



ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни (Силабус)	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	124 Системний аналіз
Освітня програма	Системний аналіз і управління
Статус дисципліни	Обов'язкова (нормативна)
Форма навчання	очна (денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ЄКТС (36 годин лекцій, 36 годин практичних занять, 78 годин самостійної роботи)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/МКР
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А., dmytriyevalga@iit.kpi.ua https://orcid.org/0000-0001-8921-8433 Практичні заняття: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А. dmytriyevalga@iit.kpi.ua https://orcid.org/0000-0001-8921-8433
Код курсу	czwl2tf
Розміщення курсу	https://classroom.google.com/u/1/c/NzQ3MzkyODkxNiQ5?pli=1 (доступ за корпоративною адресою)
Розміщення методичних матеріалів курсу	https://drive.google.com/drive/folders/1lm-dDlwwMWExL9-UaWi7LutLVrmDcWhX?usp=drive_link (доступ за корпоративною адресою)

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Широка комп'ютеризація є однією з найбільш актуальних проблем сучасного суспільного прогресу. Найважливішою складовою частиною цього процесу є наявність обґрунтованих чисельних підходів і програмних засобів, призначених для розв'язання прикладних завдань з різних областей діяльності людини, серед яких як класичні завдання енергетики, радіоелектроніки, авіації, космічних досліджень, хімічних технологій, автоматизації технологічних процесів, так і порівняно нові

проблеми чисельного моделювання кліматичних змін, відновлюваності ресурсів, захисту довкілля тощо. Саме тому в дисципліні «Чисельні методи» виклад чисельних методів розв'язання прикладних завдань розглядається спільно з методами їхньої програмної реалізації, в тому числі розглядаються підходи до можливого розпаралелювання процесу обчислень.

Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи» є формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату щодо використання і програмної реалізації основних методів чисельного розв'язання в завданнях, спрямованих на аналіз поведінки складних систем різної природи (інформаційних, економічних, фінансових, соціальних, політичних, технічних, організаційних, екологічних тощо).

Предметом дисципліни «Чисельні методи» є основні чисельні методи розв'язання, орієнтовані на ефективну реалізацію в сучасних обчислювальних системах.

Успішне опанування дисципліною «Чисельні методи» дозволяє сформувати у майбутніх фахівців загальні компетентності, визначені в Освітньо-професійній програмі «Системний аналіз і управління» першого рівня вищої освіти за спеціальністю 124 Системний аналіз, серед яких:

ЗК01 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях.

ЗК02 Здатність планувати і управляти часом.

ЗК05 Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово.

ЗК14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт.

ЗК15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

Успішне опанування дисципліною «Чисельні методи» дозволяє також сформувати у майбутніх фахівців фахові компетентності:

ФК02 Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

ФК06 Здатність до комп'ютерної реалізації математичних моделей реальних систем і процесів; проєктувати, застосовувати і супроводжувати програмні засоби моделювання, прийняття рішень, оптимізації, обробки інформації, інтелектуального аналізу даних.

ФК09 Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі.

ФК10 Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них.

В якості програмних результатів навчання слід відзначити, що студенти будуть:

ПРН07 Знати основи теорії оптимізації, оптимального керування, теорії прийняття рішень, вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проєктування складних систем.

ПРН12 Застосовувати методи і засоби роботи з даними і знаннями, методи математичного, логіко-семантичного, об'єктного та імітаційного моделювання, технології системного і статистичного аналізу.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні знати:

1. Основні види обчислювальних похибок.
2. Прямі та ітераційні методи чисельного розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Чисельні методи визначення власних значень та векторів.
4. Наближені методи розв'язку нелінійних рівнянь та систем.
5. Методи інтерполяції та наближення функції.
6. Основні методи чисельного інтегрування.
7. Основні чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь з частинними похідними.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні вміти:

1. Розв'язувати математичні та фізичні задачі шляхом створення відповідних застосувань одержати практичні навички побудови алгоритмів чисельного розв'язання прикладних задач математичного спрямування для їх подальшої реалізації на персональних комп'ютерах.
2. Чисельно розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Знаходити чисельні розв'язки нелінійних рівнянь та їх систем.
4. Будувати інтерполяційні багаточлени, сплайни, наближення функції.
5. Чисельно інтегрувати і деференціювати функції за допомогою квадратурних формул.
6. Володіти основними явними одно- і багатокроковими чисельними методами розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
7. Володіти основними неявними чисельними методами розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
8. Опанувати сучасні пакети прикладних програм, що дозволяють здійснювати чисельні розрахунки.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Чисельні методи» викладається в четвертому семестрі і спирається на теоретичні знання і практичні навички студентів, які вони отримали при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Алгебра і геометрія»,

«Диференціальні рівняння», «Алгоритми і структури даних», «Програмування та алгоритмічні мови». Одночасно з дисципліною «Чисельні методи» студенти вивчають дисципліну «Рівняння математичної фізики», що дає змогу поряд із пошуком аналітичних розв'язань (у разі наявності останніх) отримувати чисельні, проводити порівняння за точністю, трудомісткістю, можливістю візуалізації. Отриманні знання виступають підґрунтям для вдалого опанування дисциплінами «Моделювання складних систем», «Теорія керування», «Теорія прийняття рішень», при проходженні переддипломної практики та при підготовці випускної кваліфікаційної роботи.

3. Зміст навчальної дисципліни

Освітній компонент включає теми, подані нижче.

Вступ

Мета, проблематика, основні завдання дисципліни. Основні визначення та інструментарій. Похибки чисельних розрахунків. Підходи до обчислення похибок.

Розділ 1. Лінійний аналіз

Тема 1.1. Точні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Методи виключення Гауса, оберненої матриці. Крамера, прогону, LU-розкладання. Оцінки трудомісткості.

Тема 1.2. Наближені методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зейделя. релаксації. Оцінки збіжності, трудомісткості числової реалізації систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 1.3. Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Методи Крилова, Фаддєєва-Левєрьє формування характеристичного рівняння матриці. Метод QR-декомпозиції.

Розділ 2. Нелінійний аналіз

Тема 2.1. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь. Вибір інтервалів ізоляції і уточнення коренів. Вибір початкового наближення. Методи дихотомії, простої ітерації, релаксацій, Ньютона, хорд, січних, комбіновані. Умови збіжності, оцінки трудомісткості.

Тема 2.2. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь. Методи Ньютона, простої ітерації. Умови збіжності, оцінки трудомісткості.

Розділ 3. Інтерполяція та наближення

Тема 3.1. Математична постановка завдань інтерполяції та наближення функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Оцінювання похибки інтерполяційного багаточлена Лагранжа.

Тема 3.2. Інтерполяційні багаточлени Ньютона, Гаусса, Стірлінга. Інтерполяційні багаточлени з похідними високих порядків, багаточлени Ерміта з кратними вузлами. Ортогональні багаточлени Лежандра і Чебишова. Чебишовське розташування вузлів. Оцінювання похибок інтерполяції.

Тема 3.3. Інтерполяційні сплайни. Метод найменших квадратів.

Розділ 4. Чисельне диференціювання та інтегрування функцій

Тема 4.1. Чисельне диференціювання функцій з використанням інтерполяційних поліномів і різницевих схем. Остаточні члени.

Тема 4.2. Чисельне інтегрування функцій. Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона, Ньютона. Практичні способи оцінки похибок диференціювання та інтегрування. Рекурентні формули та інтегрування за Ромбергом.

Розділ 5. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та їх систем

Тема 5.1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші. Однокрокові явні методи розв'язання задачі Коші.

Тема 5.2. Багатокрокові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 5.3. Узагальнення числових підходів до розв'язання задачі Коші. Схеми Батчера. Вкладені формули.

