювати самостійно над розв'язуванням практичних задач.

Ім'я В.П. Єрмакова стало широко відомим у європейській науці у зв'язку з відкритою ним (у 1871 р.) ознакою збіжності знакододатних числових рядів. Він також відомий як видатний методист в галузі вищої та елементарної математики, а також, як організатор видання з 1884 р. "Журналу елементарної математики", який користувався великою популярністю, особливо серед викладачів. До кінця свого життя вчений залишався на трудовому посту, віддаючи свої сили вихованню інженерних кадрів.

Найближчим помічником В.П. Єрмакова був професор Б.Я. Букресєв (1859-1962), який в основному викладав на хімічному факультеті, а після смерті В.П. Єрмакова і до 1930 р. був завідувачем кафедри математики. Його магістерська і докторська дисертації були присвячені аналітичній теорії

спеціальних функцій. Надалі предметом творчих інтересів Б.Я. Букреєва стала геометрія, зокрема неевклідова геометрія.

Після Б.Я. Букреєва кафедру математики до 1938 року очолював професор М.Ф. Кравчук (1892-1942) – академік АН України, талановитий вчений, який плідно працює над розв'язанням складних математичних проблем, одержуючи блискучі результати в галузі алгебри і теорії чисел, теорії аналітичних функцій, теорії ймовірностей, математичної статистики. Зокрема, в теорії ймовірностей він увів многочлени біноміального розподілу, відомі у світовій математиці як многочлени Кравчука. Не втратили й досі актуальності його дослідження з теорії аналітичних функцій, теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, зокрема наближені методи їх розв'язування.

Понад чверть століття вчений плідно готував педагогічні кадри, своєю педагогічною діяльністю робив внесок у становлення вищої та середньої школи. Багато зусиль М.Кравчук доклав для розвитку української математичної термінології. Учений знаний також як автор важливих праць з історії математики, методики її навчання, написав багато підручників і навчальних програм для середньої і вищої школи. Був організатором першої в Україні математичної олімпіади школярів.

У 1938 р. академік М.П. Кравчук був заарештований, звинувачений в українському буржуазному націоналізмі (він завжди читав лекції українською мовою і підтримував дружні зв'язки з представниками української інтелігенції). Математичну школу М.П. Кравчука було розгромлено, а самого вченого було репресовано і відправлено на колимські рудники до концтабору для політв'язнів. Там видатний учений і загинув у 1942 р.

У наш час з 1992 року проводяться Міжнародні наукові конференції імені М.П. Кравчука на базі Національного технічного університету України

“Київський політехнічний інститут”, у якому вчений працював з 1921 по 1938 рр. (з 1934 р. – завідувачем кафедри вищої математики). Саме на території цього навчального закладу 20 травня 2003 року було відкрито пам’ятник М.П. Кравчуку.

Учений-математик став легендарною постаттю в історії нашої держави. Поет німого числа, лицар математики, творець музики чисел, титан математичної думки, гордість української математики – це лише неповний перелік епітетів, якими нагороджують науковці, письменники, журналісти видатного математика ХХ ст. Михайла Кравчука.

Із 1934 року – до літа 1941 року – кафедру вищої математики очолював член-кореспондент АН України, професор Ю.Д. Соколов (1896-1969) – відомий вчений в галузі теоретичної механіки і математики, учень академіка Д.О. Граве.

У період Великої Вітчизняної війни КПІ було евакуйовано до Ташкенту й об’єднано із Середньоазіатським індустріальним інститутом. У цей період і в перші повоєнні роки (до 1952 р.) колектив математиків інституту очолював професор О.С. Смогоржевський (1896-1969), відомий своїми науковими працями з теорії функцій Гріна і особливо в галузі геометричних побудов на неевклідовій площині. У 50-60-ті роки він був визнаним главою київської школи геометрів.

Саме професор О.С. Смогоржевський, людина високої культури, відчув творчі обдарування Юрія Львовича Далецького і запросив його працювати на свою кафедру. З вересня 1951 р. вся подальша доля Ю.Л. Далецького протягом 46 років була тісно пов’язана з Київським політехнічним інститутом, в якому вчений пройшов тернистий шлях від асистента до академіка.

Юрій Львович Далецький – всесвітньо відомий математик, гордість вітчизняної науки. Про нього учні, колеги, друзі говорили, що він навіть на хвилину не уявляв своє життя без улюбленої науки, був математиком “від бога”.

Науковою роботою Юрій Львович почав займатися ще в студентські роки під керівництвом С.Г.Крейна, який працював у той час у Києві. Значну роль у формуванні його наукових інтересів відіграло також співробітництво з корифеями сучасної науки М.Г.Крейном та І.М.Гельфандом.

Основні праці вченого присвячені дослідженню сучасних проблем математичного аналізу, теорії ймовірностей, теорії диференціальних рівнянь і математичної фізики. Ним написано біля 200 наукових праць, серед них значну частину складають ґрунтовні статті та монографії, які перекладено англійською мовою.

Важливий напрямок досліджень Ю.Л.Далецького – еволюційні диференціальні рівняння в нескінченновимірних просторах. У цих дослідженнях відбилася широта наукових інтересів та ерудиція вченого. Ще з 1950 р. він почав застосовувати асимптотичні методи в теорії рівнянь з малим параметром у банахових просторах і досягнув у цьому напрямку значних результатів. Разом з М.Г.Крейном розвинув нескінченновимірний варіант теорії стійкості Ляпунова і експоненційну дихотомічну теорію. До скарбниці світової літератури з математики і теоретичної фізики увійшла важлива формула Далєцького-Троттера про мультиплікативне представлення еволюційного інтеграла.

Вагомий внесок зробив учений у теорію міри, побудував теорію стохастичних диференціальних рівнянь у нескінченновимірних просторах, створив нову теорію – стохастичну диференціальну геометрію, що ґрунтується на взаємодії між стохастичними рівняннями і геометрією Рімана. До фундаментальних результатів Ю.Л.Далецького належить некомутативне узагальнення класичних формул Ньютона і Тейлора на функціональне операторне числення. При цьому отримані ним формули стали новими навіть для скінченновимірного матричного випадку.

Учений був дуже чутливим до нових ідей і досягнень у математиці, до пошуку взаємозв'язків між новими і більш відомими об'єктами. Прикладом цього можуть слугувати праці вченого, присвячені новим галузям науки, які

отримали назву суперматематики та суперфізики. Він розробив некомутативне узагальнення диференціально-геометричного апарату класичної динаміки, створив варіант некомутативної диференціальної геометрії, переніс результати про нескінченновимірні гамільтонові системи на суперсистеми, що є дуже важливим для сучасної теоретичної фізики. З лекціями та науковими доповідями учений виступав, окрім країн СНД, також у багатьох університетах США, Німеччини, Франції, Великобританії, Італії, Ізраїлю, Польщі, Японії.

За вагомий внесок у розвиток національної освіти, успіхи у навчанні і вихованні молоді академіку Ю.Л.Далецькому присвоєно почесне звання “Заслужений діяч науки і техніки України”.

У другій половині 1940-х років в КПІ став працювати перший математичний семінар; організатором і керівником його був проф. О.С. Смогоржевський. Семінар проіснував понад 20 років до самої смерті його засновника. Основною темою семінару була неевклідова геометрія з акцентом на геометричних побудовах.

Другим за часом організації та чисельністю був науковий семінар проф. В.А. Зморовича. В.А. Зморович (1909-1994) працював в КПІ з 1932 р. понад 50 років і був відомим спеціалістом в галузі теорії аналітичних функцій. З 1952 по 1973 рік він був завідувачем кафедри вищої математики. Семінар функціонував з 1951 по 1987 рр. і був присвячений теорії екстремальних проблем у спеціальних класах аналітичних функцій, а також теорії числових і функціональних рядів та інтегральних нерівностей.

Наступний математичний семінар з проблем функціонального аналізу та його застосування очолив проф. Ю.Л. Далецький (1926–1997). Потужна математична школа, створена Ю.Л. Далецьким, займається дослідженням еволюційних динамічних та стохастичних систем, стохастичним аналізом та теорією міри у функціональних просторах. Школа дістала світове визнання. Зроблено значний внесок у розвиток теорії нелінійних рівнянь, застосування методів сучасної алгебри та диференціальної геометрії. Чимало учасників

семінару стали відомими математиками і педагогами, завдячуючи своїм успіхам непересічній особистості Ю.Л. Далецького. Багато з них залишили свої спогади про Юрія Львовича – Вчителя, Майстра, Людину, – на сторінках цього збірника.

Дійсний член НАНУ Ю.Л.Далецький останні роки (з 1988р.)працював професором кафедри математичних методів системного аналізу, яка згодом увійшла до складу Інституту прикладного системного аналізу, що очолює академік М.З.Згуровський. В наш час в НТУУ «КПІ» працює потужний колектив вчених-математиків. Математичні кафедри фізико-математичного факультету очолюють такі особистості, як академік А.М.Самойленко, професори В.В.Булдигін та С.Д.Івасішен. На рідній кафедрі Юрія Львовича працюють його учні-професори Ю.В.Богданський, В.Г.Бондаренко, доценти С.М.Парамонова, Н.Д.Цвинтарна та І.Я.Спекторський. Учні академіка Юрія Львовича Далецького прагнуть зберігати і розвивати закладені ним традиції, виховують на прикладі його життя нові покоління студентів, аспірантів, молодих учених.

Отзывы о работах Ю.Л. Далецкого

В президиум АН УССР HARVARD UNIVERSITY DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Новые работы Ю.Л. Далецкого посвящены теории эволюционных уравнений в бесконечномерных пространствах: теория устойчивости, связь с теорией функционального интегрирования, с теорией меры и теорией случайных процессов, дифференциальной геометрией и суперанализом. В частности им получены: доказательство формулы Феймана-Каца для очень широкого класса уравнений; мультипликативное представление эволюционного интеграла (формула Далецкого-Троттера); теоремы о корректности задачи Коши; интерпретация уравнения Власова в терминах суперанализа и другие результаты.

Одного перечисления этих областей и результатов хватает, чтобы составить впечатление о масштабе того вклада, который внес Ю.Л. Далецкий в современную математическую физику и теорию вероятностей.

Ю.Л. Далецкий – один из ведущих в мире специалистов в этих областях, пользующийся широким международным признанием.

Считаю, что избрание в АН УССР было бы более чем уместным.

Поддерживаю кандидатуру Ю.Л. Далецкого в действительные члены Академии Наук УССР.

Действительный член АН СССР И.М. Гельфанд

В президиум АН УССР

Работы Ю.Л. Далецкого широко известны в математическом мире и систематически цитируются в отечественной и зарубежной литературе. Ему принадлежит ряд фундаментальных результатов, среди которых отмечу следующие:

а) Некоммутативное обобщение классических формул Ньютона и Тейлора на функциональное операторное исчисление. В частности, на этом пути получены формулы для функций треугольных операторов, оказавшиеся новыми даже для конечномерного матричного случая.

б) Независимое доказательство формулы Ли-Троттера, обобщение её на нелинейные уравнения и применение к построению представлений решений эволюционных уравнений в виде функциональных интегралов по пространству траекторий (ветвящихся в нелинейном случае).

в) Построение теории стохастических дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве и изучение связанных с ними уравнений Колмогорова в функциональных производных относительно функций и мер на бесконечномерных линейных пространствах и гладких нелинейных многообразиях.

По моему мнению, работы Ю.Л. Далецкого внесли существенный вклад в развитие ряда направлений современной математики.

В связи с этим я поддерживаю его кандидатуру в академики АН УССР на объявленных выборах в АН УССР.

Академик АН СССР В.П.Маслов

В ПРЕЗИДИУМ АН УССР

Ю.Л.Далецкий – математик, активно работающий на протяжении многих лет в области бесконечномерного анализа. Один из первых он понял роль методов, основанных на теории случайных процессов, в развитии бесконечномерного анализа и систематически использовал их.

На этом пути им получены некоторые фундаментальные результаты, играющие существенную роль в современной математической физике, например:

а) Разработан метод получения представления решений эволюционных уравнений в виде функциональных интегралов (формула типа Фейнмана-Каца) и получены первые доказательства сходимости фейнмановских интегралов. Этот метод, основанный на мультипликативной формуле Ли-Троттера, неоднократно пере открывался (например, Нельсоном) и вошел в мировую литературу по математической и теоретической физике.

б) Построена теория стохастических дифференциальных уравнений в бесконечномерных линейных пространствах и на гладких многообразиях. С помощью этой теории доказана корректность задачи Коши для параболических систем 2-го порядка в линейных пространствах и сечениях векторных расслоений, а также самосопряженность связанных с ними эллиптических операторов на функциях бесконечномерного аргумента.

в) Для бесконечномерных гладких многообразий введен инвариантный относительно гладких преобразований класс гладких мер и изучены его свойства, существенно связанные с дифференциально-геометрическими свойствами многообразия.

В последние годы Ю.Л.Далецкий выполнил ряд важных и перспективных работ в области некоммутативных обобщений дифференциально-геометрического аппарата классической динамики: предложил градуированный вариант нормального вариационного исчисления, построил гамильтонов формализм уравнений типа Власова для суперчастиц, доказал супераналог дифференциально-геометрической теоремы Б.Дубровина-С.Новикова о гидродинамических гамильтонианах, построил (вместе с

Г.Цыганом) не коммутативное обобщение комплекса де Рама, связанное с циклическим дифференциалом в гомологиях Хохшильда ассоциативной супералгебры.

На основании сказанного в связи с объявленными выборами поддерживаю кандидатуру Ю.Л.Далецкого, выдвинутого в академики АН УССР по специальности «математика».

Академик АН СССР С.П.Новиков

До президії АН України

Юрій Львович Далецький є всесвітньо відомий спеціаліст з математичного аналізу, теорії диференціальних рівнянь, теорії випадкових процесів. Він винайшов зображення за допомогою континуальних інтегралів розв'язків широкого класу еволюційних диференціальних рівнянь, встановив самоспряженність еліптичних операторів другого порядку із функціональними похідними, побудував теорію стохастичних диференціальних рівнянь у нескінченновимірних просторах, розвинув стохастичний аналіз на нескінченновимірних багатовидах. Його результати опубліковано у більш ніж 150 наукових роботах та 3-х монографіях. Серед його учнів 4 доктори наук і більш ніж 20 кандидатів наук.

Я вважаю, що науковий вклад Ю.Л.Далецького у світову науку має першорядне значення і він заслуговує бути обраним у дійсні члени АН України.

Дійсний член АН України А.В. Скороход

Воспоминания родственников

Е. Бравинская

Помню, в 1939 году мой двоюродный брат Юра переболел полиомиелитом. К счастью, это не отразилось на его умственных способностях и вообще не оставило тяжелых осложнений. Еще, будучи учеником шестого класса, он увлекся математикой. Но в 1940г. после болезни, боясь осложнений, врачи запретили ему заниматься, и родители отобрали у него учебники. Он очень переживал и по секрету попросил меня взять хоть какой-нибудь учебник у моего дяди-студента КПИ. Дядя, молодой человек, конечно, выручил меня и нашего любителя математики. Юра был в восторге и все думал, чем бы отблагодарить моего дядю. И - придумал: подарил ему самое дорогое, что у него было, - коллекцию марок! Дядя, естественно, отказывался, но Юра настоял. Он всегда говорил, что математика для него - как музыка. Занятия математикой доставляли ему огромное удовольствие. Перед войной, будучи школьником, он участвовал в олимпиаде математиков-студентов 1-го курса и стал победителем. И только война помешала ему начать занятия в школе для одаренных детей при Киевской академии наук.

г. Гельзенкирхен, Германия

Э. Копыт

Для меня он всегда был не просто двоюродным братом, но и близким другом. Я знал Юру все годы нашего общего детства и многие годы после войны. В июле 1941г наши матери - Ксения Ефремовна и Евгения Ефремовна, родные сестры, - с нами, детьми, и с бабушкой вынуждены были уехать из Киева.

Некоторое время мы жили у Льва Ефремовича Небрата, младшего брата наших матерей, который в тот период работал инженером-энергетиком в Рутченковке, под Донецком. В конце лета 1941г. нам пришлось двинуться еще

дальше. Привезли нас в Ставропольский край, в небольшой хутор. Так как мы с Юрой должны были учиться в школе, то мы вскоре переехали в большое село Великокняжеское, где была школа 10-летка. Юрина мама стала работать бухгалтером в сельпо, а мы учились - я в 9-м, а Юра в 8-м классе. Поселили нас в бараке и, чтобы поддерживать тепло в нашем жилище, зимой 1941-1942 г.г. мы с Юрой по вечерам ходили собирать топливо для печурки - сучья, заборы, валежник, т.е. все то, что могло гореть.

