



ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

Реквізити навчальної дисципліни (Силабус)	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	124 Системний аналіз
Освітня програма	Системний аналіз і управління
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна (денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	5.5 кредитів ЄКТС
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен
Розклад занять	
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А., dmytriyeva.olga@lil.kpi.ua https://orcid.org/0000-0001-8921-8433 Лабораторні: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А. dmytriyeva.olga@lil.kpi.ua https://orcid.org/0000-0001-8921-8433
Розміщення курсу	https://classroom.google.com/u/3/c/NTM4NTMwMTUxNDY3

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Широка комп'ютеризація є однією з найбільш актуальних проблем сучасного суспільного прогресу. Найважливішою складовою частиною цього процесу є наявність обґрунтованих чисельних підходів і програмних засобів, призначених для розв'язання прикладних завдань з різних областей діяльності людини, серед яких як класичні завдання енергетики, радіоелектроніки, авіації, космічних досліджень, хімічних технологій, автоматизації технологічних процесів, так і порівняно нові проблеми чисельного моделювання кліматичних змін, відновлюваності ресурсів, захисту довкілля тощо. Саме тому в дисципліні «Чисельні методи» виклад чисельних методів розв'язання прикладних завдань розглядається спільно з методами їхньої програмної реалізації, в тому числі розглядаються підходи до можливого розпаралелювання процесу обчислень.

Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи» є формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату щодо використання і програмної реалізації основних методів чисельного розв'язання в завданнях, спрямованих на аналіз поведінки складних систем різної природи (інформаційних, економічних, фінансових, соціальних, політичних, технічних, організаційних, екологічних тощо).

Предметом дисципліни «Чисельні методи» є основні чисельні методи розв'язання, орієнтовані на ефективну реалізацію в сучасних обчислювальних системах.

Успішне опанування дисципліною «Чисельні методи» дозволяє сформувати у майбутніх фахівців як загальні компетентності, визначені в Освітньо-професійній програмі «Системний аналіз і управління» першого рівня вищої освіти за спеціальністю 124 Системний аналіз, серед яких:

ЗК1 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях;

ЗК2 Здатність планувати і управляти часом;

ЗК3 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу;

ЗК4 Здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність;

ЗК10 Здатність системно аналізувати свою професійну і соціальну діяльність, оцінювати накопичений досвід спільно з роботодавцями та академічною спільнотою;

ЗК11 Здатність генерувати нові ідеї (креативність);

ЗК12 Здатність працювати в команді та автономно виконувати командні рішення;

ЗК14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт, так і фахові компетентності, а саме:

ФК1 Здатність використовувати системний аналіз в якості сучасної міждисциплінарної методології, заснованої на прикладах математичних методів та сучасних інформаційних технологіях, і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем;

ФК2 Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів;

ФК3 Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів;

ФК6 Здатність до комп'ютерної реалізації математичних моделей реальних систем і процесів; проєктувати, застосовувати і супроводжувати програмні засоби моделювання, прийняття рішень, оптимізації, обробки інформації, інтелектуального аналізу даних;

ФК7 Здатність використовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерної реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки

конкретних систем, а саме: об'єктно-орієнтований підхід при проектуванні складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань;

ФК9 Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі;

ФК10 Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них.

В якості програмних результатів навчання слід відзначити, що студенти будуть:

ПР08 Володіти сучасними методами розробки програм і програмних комплексів та прийняття оптимальних рішень щодо складу програмного забезпечення, алгоритмів процедур і операцій;

ПР09 Вміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень;

ПР12 Застосовувати методи і засоби роботи з даними і знаннями, методи математичного, логіко-семантичного, об'єктного та імітаційного моделювання, технології системного і статичного аналізу;

ПР13 Проектувати, реалізовувати, тестувати, впроваджувати, супроводжувати, експлуатувати програмні засоби роботи з даними і знаннями в комп'ютерних системах і мережах.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні знати:

1. Основні види обчислювальних помилок
2. Прямі та ітераційні методи чисельного розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Чисельні методи визначення власних значень та векторів.
4. Наближені методи розв'язку нелінійних рівнянь та систем.
5. Методи інтерполяції та наближення функції.
6. Основні методи чисельного інтегрування.
7. Основні чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь з частинними похідними та інтегральних рівнянь.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні вміти:

1. Розв'язувати математичні та фізичні задачі шляхом створення відповідних застосувань одержати практичні навички побудови алгоритмів чисельного розв'язання прикладних задач математичного спрямування для їх подальшої реалізації на персональних комп'ютерах;
2. Чисельно розв'язувати алгебраїчні рівняння та системи.
3. Будувати інтерполяційні багаточлени, сплайни, наближення функції.
4. Чисельно інтегрувати за допомогою квадратурних формул.
5. Володіти основними чисельними методами розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

6. Володіти різницевими методами розв'язання задач для диференціальних рівнянь з частковими похідними.