Тема 5.4. Чисельні методи розв'язання крайових завдань для звичайних диференціальних рівнянь.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базові джерела

1. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»)*
2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи. Лабораторний практикум – К: Видавнича група ВНУ, 2009. – 320 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», розміщено у навчальних матеріалах для студентів)*
3. Андруник В.А., Висоцька В.А, Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках навчальний посібник Том 2 – Львів: «Науковий світ – 2000», 2017. – 485с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»)*
4. Дмитрієва О.А. Числові методи моделювання динамічних об'єктів в мультипроцесорних системах: монографія / О.А. Дмитрієва, Н.Г. Гуськова, Є.О. Башков, І.А. Назарова: монографія. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2020. – 268 с. *(Розміщено у навчальних матеріалах для студентів).*
5. Дмитрієва О.А. Чисельні методи. Комп'ютерний практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Системний аналіз і управління» спеціальності 124 Системний аналіз / О.А. Дмитрієва; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 160 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/70948>
6. Дмитрієва О.А. Спеціальні розділи обчислювальної математики. Комп'ютерний практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Системний аналіз і управління» спеціальності 124 Системний аналіз / О.А. Дмитрієва; КПІ ім. Ігоря

Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 110 с.
(<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62364>).

7. Дмитрієва О.А. Обчислювальна математика. Частина 1. Розв'язання рівнянь та систем, наближення функцій. Навчальний посібник до виконання лабораторних і самостійних робіт/ О.А. Дмитрієва - К.: НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського", 2025 р. - 105 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/74231>

8. Дмитрієва О.А. Обчислювальна математика. Частина 2. Пошук власних пар матриць. Розв'язання диференціальних рівнянь. Навчальний посібник до виконання лабораторних і самостійних робіт з дисципліни/ О.А. Дмитрієва - К.: НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського", 2025 р. - 104 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/74215>

Додаткові джерела

9. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations / J. C. Butcher. – John Wiley & Sons, Ltd, 2016. – 514 р.
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119121534>

10. Garfinkel A. Modeling Life. The Mathematics of Biological Systems/ A. Garfinkel, J. Shevtsov, Y. Guo. - Springer International Publishing, 2017. – 446 р.
<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-59731-7.pdf?pdf=button>

11. Дмитрієва О.А. Паралельні чисельні методи моделювання динамічних об'єктів О.А. Дмитрієва. – Харків: «Ноулідж», 2014. – 336 с.

12. Дмитрієва О. А. Паралельне моделювання динамічних об'єктів зі сконцентрованими параметрами / О.А. Дмитрієва. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2016. – 384 с.

13. Hairer E. Geometric Numerical Integration / E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. – Berlin: Springer Verlag, 2006. – 644 р. -ISBN 978-3-540-30666-5.

14. Волонтир Л.О. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Л.О. Волонтир, О.В.Зелінська, Н.А. Потапова. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.

15. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 р.

16. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 р.

17. Firsova A. Dynamic System Simulation. Robust algorithms of state estimation of dynamic lumped parameters systems / A. Firsova, O. Dmitrieva. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 92 р.

18. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.