Несмотря на тяжелые бытовые условия в те годы, Юра, как и прежде, увлекался математикой и отдавал ей все свободное время. Он жил математикой! Будучи учеником 8-го класса, он самостоятельно овладел знанием математики в объеме технического ВУЗа. Летом 1942 г. он сдал экзамены за 9-й класс экстерном.

Летом 1942 г. фашистские войска, прорвав фронт, двинулись на Кавказ, где мы в то время жили и планировали зимовать и следующую зиму. Однако планам нашим не суждено было сбыться. 4-го августа 1942 г. я был призван в армию, расстался с родными и следующие 11 лет моей жизни были связаны с армейской службой, сначала солдатом на фронте, а после войны офицером в мирное время.

Встретился я с Юрой уже после моей демобилизации в 1953 г. в Киеве. Он тогда, уже тоже бывший фронтовик (участник войны на Дальнем Востоке), работал преподавателем в Киевском политехническом институте.

г. Крефельд, Германия

И. Небрат

Мой отец Небрат Лев Ефремович, родной брат Юриной мамы, после окончания КПИ работал в Донбассе, инженером. В начале войны, после интенсивных бомбежек Киева, к нам приехали наши киевские родственники - родные папины сестры с детьми и бабушкой. Однако война заставила их двинуться дальше, в Ставропольский край. Нас с мамой в последний момент эвакуировали на

Урал (Челябинск). Несмотря на все трудности военного, и послевоенного времени, на хаос и неразбериху, у моего отца, а позднее и у меня, с Юрой сложились очень добрые, очень теплые отношения, переписка и встречи были более-менее регулярными, и мы знали о его жизни, кажется, все.

Мои заметки - штрихпунктирны: сумма из моего личного и того, что запомнилось из рассказов близких.

1933 год - со слов моей матери. Мы живем в шахтерском поселке Константиновка в Донбассе. Отец работает на электростанции - инженер! Тогда это воспринималось в поселке сложно: у одних - с уважением, у других - с презрением, даже с ненавистью. Мне еще нет и годика, Юре - семь лет. Его мама привозит мальчика к нам, время было тяжелое, голод на Украине, люди умирают прямо на улицах!

Здесь, в этом поселке, Юра получает свое первое боевое крещение, первый опыт борьбы за свои права, за свое человеческое достоинство. Посудите сами. В первом классе сидят великовозрастные «лбы», голодные, обозленные, учеба им в тягость. И вдруг появляется маленький худенький мальчик с большими темными глазами, «инженерский» племянник. Он знает и может все - пишет, считает, свободно читает по-русски и по-украински. Он всех раздражает своими знаниями, тем, что он чистенький, аккуратненький, вечно тянет руку, у него всегда завтрак в портфеле.

И его начинают травить - отбирают завтраки, рвут тетрадки, бьют. Юра защищается, но силы не равны. Он не сдается, не жалуется, бесстрашно дает сдачи. Наконец, учитель вызывает мою маму в школу и просит забрать ребенка, т.к. опасается за его жизнь. Так закончился для Юры его первый учебный год. Печально, но это был знак судьбы, в жизни ему придется не раз бороться за себя. Он очень рано почувствовал себя личностью!

Хорошо помню 1941 год, июль месяц. Мы живем на окраине Донецка, в поселке Рутченковка. Из Киева к нам приезжают папины родственники: родные сестры с детьми - Эдиком (Копыт) и Юрой (Далецкий). Мужья сестер уже на фронте. Школа практически не работает, бомбежки идут непрерывно, бомбят Донецк, железнодорожные узлы, электростанции. Фронт приближается стремительно.

Но есть приказ - никакой паники, иначе - расстрел на месте! Отец работает сутками на демонтаже оборудования

подстанций и линий электропередач. Все должно быть отправлено в тыл. Мама - врач, работает санинструктором, ее задача обучать жителей Рутченковки правилам подачи первой помощи раненым. Однажды к нам приходят женщины, целая делегация, и говорят маме, что наш дом, стоящий в конце улицы (далее - огромное поле), считается в поселке самым счастливым, поэтому они просят разрешить приходить к нам ночевать. А для начала выкопать во дворе длинную щель-окоп на случай бомбежек. Конечно, мама согласилась. И щель эту рыли вместе со всеми Эдик и Юра. Днем они сидели на крыше, следили, не появятся ли «мессершмитты» - когда появлялись, они били в самодельные барабаны и громко кричали «воздух!». Тогда все прятались в погреб. Когда было тихо, братья мои, сидевшие на крыше, постоянно, мастерили флюгеры в виде забавных человечков. У нас был уговор: я иду за хлебом (очереди были на многие часы), а они мастерят для меня этих человечков и запускают воздушных змей, за что им часто попадало от усталых мам и бабушки, которые смертельно боялись постоянных бомбежек. Но каким недолгим было для них это бесшабашное время! Каких-то три-четыре недели! Могла ли я тогда, маленькая девочка, представить себе, что ждало этих мальчиков: Эдика - фронт на многие годы, потеря близких; Юру - еще одна эвакуация, переправа через Каспий, работа в туркменском колхозе и, наконец, встреча с нами, на сей раз в Кемерове...

Начало 1944 года. Моя семья после нескольких лет скитаний попадает в Кемерово, в Кузбасс. Отец, вернувшийся из Донбасса, где он вместе с действующей армией то освобождал Донбасс и начинал восстанавливать энергообъекты, то отступал в тыл, наконец, отзывается в Наркомат электростанций и назначается главным инженером Кузбассэнерго. Родители сразу же начинают поиски потерявшихся родственников. И тут случилось чудо - Юра и его мама живы, мы знаем, что они в Туркмении, работают в колхозе. И вскоре они приезжают к нам - исхудавшие, оборванные, измученные. Боимся за Юру - чудом перенес в детстве полиомиелит, тяжелейшую болезнь (на всю жизнь остались ее последствия, с которыми он мужественно боролся). А сейчас он истощен и очень ослаб. Помог огород, который мы дружно выращивали, - свежие овощи, теплый дом быстро поставили его на ноги. В сентябре он был принят в машиностроительный институт, эвакуированный из

Ростова. Юра проходит собеседование, и его зачисляют без экзаменов, даже без аттестата зрелости. Итак, Юра - студент, но... всего на три дня. Институт получил разнарядку из военкомата - в армию нужен ОДИН человек. Кого выбрать? Конечно, новичка с фамилией Далецкий! Хорошо помню его рассказ о медкомиссии, которую он проходил. Врач спросила: чем болел в детстве? Полиомиелитом, ответил Юра. Но это невероятно! - воскликнула врач. (Тогда после этой болезни выживали единицы). Конечно, у Юры были последствия болезни: дрожали руки, не мог держать их вытянутыми, стучали зубы, особенно сильно, когда нервничал. Врач стала его проверять. Юра вытянул руки - пальцы сильно дрожали. Реакция врача была более чем странной. Она не только не поверила, она сказала следующее: «Молодой человек, как вам не стыдно, так только на пианино играют...». Оскорбленный недоверием, Юра тут же потребовал, чтобы его зачислили в армию. И никакие разговоры моего отца с ним, обещание помочь не могли изменить его решения. Он был гордым человеком, уже сложившейся ЛИЧНОСТЬЮ!

Связь с ним прерывается на долгие годы, хотя были письма, о его дальнейшей судьбе мы были осведомлены. Мой отец был крупным специалистом-энергетиком, руководил сложными энергосистемами Сибири, позднее, в Иркутске участвовал в пуске Иркутской и Братской ГЭС, был Лауреатом Госпремии СССР, вообще пользовался авторитетом и уважением среди энергетиков и не только среди них. Юра очень дорожил мнением моего отца и часто советовался с ним, присылал свои книги, статьи, рассказывал о планах, успехах, проблемах. И отец уважал Юру как выдающегося ученого, талантливого, интересного человека. Да мы все любили Юру!

Помню, летом 1969 года, возвращаясь из Владивостока, где проходили занятия летней математической школы, Юра остановился на несколько дней у нас в Иркутске. Вот самые главные впечатления от этой встречи. Юра, спортивно подтянутый, энергичный в мыслях и движениях, заваливает нас новостями - он знает все обо всем. При нем, с собой, во всех поездках большой радиоприемник с растянутыми диапазонами, недоступными для наших, советских глушилок, и он слушает новости по «Свободе», «Голосу Америки», «Немецкой волне», «Би-би-си». Он шутит: у нас по радио

идет «чистая» пропаганда, а у них - «нечистая». Он с удовольствием демонстрирует трюк: упирается ладонями в пол, ноги вперед под прямым углом, держит две-три минуты, не сбиваясь с дыхания. Наконец, он рассказывает о своей работе, о волшебном мире математики, какие великие открытия предстоит сделать даже в той области, которой он сейчас увлечен.

К нам в гости залетел вулкан - вулкан энергии, мыслей, информации. Конечно, мы постарались показать ему все самое интересное, чем располагали, - две поездки на машине на Байкал, до Листвянки (Лимнологический институт, пик Черского) и до Слюдянки (Кругобайкальская железная дорога с ее туннелями, Байкальский целлюлозно-бумажный комбинат, преступление века!). Юра на все живо реагировал и давал свой жесткий, схожий с нашим, приговор: власть - преступная, за это еще придет расплата... Разумеется, мы побродили по настоящей тайге, Юра радовался этому живому царству, как ребенок...

Наши встречи, к сожалению, нечастые, продолжались все последующие годы. Мы переехали в Ленинград. Когда Юра бывал в командировках, обязательно останавливался у нас. На другой же день наш телефон звонил почти без перерыва, все математики и не математики Ленинграда разыскивали Юрия Львовича: где Юрий Львович? Когда будет? Можно вас еще потревожить? Пожалуйста, передайте Юрию Львовичу то-то и то-то... Юра смеялся, по-доброму, хитровато щурясь, напевал известный куплет: «...Там собиралась компания блатная...» - оказывается, математики организовали к его приезду вечер, хотят пообщаться с ним, обменяться идеями, рассказать ему, что думают о нем ученые за рубежом - ведь Юра был многие годы «невыездным»...

Шли годы, времена менялись, Юрий Львович Далецкий «вдруг» стал «выездным», его и раньше часто приглашали за границу на семинары и съезды, но тут произошло нечто новое: его стали выпускать.

Помню его, особенно возбужденного, вернувшегося из Парижа, где был два месяца. Мы были рады за него, поздравляли. Он помолчал, непривычно грустный, сказал: «Мне скоро 70, я мог бы быть в Париже, ходить по его улицам, наслаждаться его красотой, по крайней мере, 20 лет назад...».

Я часто вспоминаю Юру и во мне живет его образ: закрываю глаза и вижу его, слышу голос, смех.

Несмотря на все трудности, выпавшие на его долю, он был счастливым человеком - прекрасная, горячо любимая жена, сын, которым он очень гордился, друзья, родные, коллеги, ученики, но, пожалуй, самое главное в его жизни - его любимая математика.

г. Дортмунд, Германия

И. Фельдман

Это было в 1948 году на общем комсомольском собрании Киевского университета - какой-то высокий университетский чиновник обвинил студентов механико-математического факультета в низкой успеваемости. Тогда в ответ на этот упрек слово взял секретарь комсомольской организации Юрий Львович Далецкий и заявил, что если бы в университет принимали по действительным знаниям, а не по записочкам влиятельных пап, дело с успеваемостью выглядело бы иначе.

В те времена подобное заявление считалось неслыханной дерзостью, но одновременно и было большой личной смелостью. И, конечно, реакция наступила немедленно. Придравшись к какому-то смехотворному пустяку, вроде пропуска одного-двух занятий, студент Юрий Львович Далецкий был исключен из университета. Формальное основание для исключения было найдено - студент 5-го курса Далецкий не имеет аттестата зрелости, следовательно, он должен либо представить аттестат о получении среднего образования, либо сдать экзамены на аттестат зрелости сейчас.

В те времена доказывать свою правоту для неугодного человека было попросту бесполезно. И что же? Юра блестяще сдает экзамены на аттестат зрелости, причем по всем дисциплинам! Одновременно несколько ближайших товарищей Юры, в том числе и автор этих строк, не очень надеясь на успех, обратились с жалобой в самый «независимый» и влиятельный по тому времени орган - газету «Правда». И через некоторое время Юрия Львовича неожиданно вызвали в деканат университета и без всяких объяснений сообщили, что ему разрешается сдавать все, включая и государственные, экзамены, но - экстерном.

К этому времени Юрий Львович уже работал лаборантом в Институте математики Украинской академии наук, действительным членом которой был избран через 50 лет.

г. Дортмунд, Германия

Дима Репнин

Наш дорогой Юрий Львович

Для меня он существовал в двух ипостасях: с детства как дядя Юра, соученик моей мамы по мехмату Киевского госуниверситета и друг нашей семьи, в которой он познакомился с Ларисой Петровной, своей будущей, единственной на всю жизнь и очень любимой, супругой, и позже как требовательный преподаватель высшей математики в Киевском политехе.

Начну со второго. Наши группы СМ 1 и СМ 2 (счетные машины) были первым выпуском новой тогда науки (незадолго до того “псевдонауки”) – КИБЕРНЕТИКИ. И выбрал я эту специальность по совету Юрия Львовича. Он дал мне небольшую книжицу академика Лебедева, который в Киеве создал первую Малую Электронно-Счетную Машину (МЭСМ), и сказал при этом: „Почитай, это перспективно!” Честно говоря, я мало чего понял в этих булевых функциях, единичках и нулях, которые непонятным образом запоминались, преобразовывались в команды и с огромной по тем временам скоростью производили сложные вычисления и даже могли управлять производством. Но авторитет Далецкого уже тогда был велик в основном из-за азартного и зажигательного исполнения студенческих песен, среди которых особенно популярны были “Кузнечик” и “От зари до зари”. Я никогда не жалел, что выбрал эту специальность, которая позволила мне сделать довольно успешную инженерную карьеру от разработчика отдельных устройств до главного конструктора систем управления тепловыми и атомными электростанциями. И за это я благодарен Юрию Львовичу.

По нашей новой специальности не было наработанных программ и методик, поэтому руководство кафедры СМ во главе с К.Г.Самофаловым пошло по пути приглашения в качестве лекторов ведущих ученых и специалистов. Нам читали лекции академик Ивахненко А.Г., соратник академика Лебедева, Лев Наумович Дашевский, директор института

автоматики, Павел Матвеевич Мельник. Курс Высшей математики вел доцент Ю.Л. Далецкий. Студенты любили его, а он душевно относился к ним, особенно к особам женского пола, считая, что женщину украшает не только красота, но и ум. Наверное, поэтому среди его многочисленных учеников так много красивых и умных женщин.

Особенно досталось нам на третьем курсе, когда очевидно для повышения авторитета нашей новомодной специальности добавили курс матфизики со сложным для понимания целесообразности применения на практике материалом. (Этот курс был так же витиеват, как приведенная выше фраза !). И читал этот курс Юрий Львович. Когда мы собрались на последнюю перед дифференцированным зачетом консультацию и на все непонятные вопросы были получены ответы (от чего легче никому не стало), Юрий Львович обвел аудиторию лукавым взглядом и с иронией сказал: “Вряд ли до завтрашнего дня вы поумнеете, поэтому не будем омрачать нашу последнюю встречу. Давайте ваши зачетки!” Он очень гордился высоким званием АКАДЕМИКА и возмущался бурному расцвету в смутные времена всяких доморощенных академий, где это звание можно было купить за деньги или получить за высокий пост.