7. Опанувати сучасні пакети прикладних програм, що дозволяють здійснювати чисельні розрахунки.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Чисельні методи» викладається в четвертому семестрі і спирається на теоретичні знання і практичні навички студентів, які вони отримали при вивченні дисциплін «Математичний аналіз» (Частини I-III), «Алгебра і геометрія» (Частини I-II), «Диференціальні рівняння», «Алгоритми і структури даних», «Програмування та алгоритмічні мови» (Частини I-II). Одночасно з дисципліною «Чисельні методи» студенти вивчають дисципліни «Гармонічний аналіз та операційне числення», «Теорія стійкості та варіаційне числення», що дає змогу поряд із пошуком аналітичних розв'язань (у разі наявності останніх) отримувати числові, проводити порівняння за точністю, трудомісткістю, можливістю візуалізації. Отриманні знання виступають підґрунтям для вдалого опанування дисциплінами «Моделювання складних систем», «Рівняння математичної фізики», «Теорія керування», «Теорія прийняття рішень», при проходженні переддипломної практики та при підготовці випускної кваліфікаційної роботи.

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає теми, подані нижче.

Вступ

Мета, проблематика, основні завдання дисципліни. Основні визначення та інструментарій. Похибки чисельних розрахунків. Підходи до обчислення похибок.

Розділ 1. Лінійний аналіз

Тема 1.1. Точні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Методи виключення Гауса, прогону, LU-розкладання. Оцінки трудомісткості.

Тема 1.2. Наближені методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зейделя. релаксації. Оцінки збіжності, трудомісткості числової реалізації систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 1.3. Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Методи Крилова, Фаддєєва-Левєрьє формування характеристичного рівняння матриці. Метод QR-декомпозиції.

Розділ 2. Нелінійний аналіз

Тема 2.1. Вибір інтервалів ізоляції і уточнення коренів. Вибір початкового наближення. Методи дихотомії, простої ітерації. Поняття збіжності.

Тема 2.2. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь і систем. Методи Ньютона, січних, комбінований. Умови збіжності, оцінки трудомісткості.

Розділ 3. Інтерполяція та наближення

Тема 3.1. Математична постановка завдань інтерполяції та наближення функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Оцінювання похибки інтерполяційного багаточлена Лагранжа.

Тема 3.2. Інтерполяційні багаточлени Ньютона, Гаусса, Стірлінга. Інтерполяційні багаточлени з похідними високих порядків, багаточлени Ерміта з кратними вузлами. Чебишевське розташування вузлів. Оцінювання похибок інтерполяції.

Тема 3.3. Інтерполяційні сплайни. Метод найменших квадратів.

Розділ 4. Чисельне диференціювання та інтегрування функцій

Тема 4.1. Чисельне диференціювання функцій з використанням інтерполяційних поліномів і різницевих схем. Остаточні члени.

Тема 4.2. Чисельне інтегрування функцій. Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона, Ньютона. Практичні способи оцінки похибок диференціювання та інтегрування. Рекурентні формули та інтегрування за Ромбергом.

Розділ 5. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та їх систем

Тема 5.1. Математична постановка завдання Коші. Однокрокові методи розв'язання завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь типу Рунге-Кутти.

Тема 5.2. Схеми Батчера для явних і неявних стадійних методів. Вкладені формули. Генерування розрахункових схем. Бар'єри Далквіста.