19. Програмування числових методів мовою Python: навч. посіб. / А.Ю. Дорошенко, С.Д. Погорілий, Я.Ю. Дорогий, Є.В. Глушко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2013. – 463 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ п/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на інформаційні джерела)
1	Вступ. Мета, проблематика, основні завдання дисципліни. Похибки чисельних розрахунків <u>Основні питання:</u> Основні визначення та інструментарій. Проблеми прискорення процесу обчислень. Оцінювання складності алгоритмів обчислень. P і NP складні алгоритми. Сигнальні функції оцінювання. Джерела виникнення похибок обчислень. Підходи до обчислення похибок. Оцінювання впливу похибок аргументів на похибку функції.
2	Тема 1.1. Точні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) <u>Основні питання:</u> Прикладні завдання лінійної алгебри. Поняття про прямі (точні) і наближені (ітераційні) методи розв'язання СЛАР. Методи Крамера, оберненої матриці, прогону, LU-розкладання. Методи виключення Гаусса, модифікації, метод головного елемента. Оцінки трудомісткості точних методів..
3	Тема 1.2. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Допоміжні перетворення матриць коефіцієнтів. Ітераційний метод Якобі, достатня умова збіжності ітераційного процесу. Прискорення збіжності ітераційного процесу. Метод Зейделя. Релаксаційні методи. Порівняльний аналіз алгоритмічної складності.
4	Тема 1.3. Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Частина 1. <u>Основні питання:</u> Прикладні застосунки завдань пошуку власних чисел і власних векторів. Класифікація числових алгоритмів пошуку власних чисел. Методи безпосереднього розгортання Фаддєєва-Левєрьє, Крилова.
5	Тема 1.3. Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Частина 2. <u>Основні питання:</u> Несиметрична проблема власних значень. Ітераційні алгоритми пошуку власних значень і векторів. QR-декомпозиція матриці, обертання Гівенса. Ітераційний QR-алгоритм пошуку власних значень. Модифікації QR-алгоритму. Ступеневий метод визначення спектрального радіусу і відповідного власного вектора. Метод зворотної ітерації (розширення ступеневого методу). Визначення власних векторів
6	Тема 1.3. Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Частина 3. <u>Основні питання:</u> Проблема пошуку власних чисел для матриць

	великих розмірностей. Особливі типи матриць при розв'язанні прикладних завдань. Симетричні матриці, теплицеві, циркулянтні. Числові методи пошуку власних чисел для симетричних матриць. Метод обертань. Числові методи пошуку власних чисел для теплицевих матриць. Метод Тренча.
7	Тема 2.1. Нелінійний аналіз. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь. Частина 1. <u>Основні питання:</u> Прикладні застосунки завдань пошуку коренів нелінійних рівнянь і їх систем. Етапи чисельного розв'язання нелінійних рівнянь. Вибір інтервалів ізоляції і уточнення коренів. Пасивний пошук. Метод дихотомії (половинного ділення, бієкції). Трудомісткість. Умови застосування.
8	Тема 2.1. Нелінійний аналіз. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь. Частина 2. <u>Основні питання:</u> Метод простої ітерації. Умови збіжності. Вибір початкового наближення. Релаксаційний метод. Прискорення збіжності ітераційних процесів пошуку коренів нелінійних рівнянь. Методи Ньютона, хорд, січних, комбіновані. Умови збіжності, оцінки трудомісткості. Зведення оптимізаційних одновимірних завдань нелінійного програмування до розв'язання нелінійних рівнянь.
9	Тема 2.2. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Прикладні застосунки і проблеми застосування чисельних методів розв'язання систем нелінійних рівнянь. Математична постановка завдання розв'язання систем нелінійних рівнянь. Метод простих ітерацій. Умови збіжності ітераційного процесу. Прискорення збіжності методу простих ітерацій для систем нелінійних рівнянь. Метод (поправка) Ейткена-Стефенсона. Метод Ньютона. Модифікації методу Ньютона для систем нелінійних рівнянь. Метод мінімізації для систем нелінійних рівнянь.
10	Тема 3.1. Математична постановка завдань інтерполяції та наближення функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. <u>Основні питання:</u> Математична постановка завдань інтерполяції та наближення функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Загальний випадок. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа з регулярним розташуванням вузлів. Априорні і апостеріорні похибки інтерполяції. Оцінювання априорної похибки інтерполяційного багаточлена Лагранжа.
11	Тема 3.2. Інтерполяційні багаточлени Ньютона, Гаусса, Ерміта, Лежандра <u>Основні питання:</u> Поняття кінцевих і розділених різниць. Інтерполяційні формули Ньютона: відновлення значень функції на початку і наприкінці таблиці. Завдання інтерполяції в середині таблиці. Формули Гаусса. Математична постановка завдання інтерполювання з кратними вузлами. Інтерполяційні багаточлени з похідними високих порядків, багаточлени Ерміта. Ортогональні багаточлени Лежандра і Чебишова. Завдання вибору вузлів інтерполяції. Методи фрактальної інтерполяції
12	Тема 3.3. Інтерполяційні сплайни. Метод найменших квадратів. <u>Основні питання:</u> Прикладні застосунки сплайн-інтерполяції. Постановка завдання інтерполяції сплайнами. Побудова системи лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів кубічного сплайну.

