

МАГІСТЕРСЬКА ДИСЕРТАЦІЯ
НА ЗДОБУТТЯ СТУПЕНЯ МАГІСТРА ЗА
СПЕЦІАЛЬНІСТЮ СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ
НА ТЕМУ:

«МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО
ЗРОСТАННЯ З УРАХУВАННЯМ РОЗВИТКУ
ТЕХНОЛОГІЙ»

Керівник:

професор кафедри ММСА,
д.ф.м.н., Лопатін О.К.

Виконав:

Студент VI курсу, групи зКА-81 мп
Шмиговський Іван Іванович

Економічний ріст - це довгострокова тенденція збільшення реального ВВП.

Тобто задачею кожної країни є збільшення рівня ВВП.

Але навіщо нам потрібен ріст?

- Підвищення якості життя

Вирішення глобальних проблем:

- Зростання населення і обмеженість ресурсів
- Бідність, голод, неграмотність
- Війни, конфлікти
- Екологія
- Хвороби

Щоб просунутися у вирішенні всіх проблем, ***необхідно прискорити ріст!***

Економічне зростання є сукупним показником і характеризує стан економіки країни

Цей показник можна розрахувати для сектора, галузі, підприємства.

Але які джерела економічного зростання?

У чому причина відмінностей в доходах між країнами?

Відповівши на ці питання, ми навчимося *керувати економічним зростанням*.

ВВП (технологічна функція): $Y=F(A,K,L)$,
де K-капітал, L-робоча сила, A-технології

Тобто ВВП є функцією від капіталу, робочої сили і технологій.

Саме ці три чинники визначають економічне зростання.

Значить, джерелами зростання можуть бути:

- Накопичення капіталу
- Ріст населення
- Технічний прогрес

Але накопичення капіталу часто обмежене.

Зростання населення зазвичай призводить до зниження питомого показника $y = Y / L$

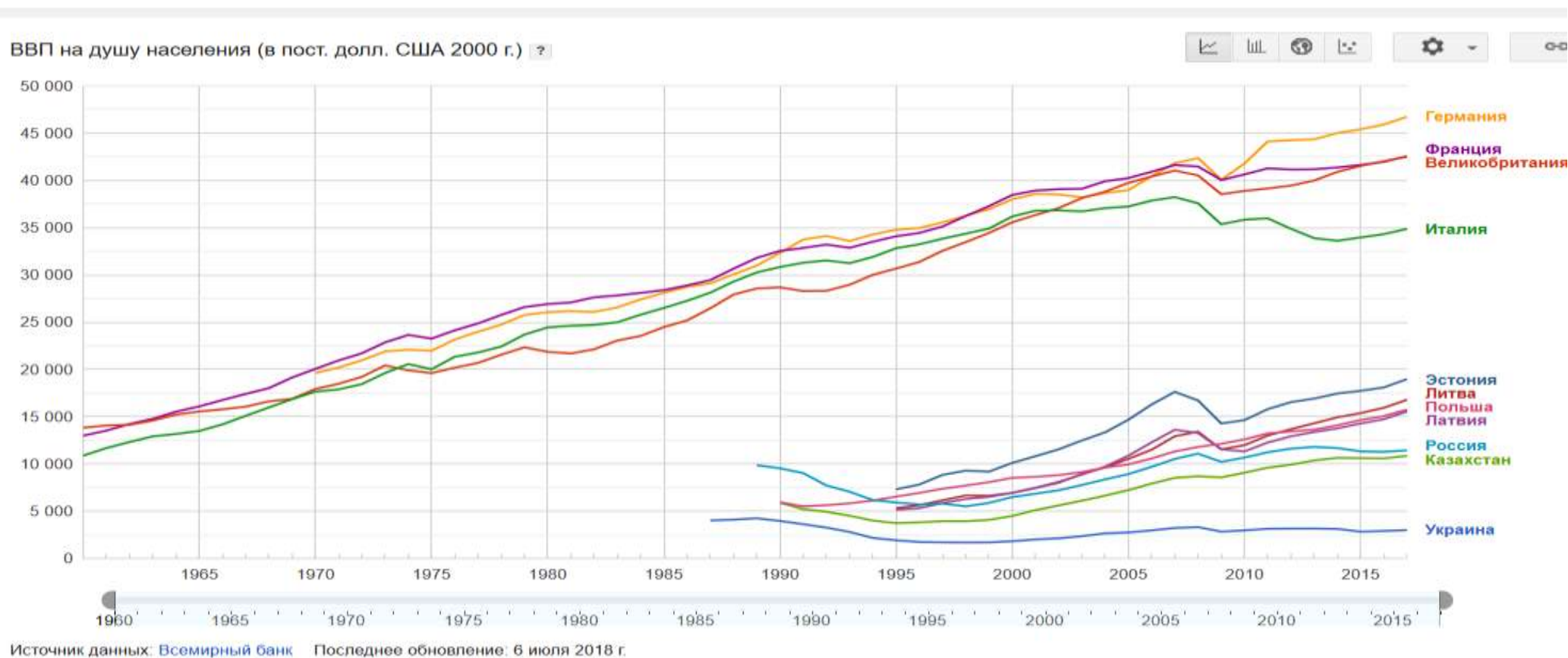
Значить найправильніший спосіб збільшити зростання це ввести A (нові технології)