... Когда мы пришли поздравить его с 70-летием в их уютную квартиру на Днепровской набережной Березняков, с балкона которой открывается изумительный вид на правобережье, Лавру, Выдубицкий монастырь, Юрий Львович выглядел усталым, с грустью в глазах. После перенесенной операции прогнозы были неутешительными. Но он радушно встречал каждого гостя, несколько отстраненно принимал подарки, благодарил. Собралось много его коллег, учеников, близких друзей. Были тосты, пожелания здоровья и счастья, здравицы в честь юбиляра, в исполнение которых почему-то всем хотелось верить. И вдруг Юрий Львович попросил: **Дима, спойте КУЗНЕЧИКА**. Эту песню знали все. И мы запели:

На перекрестке двух дорог
Чему-то очень рад
Сидел кузнечик маленький
Коленками назад
Он рад, что светит солнышко
И зеленеет сад,
Что он такой зелененький,
Коленками назад.
Нашел себе подруженьку

Девчонку – просто клад
Такую же зеленую
Коленками назад
Ходил с ней в ресторанчики
Пил водку – лимонад
Потом он провожал ее
Коленками назад
Потом сыграли свадебку
Шестнадцать дней подряд
Все гости расползались
Коленками назад
Потом пошли кузнечики
Ребята – просто клад!
Такие же зеленые
Коленками назад
Не знаю ли, поверите,
Но люди говорят:
Все дети нарождаются
Коленками назад.

Мы пели, а Юрий Львович сидел отрешенно, и взгляд его был направлен сквозь окна, сквозь время, сквозь жизнь... Что видел он там, в своем мире, в который не дано проникнуть никому, даже самым близким. Может ту войну, на которой он был совсем молодым ...А может внучку, которую так любил, но был с ней разлучен ...Друзей, товарищей, которые разбрелись по всему свету, а многих уже нет в живых... Может, думал он под звуки песни о своей единственной, с которой прожил бок о бок все эти годы, или о сыне, который как и он стал известным математиком. Сие нам не ведомо.

С самой высокой точки Байкового кладбища, где он похоронен, открывается чудесный вид на Днепр и дали Левобережья. На черной мраморной плите только фамилия, даты рождения и смерти. Ни званий, ни регалий, ни формул.

Как было при жизни: он был прост в своем Величии и велик в своей Простоте.

г. Бинген, Германия.

Материалы из личного архива Ю.Л. Далецкого

Селим Григорьевич Крейн и Марк Григорьевич Крейн были близки Юрию Львовичу по духу и профессиональным интересам, к сожалению, они ушли из жизни.

Юрий Львович сохранил переписку с ними, дающую возможность, хотя бы отдаленно составить представление о стиле и характере их взаимоотношений и сотрудничества, которые Юрий Львович очень ценил.

Дорогой Юра! В День Вашего славного юбилея мысленно прослеживаю Ваш путь от студента солдатской шинели до известного ученого международным признанием. Правда часто приходится поворачивать голову, когда Вы меняете направления оставаясь на передовом фронте науки
Поздравляю Вас, семью, учеников и замечательных учениц. Желаю здоровья неугасаемой страсти в жизни, науке, танцах. Любящий Вас
Селим Крейн

Дорогой Юра!

Благодарю Вас за теплые поздравления. Вы принадлежите к числу тех немногих, кто сделал мои 60 лет счастливыми.

Еще раз благодарю.

Ваш С.Г. Крейн

Дорогой Юра!

Наш институт уехал в колхоз и, пользуясь этим, я съездил в Москву. Делал доклад на семинаре Гельфанда об уравнениях в банаховом пространстве. Начал с Хилла и кончил Tosio Kato. По-моему мне удалось «подложить под Tosio Kato» и Вишика и Ладыженскую. Его результат произвел большое впечатление на Гельфанда. Подробный доклад поручен Костюченко. Мне кажется, отсюда Вы должны по своей статье в КПИ послать заметку в «Доклады».

Теперь о самом главном. В декабре будет конференция по функциональному анализу. Мы с Мурой⁹ предлагаем такой вариант выступлений:

1. Доклад Муры по топологическим методам.
2. Доклад мой по гидродинамике (полубзорный)
3. Доклад Ваш, Муры и мой по дифференциальным уравнениям в банаховом пространстве.

Содержание: а) уравнения с ограниченной правой частью (теорема существования, нелокальная теоремы, теоремы единственности, непрерывная зависимость от параметра).

б) уравнения со специальным видом неограниченной правой части (теоремы существования).

в) Асимптотический метод решения.

Нам кажется, что от такого объединения наших работ с Вашими и те и другие выиграют.

4. Ваш доклад на тему: «Интегрирование и дифференцирование эрмитовых операторов, зависящих от параметра и применение к теории возмущений».

Вчера я правил корректуру нашей статьи в Воронежском журнале и она мне снова понравилась. Хорошо было бы все это рассказать.

По просьбе Гельфанда (зам. пред. оргкомитета) мы такую наметку дали. Прошу Вас сообщить (лучше телеграфно) согласны ли Вы. Не давали ли Вы другой заявки?

Доклады на конференцию нужно представить в письменной форме к 20 октябрю (они будут напечатаны), поэтому, если Вы согласны с нашим планом, то вам нужно побыстрее выслать сводку основных результатов полученных Вами по асимптотическим методам с выделением наиболее интересных общих функциональных фактов (напр. лемма о вращении подпространств, решение уравнений $HX - XH = B$ и т.п.). Доклад по пункту 4 нужно рассчитывать на 20 м. С его текстом я тоже хотел бы ознакомиться заранее. Да, чуть не забыл! Аннотации к докладам нужно выслать немедленно. Если Вы дадите согласие, то их я напишу сам и вышлю.

Хорошо было бы, конечно, к конференции сделать гидродинамический пример. Но боюсь, что без личного контакта, как говорят дипломаты, нам его не сделать.

Я свободен до 5-го октября. Не прикатите ли Вы?

Жду Ваших сообщений.
Привет всем С.Г. Крейн

P.S. В последнюю минуту мы с Мурой решили, что доклад о дифф. ур-ях в банаховом пространстве целесообразно укрупнить, присоединив к нему

⁹ Марк Александрович Красносельский

результаты Марк Григорьевича и его учеников по устойчивости. М.Г. мы посылаем телеграмму. Решение будет принято после его ответа.

Дорогой Юра!

Пишу Вам в аэропорте перед отлетом в Ташкент.

Я получил ответ от И.М. Гельфанда на пяти страницах, из которых одна посвящена Вам. Он пишет, что познакомился с Вами в Киеве, что Вы ему очень понравились, что он готов оказывать любую помощь. Ваши работы он внимательно не читал, но ему показалось, что в вопросах меры Винера у Вас тупик. Тут он упоминает о том, что Вы пытались показать, что он с Ягломом не умеют доказывать теоремы. Далее он указывает, что Минлос, Судаков и Крылов высокого мнения о Ваших работах и поэтому Вам послано приглашение принять участие в обзорном докладе. Получили ли Вы такое приглашение?

Остальная часть письма посвящена нашим взаимоотношениям с ним, Крылову и философским вопросам. Вообще письмо очень дружеское и примирительное.

Таким образом, я считаю, что вся эта история пошла в первую очередь Вам на пользу. По-видимому, чтобы не обострять в дальнейшем отношения, нужно в Вашем докладе критическую часть не подчеркивать.

М.А.¹⁰ разделяет точку зрения Ю.М.¹¹ и о том, что Вам нужно писать и также считает, что Вам нужно приехать осенью в Воронеж.

Привет всем

Ваш С.Г. Крейн

Дорогой Юра!

Очень благодарен Вам за Ваши письма. Я еще раз посмотрел §5 в работе Крылова и убедился в том, что там доказательств нет. Он не проверяет условие согласованности в теореме Лоска (хотя он мне в письме прислал ряд дополнительных оценок), применяет достаточное условие, как необходимое и т.п. М.А. обещал заранее написать положительный отзыв. Он его посылает, выбросив после разговора со мной все хвалебные эпитеты. Я написал Крылову очень резкое письмо и если он не окончательный подлец, то должен забрать работу (без доказательств) и выразил порицание за его поведение, упомянув в частности и о Вас. Не знаю, как он будет реагировать, но меня прорвало.

В нашем с М.А. докладе на съезде я мог бы сказать несколько слов о методе континуальных интегралов как об аналоге метода Фурье в

¹⁰ Марк Александрович Красносельский

¹¹ Юрий Макарович Березанский

континуальном случае и указать типы уравнений, которые Вами разобраны. Никаких формул приводить я не смогу. Думаю, что Минлос осветит достаточно подробно Ваши результаты. Мне же вероятно одной-двумя фразами стоит Вас помянуть.

Ваши результаты по гиперболическим уравнениям мне очень понравились. Я поддерживаю точку зрения Ю.М. о том, что Вам нужно начинать писать.

Если вам действительно предоставят отпуск, то Вы, вероятно, сможете приехать на пару недель в Воронеж. Мы тогда смогли бы детально обсудить весь план работы и все связанное с ним.

Вчера я получил от Като три рукописи, из которых две толстые. В уравнениях он получает результаты Соболевского для случая, когда A^x/N ($0 < x < 1$) имеют общую область определения и обладают гладкостью. Доказывает также аналитичность решений. Две другие работы посвящены дробным степеням. Хотя многие результаты у нас были получены, но эти работы очень интересны, как по методам, так и по содержанию.

Я тем более рад присылке работ, так как получить от Соболевского изложение его работ я не смог. Теперь я хоть все буду знать по Като. Он все делает короче и красивее Соболевского.

Завтра я лечу в Харьков на защиту Глушко, а к 15-му в Ташкент на защиту Соболева. Готовиться к отъезду совсем нет времени.

На этом кончаю. Привет Ларисе и всем.

Ваш С. Г. Крейн

P.S. В Вашем изложении результатов Крылова нужно выбросить упрек в специфике разбиений. Это в теореме Аэкса несущественно. Вообще, по-моему о нем нужно сказать, что он этим занимался, и все.

Дорогой Юра!

С большой радостью прочел Ваше письмо. Если действительно имеет место, описанный Вами факт, то это очень здорово. Без него наша вся теория для переменного оператора висела в воздухе. Мы не умели проверять основное условие. Теперь она принимает вполне законченный вид. Прошу Вас срочно выслать мне в черновом виде доказательство.

В отношении оператора $A^k(\tau)U(\tau, 0)$ мы умеем доказывать, что он ограничен при $k < 2$ и получать оценку

$$\|A^k(\tau)U(\tau, 0)\| \leq c/\tau^k$$

Для $k \leq 2$ мы этого делать не умеем.

В отношении Вашего приезда излагаю следующие соображения:

1. Ваш приезд считаю полезным и буду Вам очень рад
2. Мура в Москве договорился, что можно издать отдельной книгой сборник работ по уравнениям в банаховом пространстве. Мы планируем

включить туда работу Марка Григорьевича (написанную Вами) по устойчивости и отдельно Вашу работу по асимптотическим методам.

Я недавно был в Харькове и виделся с М.Г.¹². Он активно поддерживает наш план. Обещал весной окончательно отредактировать работу. Он также высказал желание пригласить Вас зимой к себе для этих дел. Скоро в Киеве будет сессия АН и он вам это предложит. Я считаю, что сейчас вам полезнее приехать к нам, так что, если будет стоять вопрос Воронеж или Одесса, то выбирайте Воронеж.

3. В период с 12/II по 3/III Муры¹³ в Воронеже не будет. Если Вы думаете вести переговоры о переезде в Воронеж, то это сделать нельзя будет.

4. Примерно с 18 марта по 25 мы собираем в Воронеже частное совещание по уравнениям в частных производных. Ориентировочный состав: мы, Ладыженская, Вишик, Шилов, Березанский, Повзнер, Марченко, Мышкис. Оформляться это будет как расширенное заседание семинара. Хорошо было бы, если бы Вы тоже приехали. Правда разговаривать нам с Вами тогда почти не придется. Выводы: 1) приезжайте 2) срок приезда выберите сами (указанный в письме срок меня вполне устраивает).

*С нетерпением жду Вашего письма
Привет киевлянам (настоящим) от бывших
Ваш С.Г. Крейн*

¹² Марк Григорьевич Крейн

¹³ Марк Александрович Красносельский

Дорогой Юрий Львович!

Сердечно поздравляю Вас со славным юбилеем! Огромным удовлетворением отмечаю Вашу глубокую многогранную деятельность в высших сферах функционального нелинейного анализа! Желаю, верю в Ваши новые большие творческие достижения. Здоровья, благополучия, успехов всей Вашей семье.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Вероятно, мое письмо придет накануне Вашей защиты. В успехе Вашей защиты я не сомневаюсь и мне остается только пожелать, чтобы он был вполне пропорционален Вашим достижениям.

Я и Кучер ждем Вашего приезда. Конечно, я должен Вас предупредить, что ввиду того, что в июне начнется экзаменационная сессия, мы не сможем уделить Вам столько времени, как этого хотелось бы. Но если Вы сможете еще задержаться в Одессе на июль, то полагаю что за это время мы вчерне статью напишем.

Ошибка моя связана с интегральным представлением. Я считал, что при непрерывном изменении аргумента $U(\xi)$ можно непрерывно деформировать контур интегрирования так, чтобы он содержал весь спектр неособенной матрицы $U(\xi)$ и вместе с тем, не содержал точки нуля. Конечно, это не всегда возможно.

Тем не менее, я полагаю, что мы в нашей статье сможем использовать результаты этого моего неудавшегося сочинения, так как для малых значений параметра все мои рассуждения сохраняют полную силу.

Хорошо было бы, если бы Вы опросили всех киевлян, могущих быть в этом заподозренных, не хранится ли у них случайно мой экземпляр работы Бела Надь по теории возмущений.

Прошу передать мой сердечный привет семейству Шиловых.

Еще раз от всей души желаю Вам самого большого успеха.

Крепко жму Вашу руку.

Одесса, 26 мая 1954 г.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Я получил оба Ваших письма. С переработкой Рутмановского результата Вы справились великолепно. В том виде, как он у Вас получился, он очень подходит к нашей статье и будет одним из ее украшений.

Я убедился, что удачно выбрал соавтора.

Рутману я показал Ваше письмо и он забрал его с собой. Вернул он письмо через несколько дней. Но так как он меня не застал дома, то его впечатления мне неизвестны.

Было бы очень хорошо, если бы Вы к началу марта закончили статью и прислали мне на окончательную отшлифовку. Возможно, что в конце марта я приеду в Москву. Просмотрите на всякий случай предпоследнюю статью Якубовича в выпуске №5 (1954) журнала «ПММ».

У меня к Вам просьба выслать все материалы, которые я Вам давал в связи с Левнеровской работой о монотонных функциях матриц. В Annals, №3, 1954 появилась работа Вигнера и Неймана, в которой повторяется один мой результат двадцатилетней давности и я по этому поводу хочу «выразиться» в «Успехах».

Я чувствую себя очень виноватым перед Б.И.¹⁴. Я собирался написать отзыв на его автореферат: хотел этому посвятить прошлое воскресенье. Но совершенно непредвиденные обстоятельства меня выбили из строя в тот день и в последующие дни у меня не было времени, чтобы «дохнуть». Я не сомневаюсь в его успехе. Прошу Вас немедленно поставить меня в известность относительно результата его защиты.

Прошу передать привет Юрию Макаровичу.

Жду от Вас письма. Всего хорошего.

16 февраля 1955 г.

М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Поздравляю Вас и от всей души желаю Вам и Вашей жене счастья. Поздравляю Вас также с окончательным утверждением в степени. Все Ваши письма я своевременно получил. Рад был получить Ваш отчет о конференции. На письмо из Бердянска я Вам не ответил, так как все время пребывал в состоянии неопределенности и неуверенности относительно своих возможностей к концу июля. Июль я затратил на дописывание некоторых своих старых работ, а затем совершенно выдохся, кроме того, у меня было «эн» всяких гостей. По моей просьбе Вам должна была написать Богдан. Написала ли она?

Я все еще живу на даче, регулярно купаюсь и пока еще всерьез ничем не занимаюсь. Когда наберусь сил, в первую очередь возьмусь за свои интегральные уравнения в полубесконечном интервале. Там у меня осталось работы дней на 10 всего, а, вместе с тем, рукопись лежит незаконченной

¹⁴ Борис Исаакович Коренблюм

месяцев восемь. После нее возьмусь за наше сочинение: конечно, его содержание необходимо закончить. Недавно его снова взял на просмотр Рутман. Через недели две я перееду в город и тогда непременно отпечатаю рукопись в том виде, как она есть, и вышлю Вам экземпляр.

Что слышно у Б.И.? Передайте ему мой сердечный привет.

Ю.М.¹⁵. обещал заехать ко мне на пару дней в начале августа, но не выполнил своего обещания. Кланяйтесь ему от меня.