	Наближення функцій методом найменших квадратів. Постановка завдання наближення функції. Побудова системи лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів наближуючої функції. Розв'язання перевизначених систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом найменших квадратів. Приклади практичних реалізацій
13	Тема 4.1. Чисельне диференціювання функцій <u>Основні питання:</u> Прикладні застосунки завдань чисельного диференціювання. Підходи до чисельного диференціювання, що засновані на застосуванні інтерполяційних багаточленів Ньютона і Лагранжа. Залишкові члени формул чисельного диференціювання. Формули чисельного диференціювання на різницевих схемах. Екстраполяція Річардсона.
14	Тема 4.2. Чисельне інтегрування функцій <u>Основні питання:</u> Математична постановка завдань чисельного інтегрування функцій. Формули прямокутників для чисельного інтегрування. Інтерполяційний підхід до чисельного інтегрування. Формули чисельного інтегрування вищих порядків. Методи Сімпсона і Ньютона-Котеса. Правило Рунге та екстраполяція Річардсона для підвищення точності інтегрування.
15	Тема 5.1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші. Однокрокові явні методи розв'язання задачі Коші <u>Основні питання:</u> Основні визначення, методи розв'язання і підходи до класифікації ЗДР. Поняття задачі Коші та крайової задачі. Чисельне розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку. Однокрокові явні чисельні методи. Метод Ейлера (схема ламаних), удосконалений метод Ейлера, метод Ейлера-Коші (схема предиктор-коректор), методи типу Рунге-Кутти.
16	Тема 5.2. Багатокрокові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Схеми багатокрокових методів розв'язання задачі Коші. Багатокрокові схеми прогнозу-корекції Мілна. Багатокрокові схеми Адамса-Башфорта, Адамса Моултона. Оцінювання апіорної похибки апроксимації багатокрокового методу. Правило Рунге оцінювання апостеріорної похибки.
17	Тема 5.3. Узагальнення числових підходів до розв'язання задачі Коші. <u>Основні питання:</u> Схеми Батчера для явних, неявних, вкладених методів розв'язання задачі Коші. Бар'єри Далквіста. Генерування схем Батчера. Оцінювання порядку апроксимації однокрокових методів. Вкладені схеми для однокрокових методів. Управління кроком інтегрування. Побудова однокрокових методів на багаточленах Ерміта з похідними вищих порядків. Екстраполяція Річардсона.
18	Тема 5.4. Чисельні методи розв'язання крайових завдань для звичайних диференціальних рівнянь <u>Основні питання:</u> Математична постановка крайового завдання для звичайних диференціальних рівнянь. Класифікація наближених підходів до розв'язання крайових завдань. Методи зведення до задачі Коші (прицілювання, резукції). Метод скінченних різниць. Загальні поняття про

	методи апроксимуючих функцій. Методи колокацій, Гальоркіна, мінімальних (найменших) квадратів, скінченних елементів.
--	--

Презентації всіх лекцій доступні за посиланням:

https://drive.google.com/drive/folders/1q6lxBYsSmvtEF0I7IP9_rghY9CsTJsyN?usp=sharing

Відеозаписи всіх лекцій доступні за посиланням:

https://drive.google.com/drive/folders/12H8-fPPw_OYeLFVRJqmdovr8U66bmN1o?usp=sharing

Практичні заняття (комп'ютерний практикум)