Технічний прогрес у всіх передових країнах світу збільшується з кожним днем.

Є дві групи країн:

- А = {Німеччина, Франція, Великобританія, Італія}

- Б = {Естонія, Литва, Польща, Латвія, Росія, Казахстан, Україна}



Постає низка питань:

Яка група відноситься до групи {Країни, що розвиваються}?

Кому ж потрібен ріст?

Чому так?

Проблема нерозвинених країн:

- низька норма заощадження
- мало інвестицій
- немає інновацій

Низька частка інноваційних технологій навіть при досить високому рівні капіталу на душу населення гарантує відставання від розвинених країн на тривалому проміжку часу.

Основне рівняння динаміки моделі Солоу

Модель 1:

$$\frac{dk}{dt} = sf(k) - (n + g + \delta)k \quad (1)$$

Воно є безперервним диференціальним рівнянням першого порядку.

Тут $0 < \alpha < 1$, s - коефіцієнт заощаджень, δ - коефіцієнт амортизації обладнання, n - коефіцієнт зростання населення, g - коефіцієнт зростання технологій, $k(t) = \frac{K}{L}$ - капітал на душу населення (капіталоозброєність).

Модель 2:

$$k(t + 1) = sk^\alpha + (1 - n - \delta)k(t) \quad (2)$$

де $0 < \alpha < 1$

Який же недолік моделі Солоу?

Модель Солоу концентрує увагу на накопиченні капіталу, але виявляється нездатною пояснити економічне зростання і відмінності в доходах між країнами. Накопиченням капіталу не можна пояснити ні економічного зростання, ні відмінностей в доходах між країнами.

У роботі було проведено узагальнення неокласичної моделі економічного зростання Солоу за рахунок вибору виробничої функції у вигляді логістичної кривої (S-функції) Річардса.

Тобто я пропоную таке *узагальнення моделі Солоу*

Модель 3:

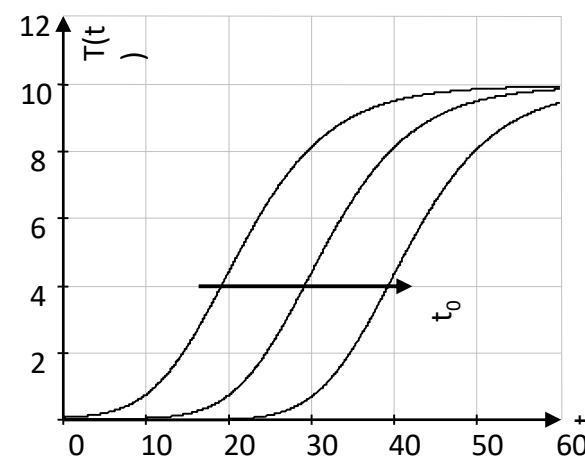
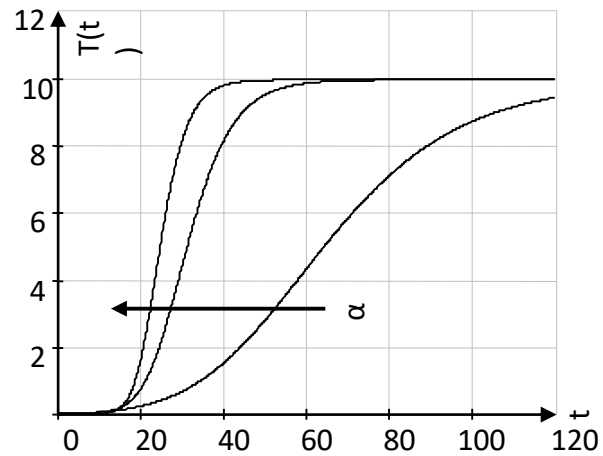
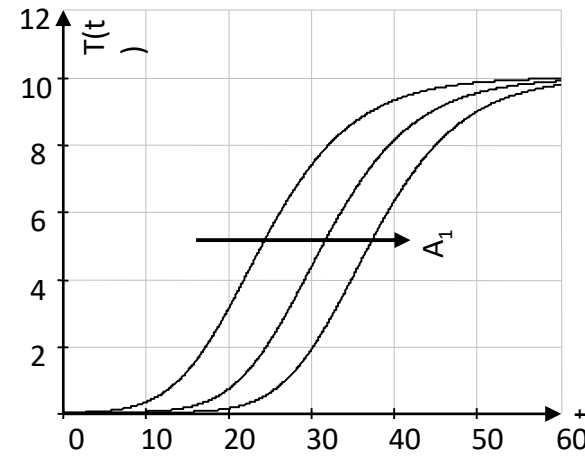
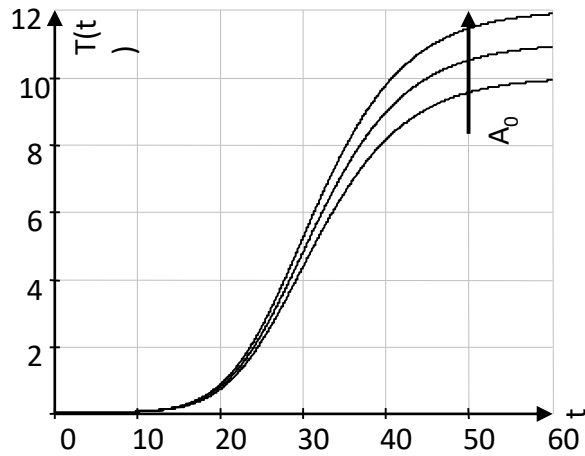
$$k(t + 1) = sf(k(t)) + (1 - n - \delta)k(t), \quad (3)$$

$$\text{де } f(k) = (-u_2 + A * (1 + T * (\exp(-l * (k - m_2))))^{-1/T} \quad (4)$$

виробнича функція в інтенсивній формі у вигляді S-кривої Річардса.

$$T(t) = A_0 \left(1 + A_1 e^{-\alpha(t-t_0)} \right)^M$$

S-крива Річардса в залежності від параметрів має вигляд:



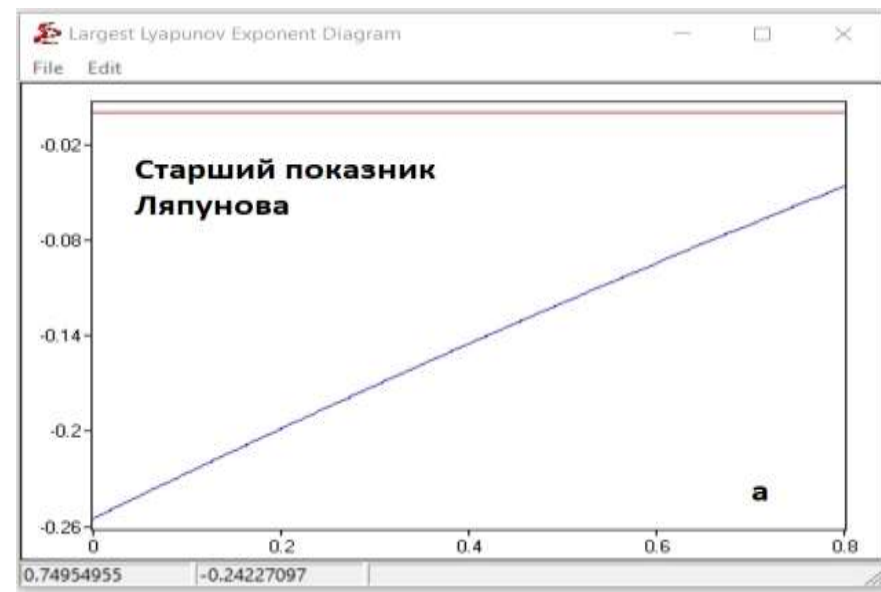
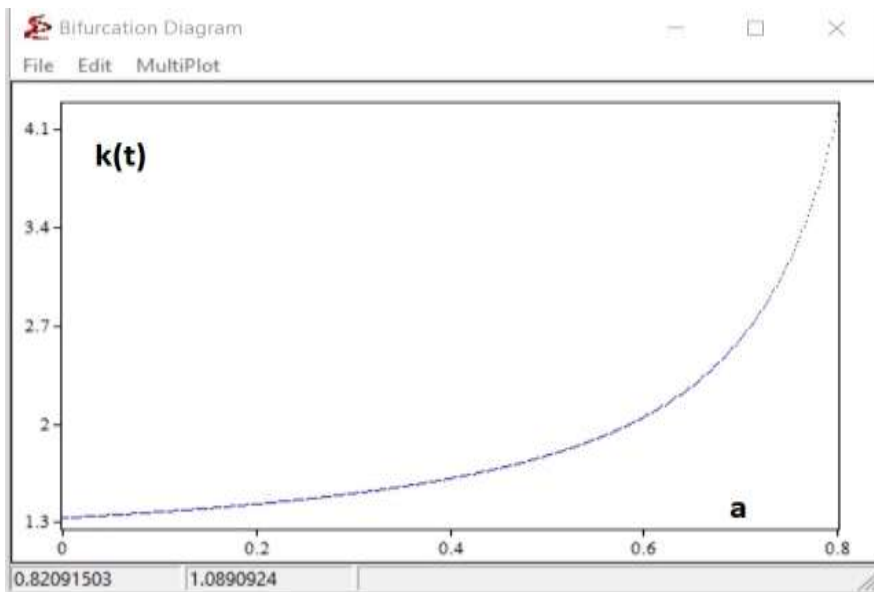
Наша мета при дослідженні моделі Солоу:

- знайти стаціонарні рішення
- дослідити їх стійкість
- дослідити динаміку системи в залежності від значень параметрів рівняння