Вероятно, в ноябре я поеду в Москву и по дороге заеду в Киев, - тогда мы и договоримся, как закончить рукопись.

В связи с переменами в Ин-те Математики, может быть, стоило бы перенести семинар в Ин-т. Конечно, здесь важно выяснить точку зрения на это Б.В.¹⁶.

Еще раз шлю Вам свои наилучшие пожелания.

Одесса, Аркадия, 8 сентября 1955 г.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Вместе с этим письмом, наконец, отправляю Вам рукопись и две ее копии. Прошу Вас в один из экземпляров вписать формулы и переслать его Селиму Григорьевичу. Вы, вероятно, в курсе того, что С.Г.¹⁷ и М.А. должны подготовить проект коллективного доклада о дифференциальных уравнениях в банаховых пространствах, который будет зачитан одним из нас на конференции по функциональному анализу.

Я сейчас интенсивно работаю над окончанием двух своих больших работ по интегральным уравнениям и обратным краевым задачам. Хочу надеяться, что мы с Вами встретимся в зимние каникулы и тогда закончим нашу работу.

Было бы неплохо, если бы Вы посмотрели последние работы Еругина, Красовского и др., появившиеся в недавних номерах «ПММ».

Хорошо было бы составить также возможно более полный список работ, имеющих хотя бы отдаленное отношение к нашей работе.

Что слышно у Б.И.? Сердечный привет ему от меня. Я все никак не могу собраться и сообщить ему одну доказанную мной теорему тауберовского типа, которую я получил совершенно необычными методами.

Поклон от меня Ю.М. и другим «семинаристам», если они собираются.

Жму Вашу руку.

Всего хорошего

¹⁵ Юрий Маркович Березанский

¹⁶ Борис Владимирович Гнеденко

¹⁷ Селим Григорьевич Крейн

15.XI. 55 з.

М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Большое спасибо за оттиск Вашей фундаментальной работы из «УМН». Я планирую проработку отдельных частей Вашей статьи на моем семинаре.

Еще раз сердечно поздравляю Вас с Вашим большим успехом в Москве. От знакомых математиков Ирма узнала, что и Ваши лекции в МГУ пользовались большим успехом.

В субботу я выеду в Киев (киевским поездом), так что до скорой встречи

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Через пару дней после Вашего отлета в Одессу приехал Ваш киевский знакомый (забыл его фамилию), чтобы проконсультироваться у Лени. Он сообщил нам, что ногу пришлось забинтовать: мы просто были в ужасе. Вот неудача!

Хочу надеяться, что мое письмо застанет Вас на ногах и что вскоре у Вас останутся только приятные воспоминания об этом приключении.

Все мои дамы Вас благодарят за поздравления ко дню 8 марта.

С недели две тому назад я написал письмо Бирману. Если до Вас еще это не дошло, то могу обрадовать его сообщением. Он пишет, что с Вашей диссертацией все в порядке, что он видел у Фаддеева черновик отзыва ленинградцев: отзыв вполне положительный.

Спасибо за своевременную передачу моего отчета в бухгалтерию АН.

Я просил Ю.М. передать Вам, что о канонических системах я сам напишу. Известную часть я уже написал, но в начале этой недели ко мне приехал Гохберг, и я переключился на другую тематику. В понедельник он уедет, и после этого я продолжу записывание материала о канонических системах. Надеюсь к концу месяца закончить.

Всю эту неделю мы с Гохбергом работали очень напряженно и успешно. В частности, мы научились чисто операторными методами получать представления Потапова и Гинзбурга матриц- функций и оператор - функций. Естественно, что при этом у нас получились сильные обобщения этих результатов.

От всех членов моей семьи и от Изи привет и пожелания скорейшего и полного выздоровления.

Крепко жму Вашу руку

21.III. 1964 г.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

У меня нет копии того, что Вы записали о теореме устойчивости для канонических систем. Но я предполагаю, что М.Л. Горбачук при оформлении лекции пользовался Вашими записями. Мне не нравится формулировка теоремы о центральной зоне устойчивости. Примерная формулировка должна быть такой

«Пусть $H(t) \geq 0$ и $\int_0^{\omega} H(t) dt > 0$ и пусть λ_1 и λ_{-1} суть соответственно первое положительное и первое отрицательное число спектра краевой задачи

$$I \frac{dx}{dt} = \lambda H(t)x, \quad x(0) + x(\omega) = 0 \quad (1)$$

Тогда любая точка $\lambda \neq 0$ из интервала
$$\lambda_{-1} < \lambda < \lambda_1$$

является точкой сильной устойчивости для уравнения ().»*

Спектр задачи () можно просто определить как множество тех λ , для которых оператор $U(\omega; \lambda) + I$ не имеет непрерывного обратного, но, конечно, хорошо пояснить эквивалентность этого определения другому.*

Точно так же следует сформулировать теорему о центральной зоне для уравнения

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \lambda P(t)y = 0 \quad (2)$$

как о том, что все положительные $\lambda < \lambda_1$ суть точки сильной устойчивости для уравнения (!). Число λ_1 следует определить как наименьшее число спектра краевой задачи

$$y'' + \lambda P(t)y = 0, \quad y(0) + y(\omega) = y'(0) + y'(\omega) = 0$$

Следует отдельно сформулировать обобщение теоремы Ляпунова: «Всякое положительное $\lambda < 4/(\rho\omega)$ суть точка сильной устойчивости уравнения (2).»

Мы об этом говорили, но на всякий случай я напоминаю.

В список литературы просьба вставить вторую статью В.И. Дергузова «Достаточные условия устойчивости гамильтоновых уравнений с неограниченными периодическими спектральными коэффициентами», Матем. сб., т.64 (106): 3, 1964, 411-435.

Следует отметить хотя бы без доказательства эквивалентность определения точки λ сильной устойчивости оператор $U(\omega; \lambda)$ сильно устойчив $\leftrightarrow$ для данного λ все решения уравнения остаются ограниченными при достаточно малом изменении гамильтониана $H(t)$.

Пользуюсь случаем переслать Вам наш с Изей оттиск.

Жду от Вас сообщений, как идет работа по оформлению лекций.

Вчера в из-во была отправлена наша первая книга по теории несамосопряженных операторов. Вторая книга, по-видимому, будет нами редактироваться лишь в ноябре.

Крепко жму Вашу руку.

11.09.64 г.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович!

Возможно, Вам кто-либо сообщил, что я принимал участие в Международной конференции по теории аналитических функций в Ереване. Там я передал экземпляр «Лекций» Гордингу и через него Хермандеру, Мандельбройту и еще 2-3 лицам. Мандельбройт выпустил серию переводов на французском советских авторов. Он сразу предложил перевести «Лекций» на французский.

Надь также предложил их перевести на любой из трех языков (фр., нем., англ.). Некоторые американцы спрашивали меня, как я отношусь к переводу «Лекции» на английский. Я всем ответил, что рекомендую воздержаться, так как нами будет выпущено расширенное издание этих лекций.

Какие у Вас планы в отношении подготовки этого издания? Приступили ли Вы к работе над ним?

В УМН №2 за этот год реферат К. Бреуса на докт. диссертацию В.Х. Харелахала. Первый из формулируемых результатов тривиален в конечномерном случае. Второй точно не сформулирован, но посвящен интересному вопросу. Хорошо было бы, если бы Вы просмотрели эту диссертацию.

В некоторых случаях, пожалуй, нам стоило бы делать некоторые добавления, касающиеся специфики конечномерного случая.

Наша с Гохбергом книга прошла верстку и, по-видимому, выйдет до Нового года.

С 14.IX по 10.X я работаю с Лиллером, а с 15.X – с Гохбергом над второй книгой. Мы планируем закончить эту работу до 1.XII. После этого хотелось бы разделаться с «Лекциями».

Халилов получил персональный от меня экземпляр. Постников мне сказал, что обижен (он передавал через несколько лиц просьбу выслать ему экземпляр).

От наших всех Вам привет

Крепко жму Вашу руку.

29.IX.65 г.

Ваш М.Г. Крейн

Дорогой Юрий Львович

Я рад был получить Ваше письмо с планом нашей книги, Вашими соображениями и вопросами. Я тотчас же поручил одному своему сотруднику собрать замечания моих семинаристов и собирался через день-два Вам ответить. Но, увы, я снова тяжело загрипповал. Сегодня первый день, как я на ногах, и прежде всего взялся за корреспонденцию.

Мне очень понравилась Ваша фраза «В любом случае работу нужно начинать немедленно, если вообще это делать». Я тоже такого мнения. Считаю, что, прежде всего Вы должны записать все то, что «нетрудно было бы написать», в частности: а) результаты Хилла и б) квазилинейные уравнения первого порядка.

О теоремах существования следует, прежде всего, посмотреть у Бурбаки. Может быть, можно будет этим ограничиться, а «Красн.-Крейна» дать в «Дополнениях и задачах» мелким шрифтом.

Результаты по теоремам усреднения и некоторые результаты Ю.А. и О.Б. очень желательно было бы изложить. Это мы могли бы сделать вдвоем, когда Вы ко мне приедете. Здесь нужна мера, так как принцип усреднения перерос в большую самостоятельную область. Ю.А. прислал мне свой ротопринт о принципе усреднения. Видели ли Вы эти лекции Ю.А.? Мне кажется, что не играет роли, как много и как полно мы изложим. Важнее, чтобы все то, что мы изложим, было достаточно интересным и было интересно изложено.

Мы сохраним в названии книги «Лекции», и это будет указывать, что мы не претендуем на полноту и строгий подбор тем.

С этой точки зрения мы должны также подходить и к вопросам асимптотики. Содержание и объем целиком зависят от Вас: лишь бы это не заняло слишком много времени у Вас и было интересно. По-видимому, замечания докладчиков и участников семинара можно будет Вам выслать после 10-11 апреля, когда я вернусь в Одессу.

Я получил от В. Marksjo и В. Textorius корректуру их статьи по уравнениям с периодическими коэффициентами в гильбертовом пространстве (статья печатается в Math. scand. 20 (1967)). В статье нет ничего интересного: авторы плохо знают мои работы и совсем не знают работы Якубовича, Дергузова и Фомина. Но я нашел в статье ссылки на неизвестные мне работы:

1. G. Almkvist. Some conditions for stability of linear differ/ equations in Banach and Hilbert space, Panf. I. Math 16 (1966), 383-391/

2. I. Boman. On the stability of differ. eq. with per. coefficients. Kungl. Tekn. Hogsk. Hand. Stockholm, 180 (1962).

3. M. Giert. The solution of a problem of stability in period. Systems with methods from the calculus of variations. Kungl. Tekn. Hogsk. Hand. Stockholm, 150 (1959).

Хорошо было бы посмотреть хотя бы первую статью (2 и 3, вероятно, недоступны для нас).

Теперь по поводу диссертации Кужеля. Мы слушали его доклад в Доме ученых 17 марта, затем я имел с ним беседу (на следующий день я загрипповал).

У него имеются два совершенно четких достижения:

1) новое определение хар. функции, годное для операторов в пр-ве с дефинитной или индефинитной метрикой (оно представляет интерес и в случае дефинитной метрики).

2) благодаря его определению ему удалось установить нетривиальную теорему об умножении х. функций. Для операторов близких к унитарным, подобная теорема не была известна даже в дефинитном случае (Надем и Фояшем такая теорема была установлена лишь для сжатий).

Вместе с тем, его исследование производит впечатление чего-то незавершенного.

а) он рассматривает лишь операторы с конечномерным отклонением от унитарного $\dim(I - T^*T) \Pi < \infty$;

б) он не нашел теоретико-функц. характеристики для своей х. функции, т.е. не решил обратной задачи: когда наперед заданная функция есть х. функция оператора.

в) он не получил континуально-мультипликативного представления для своей х. функции

г) в работе отсутствуют какие бы то ни было применения.

д) «спектральный анализ» операторов, который он получает с помощью своей х. функции, может быть получен без всей его теории (непосредственно из моих теорем о сжатии или диссипативных операторах в Π_λ).

Поэтому мы не могли вынести определенного решения.

Теперь по поводу Вашего второго письма. Вы меня обрадовали и удивили сообщением, что УМН согласен поместить статью о брате. Дело в том, что я пытался сколотить коллектив для написания статьи о Шилове. Затем мне сообщили, что ввиду того, что отряд «октябрят» очень велик, редакция УМН постановила не помещать статьи к 50-летиям. После Вашего письма я вторично осведомлялся на этот счет и получил вторичное подтверждение (правда, не прямо из редакции). На всякий случай я кое-что передам о брате для Вас через Ирму.

Крепко жму Вашу руку.

24.III. 67г.

Ваш М.Г. Крейн

ВЕЛЬМИШАНОВНИЙ ЮРІЮ ЛЬВОВИЧУ!

Президія та Відділення математики Національної академії наук України сердечно поздоровляють Вас із сімдесятиріччям від дня народження.

Наукова громадськість добре знає і високо цінує Вас як визначного вченого у галузі функціонального аналізу, диференціальних рівнянь та теорії випадкових процесів.

Розроблені Вами методи теорії збурень лінійних операторів та зображення у вигляді функціональних інтегралів розв'язків широкого класу еволюційних диференціальних рівнянь визначили нові напрями математичної науки. Широке визнання дістали побудована Вами теорія стохастичних диференціальних рівнянь для гільбертових просторів та нелінійних многовидів, дослідження нескінченно-вимірних гамільтонових систем та некомутативної диференціальної геометрії.

Ваші фундаментальні праці стали вагомим внеском до актуальних розділів сучасної математики. Опубліковані Вами монографії користуються великою популярністю і перекладені за кордоном на англійську мову.

Серед Ваших учнів 8 докторів та понад 30 кандидатів наук.

Гідним визнанням Ваших заслуг перед наукою стало обрання Вас дійсним членом Національної академії наук України.

Інтенсивний творчий пошук Ви, шановний Юрію Львовичу, вміло поєднуєте з науково-організаційною, педагогічною та громадською діяльністю. Понад 40 років Ви присвятили викладанню математики в Київському політехнічному інституті. Наукові семінари, які Ви очолюєте, відіграють

велику роль у розвитку і координації наукових досліджень в Україні та за її межами. Ваші лекції, прочитані в провідних університетах багатьох країн світу, значною мірою сприяли пропаганді досягнень вітчизняної математики.

Притаманні Вам високі особисті якості — енергійність, цілеспрямованість, доброзичливість у поєднанні з науковим, організаторським та педагогічним талантами завжди були запорукою зростання Вашого авторитету серед колег, молодих вчених та студентів.

У день Вашого ювілею щиро зичимо Вам, дорогий Юрію Львовичу, доброго здоров'я, щастя, нових творчих здобутків.

Президент
Національної академії наук України
академік НАН України



Б. Е. ПАТОН

Головний учений секретар
Національної академії наук України
академік НАН України



А. П. ШПАК

Академік-секретар
Відділення математики НАН України
академік НАН України



І. В. СКРИПНИК

Вельмишановний Юрію Львовичу!

Інститут математики Національної академії наук України сердечно вітає Вас із сімдесятиріччям від дня народження!

Науковці глибоко шанують Вас як видатного вченого, одного з найвідоміших спеціалістів у галузях функціонального аналізу, алгебри та теорії ймовірностей. Широта Ваших математичних інтересів є майже неосяжною: еволюційні диференціальні рівняння в нескінченновимірних просторах та функціональне інтегрування, міри на нескінченновимірних просторах та теорія стохастичних диференціальних рівнянь у гільбертовому просторі, стохастична диференціальна геометрія, супераналіз та багато інших. У всіх цих областях Вами були одержані фундаментальні результати. Ви є автором близько 170 наукових робіт та трьох монографій.

Багато уваги Ви приділяли підготовці наукових кадрів. Сорок п'ять років віддали Ви роботі у Київському політехнічному інституті. Серед Ваших учнів є завідувачі кафедрами і декани, директори академічних інститутів та академіки. Під Вашим безпосереднім керівництвом підготовлено близько 30 кандидатських дисертацій, 8 Ваших учнів захистили докторські дисертації.

Гідним визнанням Ваших заслуг, шановний Юрію Львовичу, стало обрання Вас академіком Національної академії наук України.

Активну творчу роботу Ви гармонійно поєднуєте з науково-організаційною та громадською діяльністю. Як член редколегій ряду міжнародних журналів, керівник двох семінарів, Ви прикладаєте багато зусиль для розвитку та координації фундаментальних досліджень.