№ п/ п	Найменування практичного заняття	Кількість годин
1	Похибки чисельних розрахунків.	2
2	Точні і наближені методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зейделя, релаксації. Оцінювання збіжності, трудомісткості.	6
3	Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Метод характеристичного рівняння матриці.	4
4	Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь і систем. Методи дихотомії, простої ітерації, Ньютона, січних, комбінований.	4
5	Інтерполяція і наближення функцій. Інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона, Гауса. Вибір вузлів інтерполяції. Інтерполяційні сплайни. Метод найменших квадратів.	8
6	Чисельне диференціювання та інтегрування функцій. Остаточні члени. Рекурентні формули та інтегрування за Ромбергом.	4
7	Однокрокові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явні і неявні стадійні методи. Оцінювання локальних і глобальних похибок.	8
	Всього практичних занять	36

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота. Робочим навчальним планом освітньої програми «Системний аналіз і управління» на самостійну роботу передбачено 78 годин. Самостійна робота включає такі активності, як підготовка до лекційних та практичних аудиторних занять, ознайомлення з порядком виконання та змістом практичних занять, формування звітів, підготовка до захисту практичних завдань, підготовка до написання контрольної та екзаменаційної робіт з дисципліни.

Контрольна робота. Робочим навчальним планом передбачено виконання контрольної роботи, яка містить завдання за основними розділами дисципліни «Чисельні методи».

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студентам наполегливо рекомендується (за наявності такої можливості) відвідувати заняття, які проводяться за розкладом. Викладач може фіксувати присутність студентів на заняттях. Відвідування консультаційних занять з дисципліни не є обов'язковим.

Під час проведення лекційних занять студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій, приймати активну участь у обговоренні проблемних ситуацій, відповідати на запитання, поставлені викладачем.

Перед проведенням практичних завдань студенти повинні підготувати (засвоїти) теоретичний лекційний матеріал за відповідною темою, уявити порядок виконання практичного завдання, визначити або згенерувати (якщо це передбачено) індивідуальний варіант (варіанти) завдання. При виконанні практичного завдання дозволяється використовувати стандартні пакети прикладних програм або математичні середовища. При цьому неприпустимим є використання таких пакетів або середовищ, які захищені правом інтелектуальної власності. Рекомендується використовувати демонстраційні версії або хмарні додатки, наприклад, Mathematica Wolfram Cloud. Також студенти можуть писати власний програмний код (що рекомендується) або виконувати розрахунки вручну (що не рекомендується, але дозволяється). Після виконання завдань, передбачених в практичному завданні, студенти повинні провести аналіз отриманих результатів, сформулювати звіт у відповідності до висунутих вимог, підготуватися до захисту практичного завдання.

Практичні завдання виконуються індивідуально. Якість виконання і захисту практичних завдань оцінюється згідно рейтингової системи.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль проводиться при виконанні і захисті практичних завдань. Оцінюється теоретична підготовка (обізнаність щодо застосовних чисельних методів, урахування вимог до збіжності ітераційного процесу, обрання початкових наближень, визначення алгоритмічної складності, трудомісткості реалізації тощо), а також володіння практичними навичками (обґрунтованість використання математичного середовища, мови програмування, засобів візуалізації та інш.). Контрольна робота проводиться після вивчення розділів 1-5. Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль проводиться у формі екзамену. Умови допуску до семестрового контролю: зарахування усіх практичних завдань (мінімальна кількість балів – 24), отримання не менше 6 балів за контрольну роботу, загальний семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Максимальна сума балів за роботу у семестрі складає 50 (див. табл. 8.2). Необхідною умовою допуску до екзамену є виконані та захищені роботи комп'ютерного практикуму.

Екзаменаційна робота складається з двох частин: теоретичної і практичної.

Теоретична частина екзаменаційної роботи має на меті перевірку набутих в результаті вивчення освітнього компонента знань. Теоретична частина екзаменаційної роботи містить множину тестових питань (вибір єдиного правильного варіанту з переліку, вибір множини правильних варіантів з переліку, встановлення відповідності).