Замість розгляду безперервної моделі Солоу ми перейдемо до дискретної нелінійної моделі Солоу.

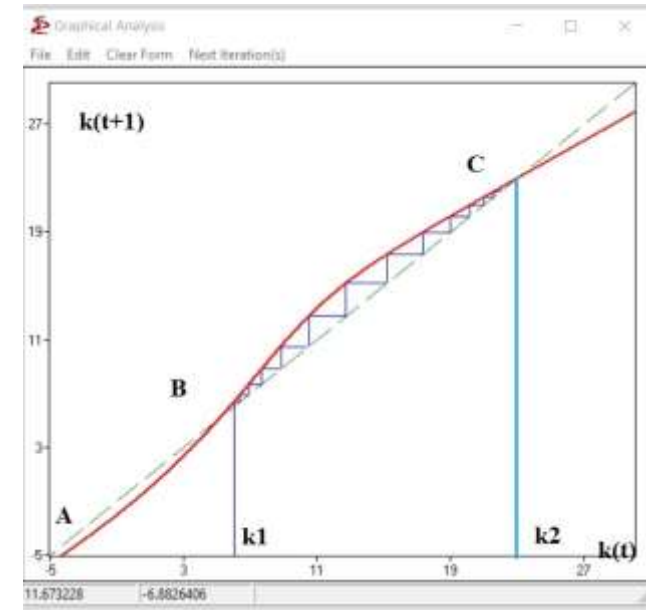
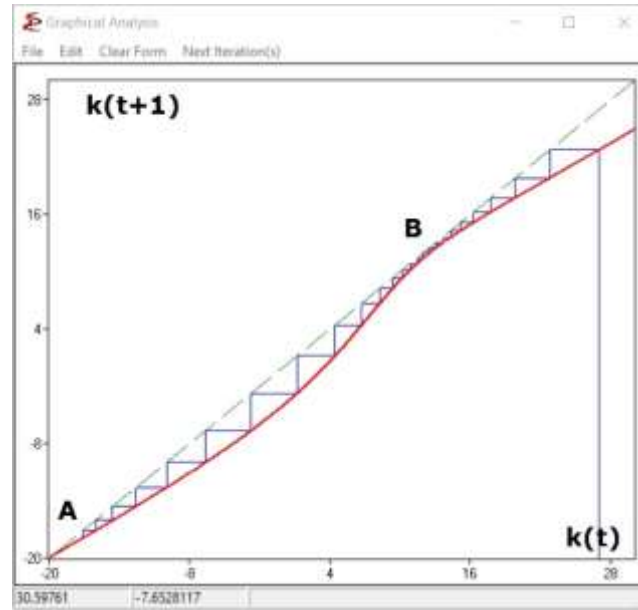
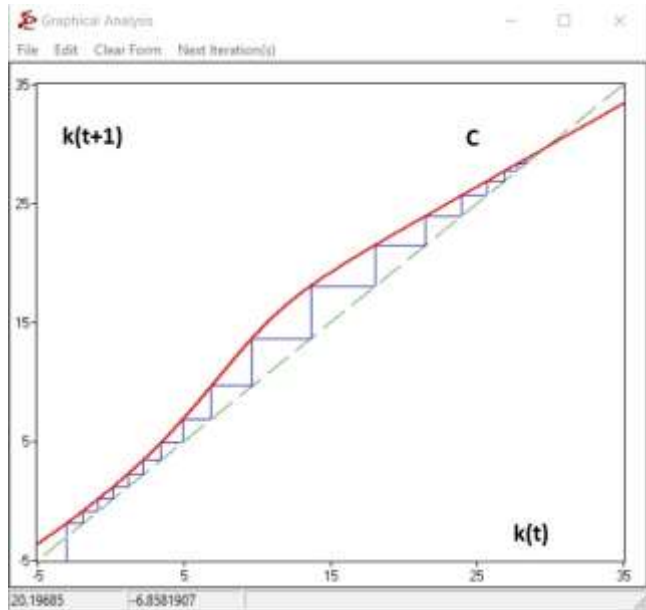
Вона має низку переваг у порівнянні з безперервною:

- Вона може мати стійкі атрактори у вигляді положень рівноваги, стійкі періодичні коливання порядку 2,4,8, ... (період подвоюється), а також хаотичні режими.
- Дозволяє застосувати методи нелінійної динаміки. У даній роботі для аналізу якісної поведінки траєкторій в залежності від значень параметрів системи успішно застосовані методи нелінійної динаміки.
- Це дозволило кількісно оцінити інтервали різних типів траєкторій і їх стійкість по Ляпунову. При традиційному (безперервному) підході вдається отримати лише якісні оцінки.



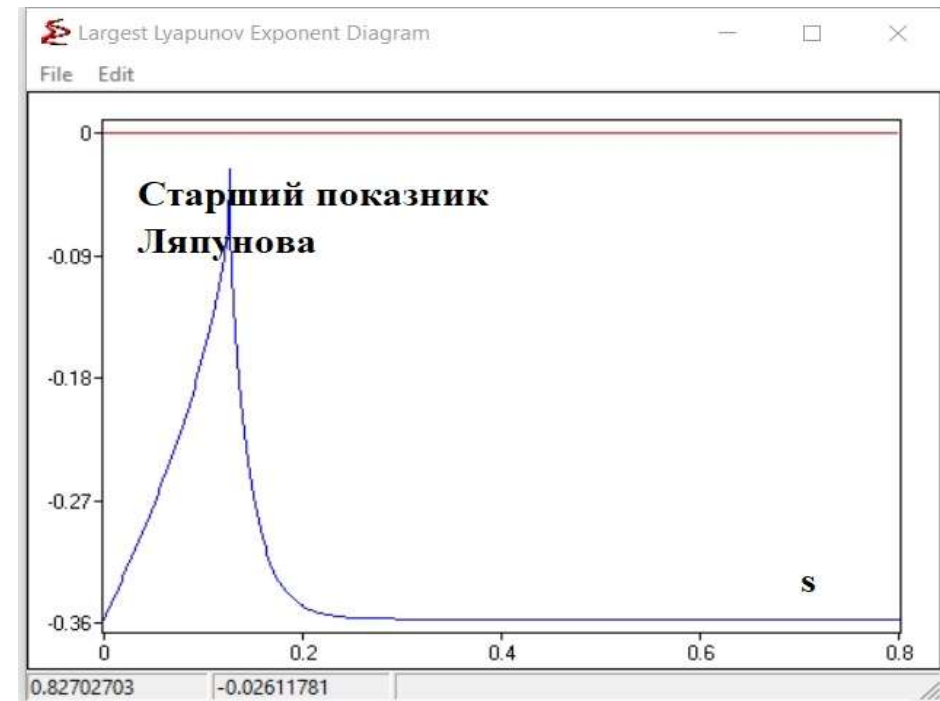
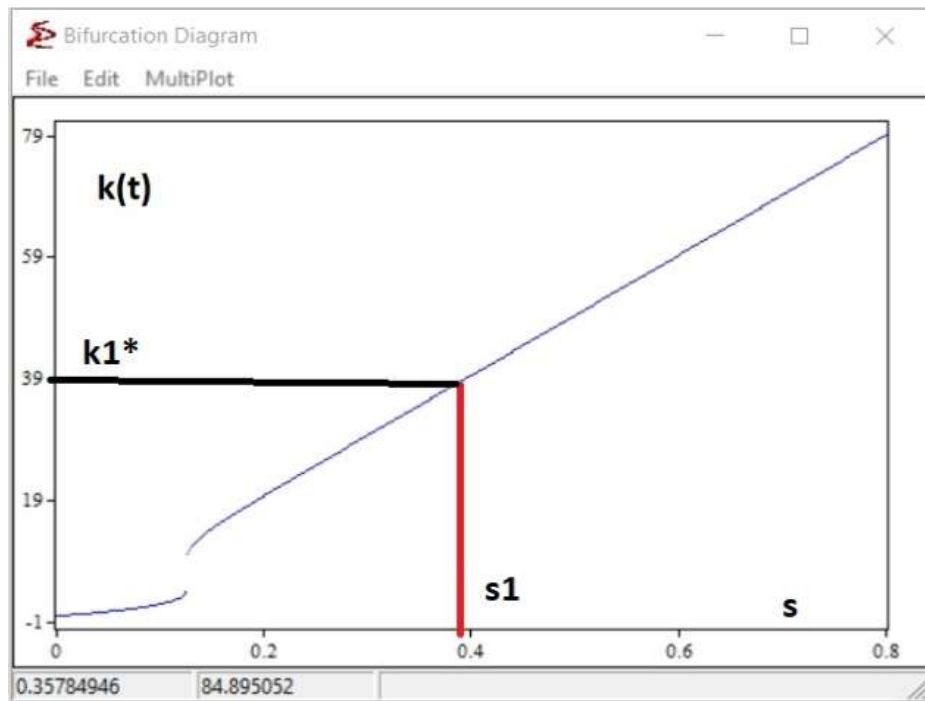
Розглянемо вплив показника a виробничої функції $f(k(t)) = k(t)^a$ на рівень капіталоозброєності $k(t)$ (Рисунок ліворуч) та значення старшого показника Ляпунова, як стійкості положення рівноваги

Використовуючи запропоноване узагальнення моделі Солоу показано, що є три сценарії поведінки рішення рівняння Солоу з виробничою функцією у вигляді S-кривої Річардса.