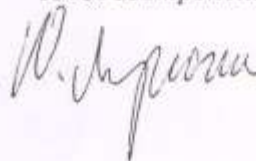
Вам притаманні глибоке розуміння суті досліджуваних проблем, гостре відчуття нового.

У день Вашого ювілею щиро зичимо Вам, дорогий Юрію Львовичу, доброго здоров'я, щастя та нових творчих успіхів.

Директор
Інституту
математики НАНУ
академік НАНУ
А.М. Самойленко



Почесний директор
Інституту
математики НАНУ
академік НАНУ та РАН
Ю.О. Митропольський



Молодежь шутит

Р.Н. Кадобянский, А.С. Пушкин

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА Ю.Л. ДАЛЕЦКОГО, АКАДЕМИКА И
ПОЧЕТНОГО СОРОСОВСКОГО ПРОФЕССОРА

Наш Юрий - супер, право.
Всевышней волею небес
Он даже среди кореев.
На первой роли - как Зевес.

Мы все учились по-немногу,
Чему-нибудь и как-нибудь,
И так бы умерли, не поняв
В чем суть и смысл, его не будь.

Всего, что знает Юрий Львович,
Пересказать мне не досуг.
Во многом истинный он гений
И доктор множества наук.

Он пел в Италии “Солее мио”
И зал ему рукоплескал.
Когда танцует на балу он,
Дрожат сердца у милых дам.

Идя за почтой утром ранним,
Он мимо ящика стрелой
Летит по мраморным ступеням.
Седьмой этаж! – А сердце – ноль.

Разденьте – Аполлоном сложен.
Что бицепс, трицепс, спинка, пресс!
Он угол держит как повеса

Какой-нибудь в семнадцать лет.

А как он любит! В наши лета
Уж так не любят, так одна
Безумная душа поэта
Еще любить осуждена.

ЛАРИСА – вот одно мечтанье,
Одно привычное желанье,
Одна привычная мольба.
Ни долгие лета общенья,
Ни музам данные часы,
Ни чужеземные красы,
Ни шум веселый, ни науки
Души не изменили в нем,
Согретою девственным огнем.

Всегда скромна, всегда послушна,
Всегда как утро весела,
Как жизнь доцента простодушна,
Как поцелуй любви мила.
Глаза как небо голубые,
Улыбка, локоны льняные,
Движенья, голос, легкий, стан –
Все в ней. И вот любой роман
Бледнеет пред таким союзом...

А мы заметим скромно ниже:
Во дни веселий и желаний
Другой, наверно, бы устал.
Но наш герой не из таковских –
Он много толстых книг и формул
Во время оно написал.

Стал академиком. Почетным
Профессором. Но был каким,
Таким поныне он остался –
Веселым, умным и простым.

И чувства в нем не остывают,
И не наскучил света шум.
Друзья, наука составляют
Предмет его привычных дум.

Герою нашему желая
Здоровья, счастья – во сто крат,
И кубки пены поднимая
Все дружно воспоем – ВИВАТ!!!

Музыка А. Розенберга, слова народные.

Заходите к нам на семинар.....
Пел докладчик ласково и нежно.
На доске белел п- мерный шар,
А за окном шумел бульвар.

Сидит Юрий Львович к нам спиной.
Посмотрите люди, как он все знает,
Понимает он вопрос любой,
А я сижу ни в зуб ногой.

А все кивают головами.
Выходит я один такой!

Много разных книжек прочитал,
Знаю, что такое гипер- и супер,
Что такое полумаргинал,
Континуальный интеграл.

Юрий Львович мне все объяснит,
Наконец-то мне все станет ясно.

Да! Во мне, конечно гений спит,
Но так храпит, что дом дрожит,
Трясет РДЭНТИ,
А я единственный в толпе!

Заходите к нам на семинар,
Я теперь докладчик с большим стажем,
Где-то бесконечномерный шар,
А за окном шумит бульвар.

ЗНАЕТЕ ЛИ ВЫ, ЮРИЙ ЛЬВОВИЧ, ЧТО

По данным ЦСУ СССР, люди, родившиеся под знаком Стрельца, отличаются умом, темпераментом, красноречием, но не болтливостью. Они, как правило, с детства проявляют склонность к хоровому пению и точным наукам.

Те из них, в ком побеждает второе увлечение, становятся блестящими учеными. Стрелец - ученый обладает сильной интуицией, он сначала угадывает, видит результат, а потом уже подводит под него логические основания. Ошибается редко, но серьезно. Это прекрасный педагог и настоящий друг, на которого можно опереться в беде.

Стрельцы - тонкие ценители искусств, среди которых они особенно почитают танцы и возлюбленное с детства хоровое пение. Они обладают литературным вкусом, хорошей памятью и эрудицией.

Личность гармонично развитая. Стрелец, как правило, активно занимается спортом. Особых успехов он может достичь в гимнастике, лыжном спорте, плавании и подвижных играх.

Бурный темперамент и общительность Стрельца, широта его интересов привлекают к нему людей. Круг его знакомств, как правило, очень широк. Интересно, что в среднем на 17 - 24 процента он состоит из обитателей Юга и Востока и на 29-32 процента из жителей г. Воронежа.

Стрелец вольнолюбив, независим и принципиален. Эти качества часто заставляют его страдать, но характер его не меняется под воздействием обстоятельств.

По имеющимся сведениям, в наступающем году, а также в течение всех последующих лет Стрельцов, проживающих на территории нашей страны, ожидает счастье и успехи во всех начинаниях.

Друзья.

ПРИКАЗ

По семинару АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ.

Часть 1. Преамбула.

70 лет тому назад, 16 декабря 1926 года произошло знаменательное событие в истории математики - началась Великая Стохастическая Эволюция. Как известно, чтобы эволюция в науке была Великой, порождающий ее человек должен обладать широким спектром достоинств. Вы, Юрий Львович, удовлетворяете этому спектральному условию.

Ваши эволюционные идеи используются во всех странах математического содружества от Страны Восходящего Солнца с ее стохастическим уравнением Ито до Американского Дикого Запада, где господствует дух мультипликативности, уважающий лишь формулу Фейнмана - Каца.

Вспомним некоторые эпизоды Великой Эволюции. Уже в своей утренней песне звенящим пионерским голосом Вы уведомили окружающий мир о том, что на его небосклоне возшла новая суперзвезда. Ваши первые математические исследования выполнены на бескрайних хлопковых полях Узбекистана. Хотя их результаты не были опубликованы в открытой печати, и сегодня восхищает их актуальность и непреходящее народно-хозяйственное значение. Как говорится, Льва узнают по его когтям.

После войны Вы поступили на мехмат Киевского (тогда еще не Ордена Ленина и не Ордена Октябрьской Революции) университета. Довольно быстро администрация этого в будущем орденосного вуза оценила не только Ваши способности, но также Вашу смелость и принципиальность и издала соответствующий приказ. Хотя после 1951 года Ваша деятельность не связана с университетом явным образом, знайте, что и много лет спустя в древних стенах Вашей Alma Mater не перевелись еще люди, искренне уважающие и любящие Вас.

За истекшие годы Вы создали семью, у Вас родились сын и внучка, Вы защитили две диссертации, написали ряд первоклассных работ, воспитали много достойных учеников. Однако в наше суровое время даже в подобных торжественных случаях принято говорить не только о достоинствах и достижениях, но и о недостатках и упущениях.

Увы, Ваши недостатки носят неочевидный и даже в чем-то парадоксальный характер, чтобы добраться до них, пришлось доказывать супервариант теоремы о неявной функции и преодолеть ряд других трудностей как научно-технического, так и морально-этического характера. Все же удалось выявить и извлечь на свет божий Ваши упущения, и главное из них таково. По данным ЮНЕСКО среди 24 Ваших учеников имеется 14 лиц мужского и лишь 10 лиц женского пола. Как же так? Вы, ратующий за красоту в математике, за симметричную формулировку результатов, допускаете явную дискриминацию по признаку пола (распределение других параметров Ваших учеников изучает специальная комиссия). Ставя Вам на вид, мы надеемся, что в ходе дальнейшей эволюции (а она, напомним, является Великой) Вы уделите прекрасному полу должное внимание и восстановите попранную справедливость. Этот отдельный недостаток не снижает общей определенно положительной (или, если угодно положительно определенной) оценки Вашей педагогической, научной и общественной деятельности. На основании сказанного выше и еще очень многого, сказанного ниже считаем, что Вы отвечаете самым высоким требованиям и соответствуете нашим представлениям о том, каким должен быть крупный ученый. Учитель не только в аудитории, но и в жизни, по - настоящему жизнерадостный и интересный человек.

ЧАСТЬ 2. Постановляющая.

В честь 60-й годовщины со дня рождения суперучастника нашего семинара торжественно приказываем:

1. В городе Киеве - колыбели Великой Стохастической Эволюции, в столицах союзных и дружественных в математическом отношении республиках, перед которыми юбиляр имеет заслуги в подготовке научных и педагогических кадров (в том числе в Софии, Берлине, Варшаве и Вашингтоне) и городах-героях-свидетелях его кипучей деятельности: Алуште, Воронеже, Владивостоке, Ленинграде, Львове, многих других и Одессе произвести праздничный фейерверк и салют 60 залпами из батарей шампанского и других милых сердцу видов оружия.

2. Поручить А.Ю. Далецкому покорить новую вершину, с тем, чтобы обеспечить проведение следующего юбилейного заседания нашего семинара на еще большей в высоте.

3. Объявить воскресенье 14 декабря нерабочим днем, а вечера 15 и 16 декабря присоединить к очередному профотпуску.

4. В поселке городского типа Зыгульба (Азерб.ССР) установить бронзовый бюст бороды юбиляра.

5. Повысить гладкость многообразия киевских улиц, залив их водой перед рождественскими морозами.

6. Записать пластинку любимых песен юбиляра в его исполнении.

7. Провести парад, демонстрацию и торжественный митинг трудящихся, а также культурную программу, в ходе которой

а) зачитать выдержки из биографии юбиляра,

б) предсказать его дальнейшую эволюцию на основании гороскопа,

в) исполнить любимые песни юбиляра, а также шуточные песни, посвященные торжественному событию.

г) еще раз убедиться в его сообразительности, предъявив для разгадывания живые картинки на близкую ему тематику, а также кроссворд с четными и нечетными образующими.

д) Вручить Юрию Львовичу альбом с пожеланиями его учеников и настоящий приказ.

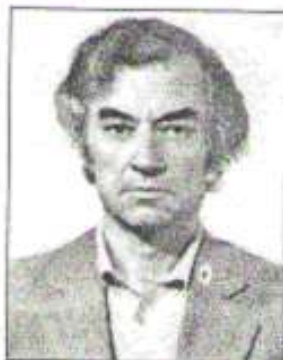
Командовать парадом будем все.

Издано в г. Киеве 16 декабря 1986г.

Юрій Львович Далецький

12 грудня 1997 року лішає у вічність видатний учений і педагог, академік НАН України, заслужений діяч науки і техніки України, професор НТУУ "КПІ" Юрій Львович Далєцький.

З юних років Юрій Львович захоплювався математикою і проявляв надзвичайні математичні здібності. Від занять улюбленою справою його відірвала війна. Три роки воював він солдатом на фронтах Великої Вітчизняної. Після війни Юрій Далєцький навчався на механіко-математичному факультеті КДУ ім. Т.Г. Шевченка і відразу по його закінченні у



системного аналізу. До організації цієї кафедри він доклав чимало сил і таланту. У 1995 р. його захопила ідея

Київського політехнічного інституту.

Відтоді все життя Юрій Львовича тісно пов'язане з НТУУ "КПІ". Працюючи тут, він захищав кандидатську дисертацію, згодом поїхав до Московського державного університету захищати докторську. З 1964 року Ю.Л. Далєцький — професор КПІ.

За сорок шість років роботи в інституті Юрій Львович навчив математиці багато поколінь студентів. Серед його учнів с завідувачі кафедр, декани, директори інститутів, академіки. Під його керівництвом близько трьох десятків молодих учених стали кандидатами наук, шестеро з них захистили докторські дисертації.

Поряд з любов'ю до учнів жила у серці професора Далєцького незгасна любов до науки Математики. Він автор 170 наукових статей, трьох глибоких монографій. Його лекції та доповіді слухали в університетах багатьох країн світу.

Останні десять років життя Юрій Львович працював на кафедрі математичних методів

технічного факультету для обдарованої молоді. Юрій Львович став фундатором та куратором математичної підготовки на цьому факультеті, його професором, залучив до співпраці визнаних учених з інститутів НАН України.

У грудні минулого року Політехнічний інститут святкував 70-ліття академіка Далєцького. За сумним збігом обставин напередодні сідмдесяти першого дня його народження КПІ прощався з Юрієм Львовичем. В актовій залі звучала жалісна музика, у почесній есорті біля труни стояли учні, викладачі, друзі, студенти. Київська політехніка проводжала в останню путь людину, яка віддала їй дві третини свого творчого, напруженого життя, людину, серце якої горіло любов'ю до науки і запалювало нано серця молоді.

Світла пам'ять про Ученого, Учителя. Друга завжди буде жити у душах тих, кому пощастило зустрітись на життєвому шляху з Юрієм Львовичем Далєцьким.

Колеги, друзі, учні.

**Докторские и кандидатские диссертации, защищенные под
руководством или при консультации академика НАН Украины
Юрия Львовича Далецкого.**

Кандидатские диссертации:

1. Феллер М.Н. Решение уравнений в вариационных (функциональных) производных при помощи рядов Фурье – Эрмита. 1967 г.
2. Кухарчук Н.М. Дифференциальные уравнения первого порядка в функциональных производных и некоторые вопросы вариационного исчисления, связанные с ними. 1967 г.
3. Заплитная А.Т. Разностные схемы и функциональные интегралы, связанные с некоторыми нелинейными уравнениями параболического типа. 1967 г.
4. Стремский В.В. Уравнения в функциональных производных шредингеровского типа и связанные с ним континуальные интегралы. 1970 г.
5. Шеяг В.Р. Исследование температурных полей при ламинарном течении жидкости в плоском канале 1971 г.
6. Чудновский Д.В. Некоторые свойства тихоновских произведений топологических пространств.
7. Фаддеева Е.А. Гиперболические уравнения с операторными коэффициентами и ультрапараболические системы. 1971 г.
8. Бондаренко В.Г. Диффузионные процессы в гильбертовом пространстве. 1972 г.
9. Белопольская Я.И. Диффузионные процессы на бесконечномерных дифференцируемых многообразиях. 1972 г.
10. Денкова В.Д. Исследование ограниченности решений дифференциальных уравнений с запаздыванием в банаховом пространстве. 1973 г.
11. Самборский С.Н. Системы дифференциальных уравнений в банаховых пространствах и расслоениях. 1974 г.
12. Парамонова С.Н. Стохастический интеграл по случайной нормально распределенной аддитивной функции множеств. 1974 г.
13. Тетерина Н.И. Мультипликативный стохастический интеграл и его применение. 1974 г.
14. Богданский Ю.В. Задача Коши для параболических уравнений с существенно бесконечномерными эллиптическими операторами. 1979г.
15. Шералиев Нурали. Уравнение первого порядка для мер и цепочек в бесконечномерном пространстве 1980 г.
16. Наголкина З.И. Мультипликативные представления решений стохастических уравнений. 1980 г.
17. Цвинтарная Н.Д. Исследование по марковским процессам с многомерным временем. 1981 г.

18. Сохадзе Г.А, Прогнозирование случайных величин, описываемых нелинейными уравнениями математической физики. 1980г.
19. Пипиа Г.М. Некоторые свойства и применение интегралов по комплексной гауссовой мере 1982г.
20. Бохонов Ю.Е. О линейных параболических и эллиптических системах второго порядка с бесконечномерным аргументом. 1982 г.
21. Кадобянский Р.Н. Некоторые вопросы анализа измеримых функционалов и операторов в банаховом пространстве с гауссовской мерой 1982 г.
22. Гавришова Н.И. Мультипликативные интегралы, связанные с нелинейными операторными эволюционными уравнениями 1984 г.
23. Любашенко В.В. Суперанализ и решение уравнений треугольников. 1986 г.
24. Марянин Б.Д. Гладкие меры и распределения на бесконечномерных многообразиях 1987 г.
25. Стебловская В.Р. Метод допустимых операторов в проблеме абсолютной непрерывности мер. 1990 г.
26. Рогинский Г.К. Некоторые вопросы устойчивости решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. 1991 г.
27. Гончарук Н.Ю. Некоторые задачи, связанные со стохастическими дифференциальными уравнениями параболического типа. 1992 г.
28. Спекторский И.Я. Стохастические уравнения в пространствах формальных рядов и формальных отображений. 1999 г.
29. Кушниревич В.А. Супералгебры Лейбница та їх застосування. 2000г.