Тема 5.3. Багатокрокові методи розв'язання завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явні і неявні методи типу Адамса.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базові джерела

1. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»)*

2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи. Лабораторний практикум – К: Видавнича група ВНУ, 2009. – 320 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», розміщено у навчальних матеріалах для студентів)*

3. Андруник В.А., Висоцька В.А, Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках навчальний посібник Том 2 – Львів: «Науковий світ», 2017. – 485с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»)*

4. Garfinkel A. Modeling Life. The Mathematics of Biological Systems/ A. Garfinkel, J. Shevtsov, Y. Guo. - Springer International Publishing, 2017. – 446 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-59731-7.pdf?pdf=button>)

5. Дмитрієва О.А. Числові методи моделювання динамічних об'єктів в мультипроцесорних системах: монографія / О.А. Дмитрієва, Н.Г. Гуськова, Є.О. Башков, І.А. Назарова: монографія. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2020. – 268 с. (Розміщено у навчальних матеріалах для студентів).

6. Методичні вказівки до виконання лабораторних і самостійних робіт з дисципліни «Чисельні методи» (для студентів спеціальності 124 Системний аналіз всіх форм навчання) / укладач: проф. Дмитрієва О.А. - 2023 р. - 134 с. https://drive.google.com/drive/u/2/folders/16_zHiL8Sqw3hkrD55J5zvPKX9OsqSNKp

Додаткові джерела

7. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations / J. C. Butcher. – John Wiley & Sons, Ltd, 2016. – 514 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119121534>)

8. Дмитрієва О.А. Паралельні чисельні методи моделювання динамічних об'єктів О.А. Дмитрієва. – Харків: «Ноулідж», 2014. – 336 с.

9. Дмитрієва О. А. Паралельне моделювання динамічних об'єктів зі сконцентрованими параметрами / О.А. Дмитрієва. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2016. – 384 с.

10. Hairer E. Geometric Numerical Integration / E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. – Berlin: Springer Verlag, 2006. – 644 p. -ISBN 978-3-540-30666-5.

11. Волонтир Л.О. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Л.О. Волонтир, О.В.Зелінська, Н.А. Потапова. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.

12. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p.

13. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p.

14. Firsova A. Dynamic System Simulation. Robust algorithms of state estimation of dynamic lumped parameters systems / A. Firsova, O. Dmitrieva. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 92 p.

15. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.

16. Програмування числових методів мовою Python: навч. посіб. / А.Ю. Дорошенко, С.Д. Погорілий, Я.Ю. Дорогий, Є.В. Глушко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2013. – 463 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лабораторні роботи

№ п/п	Найменування лабораторної роботи	Кількість годин
1	Похибки чисельних розрахунків.	2
2	Точні і наближені методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зейделя, релаксації. Оцінювання збіжності, трудомісткості.	6
3	Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Метод характеристичного рівняння матриці.	4
4	Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь і систем. Методи дихотомії, простої ітерації, Ньютона, січних, комбінованих.	4
5	Інтерполяція і наближення функцій. Інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона, Гауса. Вибір вузлів інтерполяції. Інтерполяційні сплайни. Метод найменших квадратів.	8
6	Чисельне диференціювання та інтегрування функцій. Остаточні члени. Рекурентні формули та інтегрування за Ромбергом.	4
7	Однокрокові методи розв'язання завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явні і неявні стадійні методи. Оцінювання локальних і глобальних похибок.	8
	Всього лабораторних занять	36

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота. Робочим навчальним планом освітньої програми «Системний аналіз і управління» на самостійну роботу передбачено 93 години. Самостійна робота включає такі активності, як підготовка до лекційних та лабораторних аудиторних занять, ознайомлення з порядком виконання та змістом лабораторних робіт, формування звітів, підготовка до захисту лабораторних робіт, підготовка до написання контрольної та екзаменаційної робіт з дисципліни.

Контрольна робота. Робочим навчальним планом передбачено виконання контрольної роботи, яка містить завдання за основними розділами дисципліни «Чисельні методи».

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студентам наполегливо рекомендується (за наявності такої можливості) відвідувати заняття, які проводяться за розкладом. Викладач може фіксувати

присутність студентів на заняттях. Відвідування консультаційних занять з дисципліни не є обов'язковим.

Під час проведення лекційних занять студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій, приймати активну участь у обговоренні проблемних ситуацій, відповідати на запитання, поставлені викладачем.