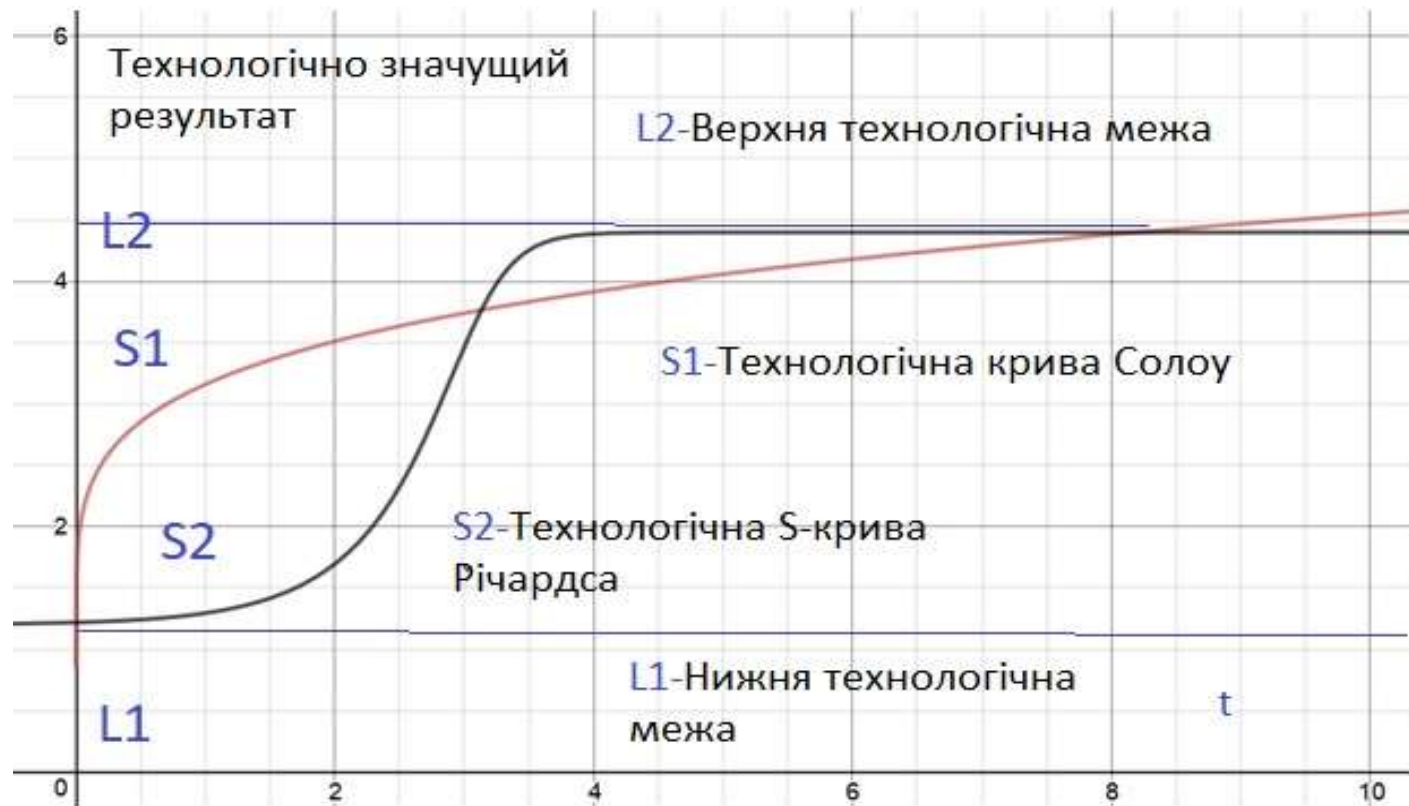


Другий і третій сценарії непридатні для практики, так як містять «пастки» і в роботі не розглядаються.

Розглянемо приклад. Вплив параметра рівня заощаджень s рівняння на положення рівноваги та оцінка його стійкості через старші показники Ляпунова



Узагальнена модель Солоу за рахунок вибору виробничої функції в інтенсивній формі у вигляді S-кривої Річардса має явну перевагу перед моделлю Солоу з виробничою функцією Коба-Дугласа в інтенсивній формі як це видно з рисунка.



Виробнича функція (інтенсивна) у вигляді функції Кобба-Дугласа нереалістична в силу того, що вона не обмежена. Важко уявити реальну технологію, яка може функціонувати нескінченно довго.

Виробнича функція (інтенсивна) у вигляді S-кривої Річардса має верхню і нижню асимптоти, і період технології, яку вона представляє, має обмежений термін функціонування.

Після цього терміну вона повинна бути замінена іншою виробничою функцією (інтенсивною) у вигляді (іншої) S-кривої

В роботі для першого сценарію був наведений алгоритм розв'язання задачі оцінки приросту капіталу на душу населення і капіталу. Розглянуто приклад.

Висновки та досягнення по роботі

- 1) Проведено обґрунтування введення S-кривої Річардса на базі рівняння виробничої функції Коба-Дугласа.
- 2) Проведено систематичний аналіз впливу параметрів на положення точок рівноваги. Отримано основний висновок, що в широкому діапазоні параметрів єдиним видом аттрактора є положення рівноваги.
- 3) Наведено алгоритм знаходження прирощення питомого і повного капіталу на інтервалі $[0, t_B]$.
- 4) Знаходження t_B має принципове значення для рекомендацій зі зміни управління системою (зміна маркетингової стратегії, або зміна технології).

Дякую за увагу!