Докторские диссертации:

1. Самборский С.Н. Исследования по переопределенным системам уравнений в частных производных и их применения. 1984г.
2. Феллер М.Н. Бесконечномерные эллиптические уравнения и операторы типа П.Леви и их применение. 1987г.
3. Белопольская Я.Г. Марковские процессы и нелинейные уравнения в частных производных на многообразиях и расслоениях. 1990г.
4. Сохадзе Г.А. Прогнозирование случайных величин, описываемых нелинейными уравнениями с аддитивным шумом.
5. Кухарчук Н.М. Квазилинейные эллиптические уравнения и нелинейные полугруппы сжатий. 1996г.
6. Богданский Ю.В. Некоторые вопросы существенно бесконечномерного анализа. 1996г.
7. Любашенко В.В. Квадративні алгебри Хопфа та модулярний функтор. 2000р.
8. Бондаренко В.Г. Параболические уравнения на римановом многообразии. 2005г.



Демобилизованный солдат-студент. 1 курс мехмата КГУ. 1946г.



Со студентами в колхозе. Кировоградская область. 1957г.



Математическая конференция с участием М.Г. и С.Г. Крейнов
Одесса, 1957 г. Ю.Л. Далецкий – первый справа во втором ряду.



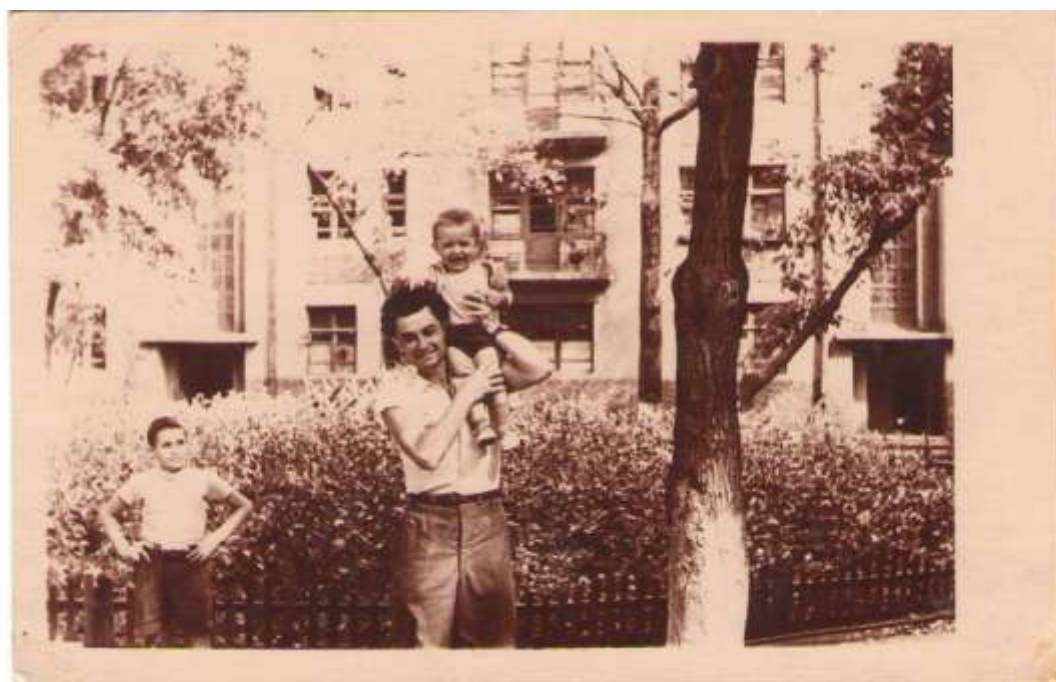
Молодожены. 1957г. Юрий Львович с женой Ларисой Петровной в год свадьбы



Первые студенты Ю.Л.Далецкого. КПИ. 1958г.



Участники конференции. Вильнюс. 1960г.



Юрий Львович и Алексей Юрьевич Далецкие. Киев
1959 и 1960 годы.



На отдыхе с сыном. Остер. 1963г.



Семья на прогулке. Нивки. 1969г.



Международный математический конгресс. Москва, август 1966 г.

Рязанская конференция
по качественной теории

1969 г.





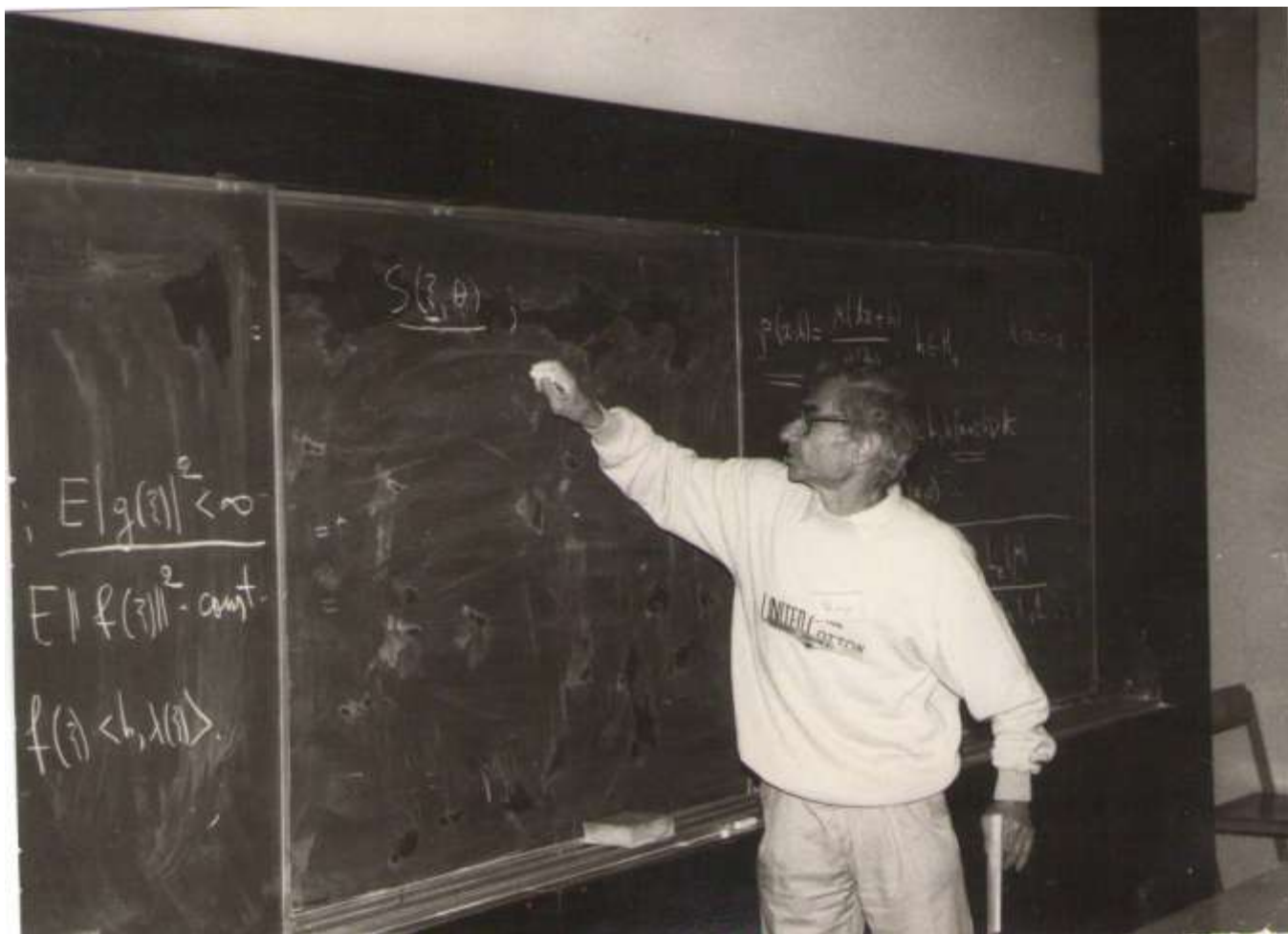
2-я математическая школа. Владивосток, 1968 г.



Между заседаниями



Воронежская зимняя математическая школа. На лыжной прогулке. 1970г.



На лекции. КПИ. 1973г.



Сергей Васильевич Фомин, Юрий Львович Далецкий, Владивосток, 1975



Совместно-американская семинарная по теории солитонов
Международная группа по нелинейным и турбулентным
процессам в физике (Киев, 1979, сентябрь)

Н.Р. Мс Кеап, Ю.Л. Далецкий, И.М. Гельфанд, Я.И. Белопольская.



Международная конференция по теории вероятностей. Вильнюс, 1993 г.



Вильнюс. 1989, Т. Hida, Ю. Далецкий



Киев, Советско-Японский симпозиум. В. Дубко,
А. Скороход, Ю. Далецкий, японская делегация, 1991



Великобритания, 1991, Warwick После удачных докладов. D. Elworthy, Ю.Л. Далецкий, Shu-mei.



Н.Р. Kean, Ю.Л. Далецкий. Советско-Американская встреча по теории солитонов Киев, 1979.



Киев, КПИ, 1993, Ю. Далецкий, В. Михалевич, Ю. Якименко, После защиты диссертации



Киев, КПИ, 1993, С.Н. Парамонова, М.З. Згуровский, Ю.Л.Далецкий, после защиты



г. Киев Ю.Л. Далецкий с женой и сыном 31 дек. 1994 г.



г. Киев, 1994г. Ю.Л.Далецкий с сыном Алексеем в домашнем кабинете



Германия. Бонн, 1994. Ю.Л. Далецкий,
Н. Follmer



Израиль, Реховот, институт Вейцмана,
1994, М.З. Соломяк, Ю.Л. Далецкий



1995, Япония, Токио. Р. Бойко, В. Королук, Н. Портенко, Ю. Далецкий



1995, Япония, Токио, Ю.Л. Далецкий, К. Ито



США, штат Мичиган, семинар в университете, 1996, Ю.Л. Далецкий, А.В. Скороход



Киев, 1996, Ю.Л. Далецкий среди участников школьной математической олимпиады



Киев, КПИ, 1996, 16 декабря, Юбилейная встреча друзей и коллег



Київ, Марининський Дворець, 1997г. вручення диплома «Заслужений діяч науки і техніки України» «За вагомий внесок у розвиток національної освіти, успіхи у навчанні і вихованні молоді»



Воронежская зимняя школа 1997 г.



Аудитория в 13 корпусе им. Ю.Л.Далецкого. КПИ



Байковое кладбище. г. Киев

Список научных работ Далецкого

Юрия Львовича

1949

1. Далецкий Ю.Л. О квазиравномерной сходимости // Сб. студ. работ КГУ. – 1949.-**9**.-С. 197-199.

1950

2. Далецкий Ю.Л., Крейн С.Г. О дифференциальных уравнениях в гильбертовом пространстве // Укр. мат. журн. - 1950. - **4**. - С. 71-91.
3. Далецкий Ю.Л., Крейн С.Г. Некоторые свойства операторов, зависящих от параметра // ДАН УССР. - 1950. - **6**. - С. 433-436.

1951

4. Далецкий Ю.Л. Об оценке остаточного члена в формуле Тейлора для функций эрмитовых операторов // ДАН УССР. - 1951. - **4**. - С. 34-238.
5. Далецкий Ю.Л., Крейн С.Г. Формулы дифференцирования по параметру функций эрмитовых операторов // ДАН СССР. - 1951. - **76**. №1 - С. 13-16.
6. Далецкий Ю.Л. О представимости решений операторных уравнений в виде континуальных интегралов // ДАН СССР. - 1951. - **134**. №5 - С. 1013-1016.

1953

7. Далецкий Ю.Л. Об асимптотическом решении одного векторного дифференциального уравнения // ДАН СССР. - 1953. – **92**. №6 - С. 881-884.

1954

8. Далецкий Ю.Л. Исследование дифференциальных свойств линейных операторов, зависящих от параметра: Кандидатская диссертация. - Киев, КГУ.-1954.-80 с.

1955

9. Далецкий Ю.Л., Крейн С.Г. Интегрирование и дифференцирование функций эрмитовых операторов // Труды семинара по функц. анализу. — 1955.-**1**.-С. 1-30.

1956

10. Далецкий Ю.Л. О некоторых уравнениях с замкнутыми операторами // Известия КПИ. - 1956. - **19**. - С. 157-177.

1957

11. *Далецкий Ю.Л.* Интегрирование и дифференцирование операторов, зависящих от параметра // Успехи мат. наук. - 1957. - **12.** №1. - С. 182-186.
12. *Далецкий Ю.Л.* О непрерывном вращении подпространств в банаховом пространстве // Успехи мат. наук. - 1957. - **12.** №1. - С. 147-154.

1958

13. *Далецкий Ю.Л.* Об одной задаче о дробных степенях самосопряженных операторов // Труды семинара по функц. анализу. - 1958. - **6.** - С. 44-48.

1959

14. *Далецкий Ю.Л., Смогоржевский А.С.* Элементы тензорного анализа и теории вероятностей. - Киев: КПИ, 1959. - 60 с.
15. *Далецкий Ю.Л.* Об одном линейном уравнении относительно элементов нормированного кольца // Успехи мат. наук. - 1959. - **14.** №1. - С. 165-168.

1961

16. *Далецкий Ю.Л.* Формулы дифференцирования функций от матриц и матрично-монотонные функции // Функц. анализ и его применения. - Баку, 1961. - С. 46-51
17. *Далецкий Ю.Л.* Фундаментальные решения операторного уравнения и континуальные интегралы // Известия вузов. Математика. - 1961. - **3.** - С. 27-48.
18. *Далецкий Ю.Л.* Континуальные интегралы, связанные с некоторыми дифференциальными уравнениями и системами // ДАН СССР. - 1961. - **137.** №2. - С. 268-271.
19. *Далецкий Ю.Л.* Континуальные интегралы и характеристики, связанные с группой операторов // ДАН СССР. - 1961. - **141.** №6. - С. 1290-1293.

1962

20. *Далецкий Ю.Л.* Континуальные интегралы, связанные с операторными эволюционными уравнениями // Успехи мат. наук. - 1962. - **17.** №5. - С. 3-115.
21. *Далецкий Ю.Л.* Асимптотический метод для некоторых дифференциальных уравнений с осциллирующими коэффициентами // ДАН СССР. - 1962. - **143.** №5. - С. 1026-1029.
22. *Далецкий Ю.Л.* Исследования, связанные с операторными эволюционными уравнениями : Докторская диссертация. - Москва,

МГУ. - 1962. - 200 с.

23. *Далецкий Ю.Л.* Дифференцирование функций неэрмитовых матриц, зависящих от параметра // Известия вузов. - 1962. - 2. - С. 52-64.
24. *Далецкий Ю.Л., Смогоржевский А.С.* Пособие по вычислительному практикуму. - Киев: КПИ, 1962. - 168 с.

1963

25. *Далецкий Ю.Л., Воллернер Н.Ф.* Многоканальное измерение флуктуационного напряжения Радиотехника. - 1963. - 18. №6. - С. 56-61.
26. *Далецкий Ю.Л., Ладохин В.И.* Об одном классе функционалов, интегрируемых по неположительным распределениям // Укр. мат. журнал. - 1963. - 15. №4. - С. 418-420.

1964

27. *Далецкий Ю.Л.* Асимптотическое интегрирование некоторых уравнений с медленно меняющимися коэффициентами // В кн. М.Г.Крейна "Лекции по теории устойчивости". - К., 1964. - С. 145-166.
28. *Далецкий Ю.Л., Крылов В.Ю., Минлос Р.А., Судаков В.Н.* Функциональное интегрирование и меры в функциональных пространствах // Тр. IV Всесоюзного матем. съезда. - 1964. - Т.2. — С. 282-291.