Практична частина екзаменаційної роботи спрямована на оцінювання перевірку здобутих студентами навичок щодо використання і реалізації основних методів чисельного розв'язання в завданнях, спрямованих на реалізацію завдань лінійного і нелінійного аналізу, інтерполяції і наближення функцій. В якості практичних в кожному екзаменаційному білеті студенту пропонуються 3 завдання, які орієнтовані на:

- 1) чисельний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь заданим ітераційним методом;
- 2) пошук кореня нелінійного алгебраїчного рівняння;
- 3) інтерполяцію сіткової функції, заданої у кінцевій множині точок.

Критерії оцінювання теоретичної складової

Теоретична частина екзаменаційної роботи містить 20 теоретичних запитань, вага кожного запитання 1 бал. Максимальна кількість балів, яку студент може отримати за виконання теоретичної частини екзаменаційної роботи, складає 20 балів.

Критерії оцінювання практичної складової

1) Завдання 1 виконано в повному обсязі (10 балів), за умови проведення 2-3 ітерацій, якщо:

- виконано перевірку достатньої умови збіжності ітераційного процесу (2 бали);
- обґрунтовано вибір початкового наближення (2 бали);
- наведено розрахункову схему отримання значень на наступній ітерації (2 бали);
- оцінено норму вектора розбіжностей на кожній проведеній ітерації (2 бали);
- розраховано кількість ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності (2 бали).

Відсутність або помилковість будь-якої вказаної позиції призводить до відповідного коригування максимальної кількості балів.

2) Завдання 2 виконано в повному обсязі (10 балів), за умови проведення 2-3 ітерацій, якщо:

- виконано вимогу відокремлення кореня нелінійного рівняння (2 бали);

- перевірено умову збіжності ітераційного процесу (2 бали);
- обґрунтовано вибір початкового наближення або нерухомої точки (2 бали);
- наведено розрахункову схему отримання значень на наступній ітерації (2 бали);
- застосовано коректний критерій/критерії перевірки збіжності ітераційного процесу на кожній ітерації (2 бали);

Відсутність або помилковість будь-якої вказаної позиції призводить до відповідного коригування максимальної кількості балів.

3) Завдання 3 виконано в повному обсязі (10 балів), якщо:

- виконано перевірку коректності завдання сіткової функції i , за необхідністю, виконане її коригування (2 бали);
- наведено загальний вигляд заданого інтерполяційного багаточлена (2 бали);
- враховано регулярність розташування вузлів сіткової функції (2 бали);
- правильно визначено коефіцієнти інтерполяційного багаточлена (2 бали);
- правильно відновлено значення функції у заданій точці, яка не є вузлом інтерполяції (2 бали);

Відсутність або помилковість будь-якої вказаної позиції призводить до відповідного коригування максимальної кількості балів.

Розподіл балів за виконання екзаменаційної роботи наведено у табл. 8.1.

Таблиця 8.1. Розподіл максимальної кількості балів при виконанні екзаменаційної роботи

Теоретична частина	Практичне завдання 1	Практичне завдання 2	Практичне завдання 3	Загальна кількість балів
20	10	10	10	50

Система рейтингових (вагових) балів при проведенні поточного контролю та екзаменаційної роботи наведена у табл. 8.2.

Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою наведено у табл. 8.3.

Таблиця 8.2. Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання

Категорія оцінювання	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Практичне завдання 1	2	4

Практичне завдання 2	3	5
Практичне завдання 3	3	5
Практичне завдання 4	3	5
Практичне завдання 5	5	8
Практичне завдання 6	3	5
Практичне завдання 7	5	8
Контрольна робота	6	10
Екзамен	30	50

Таблиця 8.3. Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Загальна сума балів	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Отримання студентом сертифікатів про проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою зараховується як максимальна кількість балів за відповідним практичним завданням/завданнями.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

складено професором кафедри математичних методів системного аналізу, д.т.н., проф. Дмитрієвою О.А.

ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 3 від 08.10. 2025 р.)

погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 2 від 09.10.2025 р.)

ОПП «Системний аналіз і управління» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти введено в дію з 2024/2025 навч. року наказом ректора КПІ ім. Ігоря Сікорського від 10.06.2024 р. № НОД /434/2024.