Перед проведенням лабораторних робіт студенти повинні підготувати (засвоїти) теоретичний лекційний матеріал за відповідною темою, уявити порядок виконання лабораторної роботи, визначити або згенерувати (якщо це передбачено) індивідуальний варіант (варіанти) завдання. При виконанні лабораторної роботи дозволяється використовувати стандартні пакети прикладних програм або математичні середовища. При цьому неприпустимим є використання таких пакетів або середовищ, які захищені правом інтелектуальної власності. Рекомендується використовувати демонстраційні версії або хмарні додатки, наприклад, Mathematica Wolfram Cloud. Також студенти можуть писати власний програмний код (що рекомендується) або виконувати розрахунки вручну (що не рекомендується, але дозволяється). Після виконання завдань, передбачених в лабораторній роботі, студенти повинні провести аналіз отриманих результатів, сформулювати звіт у відповідності до висунутих вимог, підготуватися до захисту лабораторної роботи.

Лабораторні роботи виконуються індивідуально. Якість виконання і захисту лабораторних робіт оцінюється згідно рейтингової системи.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль проводиться при виконанні і захисті лабораторних робіт. Оцінюється теоретична підготовка (обізнаність щодо застосованих чисельних методів, урахування вимог до збіжності ітераційного процесу, обрання початкових наближень, визначення алгоритмічної складності, трудомісткості реалізації тощо), а також володіння практичними навичками (обґрунтованість використання математичного середовища, мови програмування, засобів візуалізації та інш.). Контрольна робота проводиться після вивчення розділів 1-4. Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль проводиться у формі екзамену. Умови допуску до семестрового контролю: зарахування усіх лабораторних робіт (мінімальна кількість балів – 24), отримання не менше 6 балів за контрольну роботу, загальний семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Система рейтингових (вагових) балів при виконанні поточного контролю наведена у табл. 8.1.

Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою наведено у табл. 8.2.

Таблиця 8.1. Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання

Категорія оцінювання	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Лабораторна робота 1	2	4
Лабораторна робота 2	3	5
Лабораторна робота 3	3	5
Лабораторна робота 4	3	5
Лабораторна робота 5	5	8
Лабораторна робота 6	3	5
Лабораторна робота 7	5	8
Контрольна робота	6	10
Екзамен	30	50

Таблиця 8.2. Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Загальна сума балів	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Отримання студентом сертифікатів про проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою зараховується як максимальна кількість балів за відповідною лабораторною/лабораторними роботою/роботами.

Теоретичні питання, які виносяться на семестровий контроль, наведено у Додатку А.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) склав:

д.т.н., професор кафедри математичних методів системного аналізу
Ольга ДМИТРИЄВА

Ухвалено на засіданні кафедри ММСА, протокол № 11 від 12.06.2023

Погоджено на засіданні методичної комісії ННПСА,
протокол № ___ від _____ 2023.

ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ ДО СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ У ФОРМІ ЕКЗАМЕНУ

1. Мета, проблематика, основні завдання дисципліни.
2. Похибки наближених обчислень. Абсолютна і відносна похибки.
3. Поняття складності алгоритму. Трудомісткість, сигнальна функції.
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Точні методи розв'язання систем: Гаусса, оберненої матриці, декомпозиції.
5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Ітераційні методи розв'язання систем: Якобі, Зейделя, релаксації. Прискорення збіжності.
6. Розв'язання нелінійних рівнянь. Метод бінарного пошуку, простої ітерації. Метод Н'ютона і його модифікації. Комбіновані методи.
7. Наближення функцій. Інтерполювання функцій. Інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона, Гаусса. Похибка інтерполювання.
8. Інтерполяція функцій сплайнами.
9. Середньоквадратичні наближення.
10. Метод найменших квадратів.
11. Чисельне диференціювання функцій. Різницеві методи диференціювання функцій і методи, що базуються на побудові інтерполяційних багаточленів.
12. Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули з вузлами, що розташовуються на однаковій відстані. Правило Рунге. Екстраполяція Річардсона.
13. Завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Основні визначення, класифікація чисельних методів розв'язання. Види похибок.
14. Однокрокові стадійні явні методи. Схеми Батчера. Ейлера, Рунге - Кутти. Поняття стійкості, збіжності. Оцінювання локальних і глобальних похибок.
15. Правило Рунге, екстраполяція Річардсона, бар'єри Далквіста.
16. Вкладені методи чисельного розв'язання завдання Коші з контролем похибки на кроці.
17. Однокрокові методи розв'язання завдання Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь.
18. Неявні однокрокові стадійні методи. Генерування розрахункових схем.
19. Явні і неявні багатокрокові методи типу Адамса. Оцінки збіжності, трудомісткості. Контроль похибок.