1965

29. *Далецкий Ю.Л.* Дифференциальные уравнения в вариационных производных // Тезисы докл. всесоюзной конференции. - Баку, 1965.
30. *Далецкий Ю.Л., Заплитная А.Т.* О представимости решений задачи Коши для нелинейных параболических уравнений в виде континуальных интегралов // Тезисы докл. всесоюзной конференции. - Баку, 1965.
31. *Далецкий Ю.Л., Фомин С.В.* Обобщенные меры в функциональных пространствах // Теория вероятностей и ее применение. - 1965. - 10. №2. - С. 329-343.
32. *Далецкий Ю.Л., Заплитная А.Т.* Интегралы по пространству деревьев, связанные с нелинейными параболическими уравнениями // Укр. мат. журнал. - 1965. - 5. - С. 110-114.
33. *Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г.* Оптимальное обнаружение точно известного сигнала на фоне нестационарного гауссового шума // Радиотехника и электроника. - 1965. - 10. №8. - С. 1410-1417.
34. *Далецкий Ю.Л., Кухарчук Н.М.* Уравнения первого рода с функциональными производными // Укр. мат. журнал. - 1965. - 6. - С. 114-118.

1966

35. *Далецкий Ю.Л.* Дифференциальные уравнения с функциональными производными и стохастические уравнения для обобщенных случайных процессов // ДАН СССР. - 1966. - **166**. №5. - С. 1035-1038.
36. *Далецкий Ю.Л.* Диффузионные уравнения в функциональных производных и связанные с ними стохастические уравнения // Тезисы кратких научн. сообщ. международного мат. конгресса. - М., 1966. - **5**. - С. 46-47.
37. *Далецкий Ю.Л., Белкин М.К.* К теории параметрического усиления // Радиотехника. -1966.- **21**.№8.- С. 22-28.
38. *Далецкий Ю.Л.* Эллиптические операторы в функциональных производных и связанные с ними диффузионные уравнения // ДАН СССР. - 1966. - **171**. №1.-С. 21-24.

1967

39. *Далецкий Ю.Л.* Интегрирование в функциональных пространствах // Итоги науки. Мат. анализ. — М.,1967. - С. 83-124.
40. *Далецкий Ю.Л.* Бесконечномерные эллиптические операторы и связанные с ними параболические уравнения // Успехи мат. наук. - 1967.- **22**.№4. - С. 3-54.

1968

41. *Далецкий Ю.Л., Коробкова И.К.* Об одном операторном дифференциальном уравнении с регулярной особой точкой // ДАН УССР. - 1968.-**11**.-С. 972-976.
42. *Далецкий Ю.Л.* Дифференциальные уравнения с функциональными производными // Материалы VII межвуз. конф. - Хабаровск, 1968. - С. 13-14.
43. *Далецкий Ю.Л.* Об устойчивых интегральных многообразиях нелинейного дифференциального уравнения в банаховом пространстве // Укр. мат. журнал - 1968. - **20**. №3. - С. 376-381.

1969

44. *Далецкий Ю.Л., Стремский В.В.* Фейнмановские интегралы для уравнений Шредингера в функциональных производных // Успехи мат. наук. — 1969. — **24**. №1.-С. 191-192.
45. *Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г.* Об оптимальном приеме на фоне шума, полученного путем нелинейной фильтрации // Радиотехника и электроника. -1969.-**12**.-С. 2116-2123.
46. *Далецкий Ю.Л., Шнайдерман Я.И.* Диффузия и квазиинвариантные меры на бесконечномерных группах Ли // Функци. анализ и прил. -

1969. - 2. - С. 88-90.

47. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г. Исследование двумерных плотностей вероятности и коэффициентов корреляции длительностей выбросов случайных процессов // Тр. II всесоюзного симпозиума. - Новосибирск, 1969 - С. 245-248.
48. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. О некоторых методах теории устойчивости решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве // Тез.обзорн. докл. межвуз. конф. качеств, теории диф. уравнений. - Рязань, 1969. - С. 21.

1970

49. Далецкий Ю.Л. Континуальные интегралы и уравнения в функциональных производных // В кн. "История отечественной математики" - К., 1970. - Т.4. 1.-С. 720-726.
50. Далецкий Ю.Л. О некоторых результатах и проблемах теории устойчивости решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве // Тр. V международной конф. по нелинейным колеб. - К., 1970. - С. 332-346.
51. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. - М.: Наука, 1970. - 534 с.
52. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г., Красный Л.Г. Обнаружение сигнала с неизвестной начальной фазой на фоне нестационарной помехи // Известия вузов. Радиоэлектроника. - 1970. - 13. №3. - С. 293-298.
53. Daleckii Yu.L. Integration in function spaces and differential equations with functional derivatives // Studia math. - 1970. - 38. - P. 333-340.

1971

54. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г. Об одном критерии оптимальности при выделении слабого аддитивного сигнала на фоне случайного шума произвольной природы // Укр. мат. журнал. - 1971. - 1. - С. 76-82.
55. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г. К вопросу об оптимальном выделении сигнала на фоне произвольного шума // Теория вероятн. и прим. - 1971. - 16. №4. - С. 749-753.

1972

56. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г., Красный Л.Г. Обнаружение сигналов на фоне одного класса негауссовых помех // Радиотехника и электроника. - 1972. - 17. №7. - С. 1530-1533.
57. Далецкий Ю.Л., Фадеева Е.А. Гиперболические уравнения с операторными коэффициентами и ультрапараболические системы

// Укр. мат. журнал. - 1972.-**24**.№1.-С. 92-95.

- 58.**Далецкий Ю.Л., Тетерина Н.И. Мультипликативные стохастические интегралы // Успехи мат.наук. - 1972. - **27**. №2. - С. 167-168.
- 59.**Далецкий Ю.Л., Фомин С.В. Обобщенные меры в гильбертовом пространстве и прямое уравнение Колмогорова // ДАН СССР. - 1972. - **205**.№4.- С. 759-762.

1973

- 60.**Далецкий Ю.Л. О некоторых задачах, связанных с интегрированием в функциональных пространствах и дифференциальных уравнениях в функциональных производных // Тр. симпозиума по механике сплошн. сред. Тбилиси, 1973. - С. 78-88.
- 61.**Далецкий Ю.Л., Парамонова С.Н. Стохастические интегралы по нормально распределенной аддитивной функции множеств // ДАН СССР. - 1973. - **208**. №3.- С. 512-515.
- 62.**Далецкий Ю.Л., Фомин С.В. Случайные функции в бесконечномерных пространствах и связанные с ними вопросы анализа // Тез. докл. международной конф. по теории вероятн. - Вильнюс, 1973. - С. 197-200.
- 63.**Далецкий Ю.Л., Самойленко Ю.С. Спектральное разложение положительно определенных бираспределений // ДАН СССР. - 1973. - **213**.№3.-С. 515-518.
- 64.**Далецкий Ю.Л., Самборский С.Н. Существование решений дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами //Тез. докл. III всесоюзной конф. по качеств, теор. диф. уравнений. - Самарканд, 1973. -С. 75-76.
- 65.**Далецкий Ю.Л., Денкова В.Д. Поведение решений дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом в банаховом пространстве //Тез. докл. III всесоюзной конф. по качеств, теор. диф. уравнений. - Самарканд. 1973. С. 76-77.
- 66.**Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И., Тетерина Н.И. Диффузионные процессы на бесконечномерных многообразиях и дифференциальные уравнения // Тез. докл. всесоюзн. симпозиума теор. случ. проц. - К., 1973. - С. 24-27.
- 67.**Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г. Об одном экстремальном свойстве отношения правдоподобия и связанных с ним критериях различения гипотез // Тез. докл. всесоюзн. симпозиума теор. случ. проц. - К.,1973. — С. 49-51.
- 68.**Далецкий Ю.Л., Самойленко Ю.С. Спектральный анализ положительно определенных ядер и мер на бесконечномерных

пространствах // Тез. докл. всесоюзн. симпозиума теор. случ. проц. - К., 1973. - С. 59-61.

1974

69. Далецкий Ю.Л., Парамонова С.Н. Об одной формуле теории гауссовых мер и оценке стохастических интегралов // Теория вероятн. и прим. - 1974. - 4.-С. 845-849.

70. Далецкий Ю.Л. Диффузионные процессы в бесконечномерных пространствах и дифференциальные уравнения с бесконечномерным аргументом // Материалы всесоюзной школы. - Ереван, 1974. - С. 5-49.

71. Dalec'kii Ju.L., Krein M.G. Stability of solutions of differential equations in Banach space // American Math. Soc. - Providence, Rhode Isl. - 1974. - 386 p.

1975

72. Далецкий Ю.Л. Мультипликативные операторы от диффузионных процессов и дифференциальные уравнения в сечениях векторных расслоений // Успехи мат. наук. - 1975. - 30.№2. - С. 209-210.

73. Далецкий Ю.Л., Шаташвили А. Об оптимальной экстраполяции и фильтрации случайных величин, нелинейно связанных с гауссовыми // Теория случайных процессов. - К., 1975. - 3. - С. 30-32.

1976

74. Далецкий Ю.Л., Шаташвили А. О характеристическом функционале условного распределения // Теория случайных процессов. - К., 1976. - 4. - С. 49-51.

75. Далецкий Ю.Л. Оценка решений задачи Коши для параболических уравнений второго порядка, не зависящая от размерности // Укр. мат. журнал. - 1976. - 29.№6. - С. 807-812.

76. Далецкий Ю.Л., Фадеева Е.А. Гиперболические уравнения с переменными операторными коэффициентами // Дифференциальные уравнения. - 1976. - 5.-С. 881-891.

77. Далецкий Ю.Л. О самосопряженности и максимальной диссипативности дифференциальных операторов для функции бесконечномерного аргумента // ДАН СССР. - 1976. - 27.№4. - С. 784-787.

78. Далецкий Ю.Л., Красный Л.Г., Шатланд В.С. Оптимальное обнаружение сигнала в поле помехи, описываемой волновым уравнением // Теория вероятностей и мат. статистика. - 1976. - 15. - С. 38-47.

1977

79. Далецкий Ю.Л., Парамонова С.Н. Интегрирование по частям по мерам в функциональных пространствах и некоторые применения // Теория вероятностей и мат. статистика. - 1977. - **17**. - С.51-60.
80. Далецкий Ю.Л., Гаткин Н.Г. Различение гипотез при ограниченных средствах наблюдения и ограниченной информации // Проблемы передачи информации. - 1977. - **4**. - С. 37-44.
81. Далецкий Ю.Л. Максимальные дифференциальные операторы для функций бесконечномерного аргумента и связанные с ними полугруппы // Тр. всесоюзной конф. памяти И.Г. Петровского. - М., 1977. - С. 4.
82. Далецкий Ю.Л. О некоторых математических задачах, возникающих в генетике популяций и экологии // Мат. методы в биологии. — К.: Наукова думка, 1977. - С. 72-84.
83. Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И. Вероятностные методы в некоторых задачах глобального анализа // Тез. докл. II Вильнюсской конф. по теории вероятностей. - Вильнюс, 1977.
84. Далецкий Ю.Л. Вероятностные методы в некоторых задачах бесконечномерного анализа // В кн.: "Предельные теоремы для случайных процессов". - К., 1977. - С. 108-124.
1978
85. Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И. Диффузионные процессы в гладких банаховых пространствах и многообразиях // Тр. Московского мат. общества. - 1978. - **37**. - С. 107-141.
86. Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И. Стохастические уравнения Ито в банаховых пространствах // Теория вероятн. и прилож. - 1978. - **1**. - С. 226- 227.
87. Далецкий Ю.Л. Интегрирование по частям и расширенные стохастические интегралы // Теория вероятн. и прим. - 1978. - **2**. - С. 452-453.
88. Далецкий Ю.Л., Парамонова С.Н. Интегрирование по частям по мерам в функциональном пространстве и некоторые применения. Часть 2 // Теория вероятн. и мат. статистика. — 1978. - **18**. - С. 37-45.
89. Далецкий Ю.Л., Фомин С.В. Дифференциальные уравнения для распределений в бесконечномерных пространствах // Тр. семинара им. И.Г. Петровского. - 1978. - **4**. - С. 45-64.
90. Далецкий Ю.Л. Операторные мультипликативные функционалы и их приложения // Тез. сообщений междунар. симпозиума. - Вильнюс, 1978. - С. 17-21.
91. Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И. Вероятностные методы исследования квазилинейных параболических систем // Успехи мат.

наук. - 1978. - 23.№5. -С. 209-210.

- 92.** Далецкий Ю.Л., Белополюская Я.И. Исследование задачи Коши для квазилинейных параболических систем с конечным и бесконечным числом аргументов при помощи марковских процессов // Известия вузов. Математика. - 1978. - 12. - С.5-17.

1979

- 93.** Далецкий Ю.Л., Фадеева Е.А. О решении некоторых гиперболических систем первого порядка с бесконечным числом пространственных переменных при помощи преобразования Фурье-Винера // Мат.физика. —Киев. 1979. - 25. -С.90-96.
- 94.** Далецкий Ю.Л., Бохонов Ю.Е. О задаче Коши для линейной параболической системы с бесконечномерным аргументом // Укр. мат. журнал. - 1979. - 31. №6. - С. 644-649.
- 95.** Далецкий Ю.Л. О самосопряженности и максимальной диссипативности дифференциальных операторов для функций бесконечномерного аргумента // Сб. "Спектральная теория операторов". - Баку, 1979. - С. 65-73.

1980

- 96.** Далецкий Ю.Л., Шералиев Н. Уравнения первого порядка в бесконечномерных пространствах для мер и цепочек // Изв. АН УзССР. - 1980.-2.-С. 20-24.
- 97.** Далецкий Ю.Л., Белополюская Я.И. Марковские процессы, связанные с нелинейными параболическими системами // ДАН СССР. - 1980. - 250.№3. -С. 521-524.
- 98.** Далецкий Ю.Л. Композиционный мультипликативный интеграл формального степенного ряда // Функц. анализ и прил. - 1980.— 4.-С.75-76.
- 99.** Далецкий Ю.Л., Белополюская Я.И. Исследование задачи Коши для нелинейной функции // Краевые задачи мат.физики: Записки научн семинара ЛОМИ. -1980. - 96. - С. 23-29.
- 100.** Далецкий Ю.Л. Дихотомия в теории устойчивости (рецензия на книгу В.Копцеля) // Новые книги за рубежом. - 1980. -3. -С. 19-20.
- 101.** Dalecky Yu.L. Multiplicative operator functional of Markov processes and their applications // Lect. Notes in Control and Information Sciences. - 1980. - 25. - P. 38-49.

1981

- 102.** Далецкий Ю.Л., Гавришова Н.И. Об одной конструкции нелинейных эволюционных систем // Граничные задачи мат. физики. - К.,1981. - С. 19-22.
- 103.** Далецкий Ю.Л. Абсолютная непрерывность мер,

порожденных диффузионными процессами на бесконечномерных гладких многообразиях // Тез.докл. III международной Вильнюсской конф. по теории вероятн. - Вильнюс, 1981.-1.-С. 167-170.

- 104.** *Далецкий Ю.Л., Гавришова Н.И.* Диаграммный метод построения решений уравнений с аналитическими нелинейностями // Тез. докл. IX международной конф. по нелинейным колебаниям. - К., 1981. — С. 91-92.
- 105.** *Далецкий Ю.Л., Пипиа Г.М.* Вычисление распределений интегральных полиномов от случайных процессов при помощи функциональных интегралов // Сообщения АН Гр.ССР. - 1981. - **102.**№2. - С. 309-312.
- 106.** *Далецкий Ю.Л., Кадобянский Р.Н.* Интегрирование по частям в банаховом пространстве с гауссовой мерой // Препринт ИТФ. 31-113р. X-1981. - К., 1981.-25с.

1982

- 107.** *Далецкий Ю.Л., Цвинтарная Н.Д.* Диффузионные случайные функции многомерного времени // Укр. мат. журнал. - 1982. - **34.**№1. - С. 20-24.
- 108.** *Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И.* Уравнения Ито и дифференциальная геометрия // Успехи мат.наук. - 1982. - **3.** - С. 95-142.
- 109.** *Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И.* Вероятностные методы в теории нелинейных диффузионных уравнений и систем // Сб. "Общая теория граничных задач". - К.:Наукова думка. - 1982. - С. 26-35.
- 110.** *Далецкий Ю.Л.* Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений (рецензия на книгу Д.Генри) // Новые книги за рубежом. - 1982. - **9.**-С. 16-18.
- 111.** *Daletsky Yu.L.* Stochastic differential geometry and modern analysis // USSR- Japan symp. probab. theory and math. stat. - Tbilisi, 1982. - **1.** — P. 179-181.

1983

- 112.** *Далецкий Ю.Л.* Стохастическая дифференциальная геометрия // Успехи мат. наук. - 1983. - **3.** - С. 87-111.
- 113.** *Далецкий Ю.Л.* Полудинамические системы в бесконечномерном пространстве (рецензия на книгу Сейперстоуна) // Новые книги за рубежом. -1983.-5.-С. 19-21.
- 114.** *Далецкий Ю.Л., Фомин С.В.* Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах. - М.: Наука, 1983. - 384 с.

1984

- 115.** *Далецкий Ю.Л., Смолянов О.Г.* О слабой секвенциальной полноте пространства мер Радона // Теория вероятностей и прим. -

1984. — 1. - С. 127-147.

- 116.** *Далецкий Ю.Л., Гельфанд И.М.* Некоторые формальные дифференциальные структуры, связанные с супералгебрами Ли // Препринт ИПМ. №85. - М., 1984. - 25 с.
- 117.** *Далецкий Ю.Л., Гавришова Н.И.* Диаграммный метод построения решений эволюционных уравнений с аналитическими нелинейностями // IX международн. конф. по нелин. колебаниям. - 1. - К.: Наукова думка, 1984. - С. 114-118.
- 118.** *Далецкий Ю.Л.* Функциональный анализ (рецензия на книгу) // Новые книги за рубежом. - 1984. - 7. - С.2.
- 119.** *Daletskii Yu.L.* Lie superalgebras in a Hamiltonian operator theory // Nonlinear and turbulent processes in physics. Proc.2. - Int. Workshop. Harwood. Acad. Publ. N.Y., 1984.-P. 1289-1295.

1985

- 120.** *Далецкий Ю.Л.* Многообразия, тензорный анализ и приложения (рецензия на кн. Р.Абрахама, Ж.Марседена, Т.Ратью) // Новые книги за рубежом. — 1985. -1.-С. 13-15
- 121.** *Далецкий Ю.Л., Цыган Б.Л.* Гамильтоновы операторы и гомологии Хохшильда // Функц. анализ и прил. - 1985. - 1. №4. - С. 82-83.
- 122.** *Далецкий Ю.Л., Марянин Б.Д.* Гладкие меры на бесконечномерных многообразиях // ДАН СССР. - 1985. - **286.**№6. - С. 1297-1300.

1986

- 123.** *Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И.* Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия // Сб. "Новое в глобальном анализе". - Воронеж. ВГУ, - 1986. - С. 3-24.
- 124.** *Далецкий Ю.Л.* Гамильтоновы операторы в градуированном формальном вариационном исчислении // Функц. анализ и прил. - 1986. - **20.**№2. - С. 62- 65.
- 125.** *Далецкий Ю.Л.* Анализ на многообразиях и стохастические уравнения // I Всемир-ный конгресс Общества мат. стат. и теории вероятн. им. Бернулли.- Тез.:М.:Наука, 1986. — Т.2. — С.1.

1987

- 126.** *Dalecky Yu.L.* Smooth measures on infinite dimension manifolds and forward Kolmogorov equation // Probab. theory and math. stat. - Proc. 4 Vilnius Conf. 1985. - **24.**№6. - VNU Science Press. - Utrecht, the Netherlands. - 1987. - 1. - P. 20.
- 127.** *Далецкий Ю.Л.* Предисловие редактора перевода к кн. Д.Хенри "Геометрическая теория полулинейных параболических

систем". - М.: Мир, -С.3.

128. *Далецкий Ю.Л., Сохадзе Г. А.* Эквивалентность мер, сдвинутых вдоль траекторий векторного поля // Препринт Ин-та математики АН УССР. №87.53. -16 с.
129. *Далецкий Ю.Л.* Полугруппы линейных операторов и приложения (рецензия на кн. Голдстейна) // Новые книги за рубежом. - 1987. - **8**. - С. 2.
130. *Далецкий Ю.Л.* От локального времени к глобальной геометрии, управлению и физике // Новые книги за рубежом. - 1987. — **8**. - С. 1.
131. *Далецкий Ю.Л., Пупин Г. М.* Квазираспределения в функциональных пространствах, связанные с эволюционными дифференциальными уравнениями // Теория вероятностей и мат. стат. - 1987. - **36**. - С. 41-48.
132. *Daletskii Yu.L., Gelfand I.M.* Lie superalgebras and Hamiltonian operators // Reports depart, of Math. Univ. of Stockgolm. - 1987. - **2**. - P. 26.

1988

133. *Далецкий Ю.Л., Сохадзе Г.А.* Абсолютная непрерывность гладких мер // Функц. анализ и прил. - 1988. - **22**.№2. - С. 77-78.
134. *Далецкий Ю.Л., Рогинский Г.К.* Применение принципа сведения для анализа устойчивости решений нелинейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве // Деп. в Укр. НИИ НТИ - 1988. - 19 с.
135. *Daletsky Yu.L., Kadobianskij R.N.* The Hamiltonian formalism on the generalised Vlasov equation // Nonlinear and turbulent process in phys. - Proceedings of the 3 Int. Workshop. - Kiev.: Nauk.dum., 1988. -**1** - P. 248-251.

1989

136. *Далецкий Ю.Л., Стебловская В.Р.* Гладкие меры в банаховом пространстве и их гладкие отображения // Тез. докл. V Вильнюсской конф. по теории вероятн. - Вильнюс, 1989. - Т.3. - С. 176-177.
137. *Далецкий Ю.Л., Гончарук Н.Ю.* Случайные функции операторов, определяемые стохастическими дифференциальными уравнениями // Тез. докл. V Вильнюсской конф. по теории вероятн. - Вильнюс, 1989. - Т.3. - С. 154-155.
138. *Далецкий Ю.Л., Белопольская Я.И.* Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия. - К.:Вища школа, 1989. - 290 с.
139. *Далецкий Ю.Л.* Функции треугольных операторов //14 школа

по теории операторов. - Тез.докл. - 4.1. - Новгород, 1989. - С. 76.

- 140.** *Далецкий Ю.Л., Гельфанд И.М., Цыган Б.Л.* Об одном варианте некоммутативной дифференциальной геометрии // ДАН СССР. - 1989. - **308**.№6.-С. 1293-1299.
- 141.** *Далецкий Ю.Л., Буцан Г.П., Згуровский М.З.* Стохастические системы // Препринт Ин-та математики АН УССР. №89.51. - 1989. - 14 с.

1990

- 142.** *Далецкий Ю.Л.* Некоммутативная формула Тейлора и функции треугольных операторов // Функ.ан. и прил. - 1990. — **1**. — С. 74-76.
- 143.** *Dalecky Yu.L., Belopol'skaya Ja.I.* Stochastic equations and differential geometry. - Kluwer Academic Publishers, 1990. - 288 p.
- 144.** *Daletsky Yu.L., Steblovskaja V.R.* The smooth measures in Banach spaces and their smooth mappings // Probab. Th. and math.stat.-proc 5 Vilnius conf. 1990. -P.245-257.
- 145.** *Daletsky Yu.L., Goncharuk N.Yu.* Random operator functions defined by stochastic differential equations // Probab.Th. and math.stat.- proc 5 Vilnius Conf.- 1990.-P. 433-445.

1991

- 146.** **147.** *Далецкий Ю.Л.* Биортогональный аналог полиномов Эрмита и обращение преобразования Фурье по негауссовой мере // Функц. анализ и прил. - 1991. **25**.№2.-С.68-70.
- 147.** *Dalecky Yu.L., Fomin S.V.* Measures and differential equation in infinite dimentional space // Kluwer Acad. Publ. - 1991. - 337 p.

1992

- 148.** *Далецкий Ю.Л., Рогинский Г.К.* О топологической классификации некоторых типов полулинейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве // Функц. ан. и прил. - 1992. - **26**.№2. - С. 57-60.
- 149.** *Далецкий Ю.Л., Арасланов М.Н.* Композиционный логарифм в классе формальных операторных степенных рядов // Функц. анализ и прил. - 1992. - **26**.№2. - С. 57-60.
- 150.** *Daletsky Yu.L., Steblovskaja V.R.* Smooth measueres: absolute continuity, stochastic integrals, variational problems // Probab. Theory and Math. Stat. - Proc. 6 USSR-Japan Symp. World Scient. - 1992. - P. 52-69.
- 151.** *Daletskii Yu.L, Tsygan B.L,* Operations on Hochschild and cyclic complexes// Preprint MIT – 1992. — P. 1-30.

1994

152. *Daletsky Yu.L., Goncharuk N.Yu.* On a quasilinear stochastic differential equation of parabolic type // Stochastic analysis and appl. - 1994. — 12.№1. - P. 103-129.
153. *Далецкий Ю.Л., Білопольська Я.Л.* Smoothness of transition probabilities of Markov processes described by stochastic differential equation in Hilbert space // Доповіді НАН України. - 1994. - 9. - С. 40-45.
154. *Далецкий Ю.Л., Кадоб'янський Р.М.* The Poisson structures hierarchy and interacting system dynamics // Доповіді НАН України. - 1994. - 8. - С. 21-26.

1995

155. *Далецкий Ю.Л., Баранович А.М.* Formal maps and differential geometry // Тез. междунар. конф. по топологии и прил. -К.,1995. - P. 8-10.
156. *Далецкий Ю.Л., Кушниревич В.А.* On differential structures in Lie superalgebra // Тез. междунар. конф. по топологии и прил. - К.,1995. - P. 14-15.
157. *Daletsky Yu.L., Kushnirievich V.A.* Poisson and Nijenhuis Brackets for Differential Forms on Non-Commutative Manifolds // SFB-237, Preprint 274 Inst. Math. Ruhr-Uni-Bochum. - Sept. 1995. - 29 p.
158. *Daletskii Yu.L., Baranovich A.M.* Differential-geometrical relations for formal operator power series class // Preprint N.254 — Inst. Math. Ruhr-Uni-Bochum. - April,1995.-P. 1-15.
159. *Daletskii Yu.L., Steblovskaja V.R.* Some Problems of Calculus of Variations in Infinite Dimensions // Operator Theory Advances and Appl. - 1995. - 78. - P. 77- 88.
160. *Daletskii Yu.L., Baranovich A.M.* Some differential-geometric structures based on the class of formal operator power series // Spectral and evolutionary problems. - Vol4.-Simferopol,1995.-P. 154-161.

1996

161. *Далецкий Ю.Л., Кушниревич В. А.* Включение алгебры Намбу в структуру формальной дифференциальной геометрии // Доповіді НАН України. - 1996. -12.-С. 12-18.
162. *Далецкий Ю.Л., Баранович А.М.* Некоторые дифференциально-геометрические модели в классе формальных операторных степенных рядов // Укр. мат. журнал - 1996. - 6. - С. 739-745.
163. *Далецкий Ю.Л., Кушниревич В.А.* Дифференциальные структуры в супералгебрах Ли // Укр. мат. журнал. - 1996. - 4. - С. 435-442.

164. *Далецкий Ю.Л.* Дифференциально-геометрические структуры в операдах // Укр.мат.журнал. - 1996. - **12**. - С. 1661-1669.
165. *Далецкий Ю.Л., Карп.І.В.* Solutions manifold of nonlinear differential equation // Доповіді НАН України. - 1996. - **11**. - С. 7-12.
166. *Daletskii Yu.L.* Introduction to non-Gaussian stochastic analysis // Probab. Theory and Math. Stat. - Proc. 7 . World Scient. - 1996. - P. 28-43.
167. *Dalecky Yu.L., Steblovscaja V.R.* On infinite dimensional variational problems // Stoch. Anal, and Appl. - 1996. - **14**.№1. - P. 47-71.
168. *Daletsky Yu.L., Albeverio S.A., Kondratiev Yu., Streit L.* Non-Gaussian Infinite Dimensional Analysis // Journ. of Funct. Anal. - 1996. - **138**.№2. - P. 311-350.
169. *Dalecky Yu.L.* Algebra of composition and non-linear equations // Algebraic and Geometric Methods in Math. Phys. - Kluwer, 1996. - P. 277-291.
170. *Dalecky Yu.L.* Smooth measure and stochastic equations of infinite dimensional manifolds // Journees Math, de Strassbourg. - 3-4 juin 1994. - "Espace de Lacets". - 1996. - **15**. - P. 45-52.
171. *Daletskii Yu.L., Steblovscaja V.R.* On absolutely continuous and invariant evolution of smooth measure in Hilbert space // C.R. Acad. Sci. - Paris, 1996. - **323**.№1.- P. 823-827.

1997

172. *Daletskii Yu.L., Takhtajan L.* Leibnitz and Lie Algebras structures for Nambu algebras // Letters of math/ Phys. -1997 - **39**.№2. - P. 127-141.
173. *Daletskii Yu.L., Steblovscaja V.R.* Measures with smooth finite-dimension projections. // Preprint №.347 - Inst. Math. Ruhr-Uni-Boc-hum. - 1997. - P. 1-21.
174. *Daletskii Yu.L., and Kushnirevitch, Vitaly A.* Formal differential geometry and Nambu-Takhtajan algebra // Quantum groups and quantum spaces (Warsaw, 1995), Banach Center Publ. // Polish Acad. - Warsaw, 1997. - **40** - P. 293-302.

1998

175. *Daletskii Yu.L.* Formal operator power series and the noncommutative Taylor formula // Voronezh winter mathematical schools. Dedicated to Selim Krein, P.Kuchment and V.Lin (Editors), AMS Transl. - Vol 184. - American mathematical society, Providence, R.I. - 1998 - P. 41-61.
176. *Daletskii Yu.L.* Modules and bundles over an operand // Algebra i analiz – 1998 - **10**.№1 - P.20-31 (Russian); English transl. in St.Petersburg Math.J. – 1999- **10**.№1-P.15-24.

- 177.** *Daletskii Yu.L, Steblovscaja V.R.* On transformation of smooth measures related to parabolic and hyperbolic differential equations in infinite dimensions // Stochastic analysis and appl. - 1998 -**16**.№5. - P.945-963.

1999

- 178.** *Daletskii Yu.L, Tsygan B.,* Operations on Hochschild and cyclic complexes// Methods funct. anal, topology. - 1999 - **5**.№4.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
Математическое наследие Юрия Львовича Далецкого.	7
Л.П. Далецкая. Наша юность и вся жизнь	14
Я.И. Белопольская. Памяти учителя	23
Ю.В. Богданский. Юрий Львович Далецкий	39
В.Г. Бондаренко. Математика Далецкого в КПИ	43
Л. И. Вайнерман. Воспоминания, которые согревают	46
А.М. Вершик. Памяти Юры	61
Ю.Е. Гликлик. Один из моих главных учителей	66
В.И. Иваненко. Воспоминание	75
В.С. Королук. Юрий Львович Далецкий	78
М.І. Портенко. Юрій Львович Далецький і стохастика	82
Э. Рашба. Мой друг Юрий Львович Далецкий	85
А.В. Скороход. Юрий Львович Далецкий и бесконечномерный стохастический анализ	89
О.Г. Смолянов. Юрий Львович Далецкий в математике и в жизни	109
Г. Сохадзе. Воспоминания о Юрии Львовиче Далецком	117
В.Р.Стебловская. Юрий Львович Далецкий	122
Е.В.Фадеева, Е.А.Фадеева.Воспоминания	130
М.Н.Феллер Ю.Л.Далецкий и становление лапласиана Леви	132
Хацет Б.И. О друге и о времени	137
Robin Hudson. Some memories of Yuri Dalecky	149
Н.В.Шмигевский. Ю.Л. Далецкий и математика в “КПИ” (исторический очерк)	151
Отзывы о работах Ю.Л.Далецкого	161
Воспоминания родственников	166
Материалы из личного архива Ю.Л.Далецкого.	178
Молодежь шутит	198
Юрій Львович Далецький (некролог)	206
Список докторских и кандидатских диссертаций учеников Ю.Л.Далецкого.	207
Фотографии.	210
Список научных работ Ю.Л.Далецкого	236

Составители книги выражают искреннюю благодарность всем, кто обеспечил её выход в свет.