

Програмний комплекс візуалізації складних графічних об'єктів

Виконала:
студентка 4-го курсу
групи КА-53
Олесюк І.Ю.

Керівник:
д.т.н., професор
Мухін В.Є.

Об'єкт дослідження

Гідродинаміка потоку рідин та газів

**Предмет
дослідження**

**Застосування чисельних методів
вирішення рівняння Нав'є - Стокса
до моделювання потоку рідини**

Мета дослідження

**Розробка кросплатформного
програмного забезпечення для
моделювання потоку рідин або
газів**



Актуальність

- **Задача математичного моделювання потоків рідин та газів є провідною для сучасної комп'ютерної графіки.**
- **Більшість готових рішень є дуже ресурсоємними (потребують великої кількості комп'ютерних ресурсів). Деякі з них можливо використовувати лише на суперкомп'ютерах.**
- **Відсутність OpenSource (з відкритою/безкоштовною ліцензією) застосунків подібного типу.**

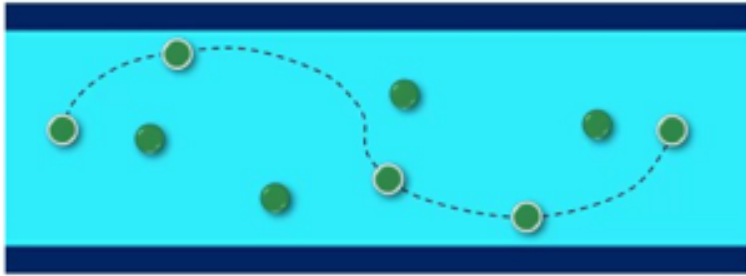


Постановка задачі

- Проаналізувати існуючі методи для моделювання потоку рідин та газів
- Вибрати метод або чисельного моделювання потоків рідин
- Вибрати засоби для розробки програмного забезпечення, аби вони задовольняли умові кросплатформності
- Розробити 2D симулятор вільного потоку рідини та газу та потоку навколо твердих тіл



Методи Лагранжа та Ейлера для опису потоку рідини

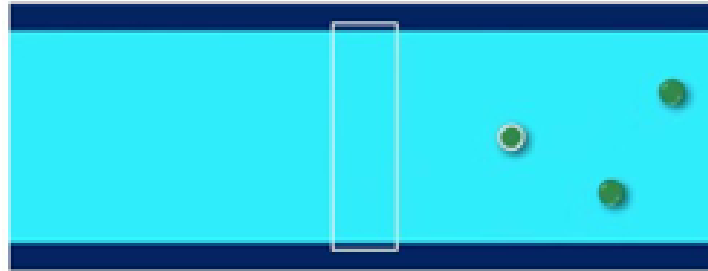


Підхід Ейлера

Розглядається зміна характеристик рідини у фіксованій точці з плином часу.

Підхід Лагранжа

Потік рідини розглядається як набір частинок зі своєю швидкістю \vec{u} та положенням \vec{x} .





Рівняння руху Нав'є - Стокса

Рівняння руху

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vartheta \nabla^2 \vec{u} + f$$

\vec{u} - вектор швидкості, t - час, ρ - щільність рідини (для води 1000 кг / м³), ϑ - коефіцієнт в'язкості, f - інші сили.

Рівняння неперервності

$$\nabla \vec{u} = 0$$



Застосування рівняння Нав'є - Стокса для моделювання потоку рідини

Застосування методу розщеплення для вирішення рівняння:

1) Адвекція

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{u} \nabla q = 0$$

2) Інші сили, що діють на потік рідини (гравітація)

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{g}$$

3) Врахування тиску

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0; \quad \nabla \vec{u} = 0$$



Адвекція

Система рівнянь:
$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{u} \nabla q = 0$$

1) Чисельні методи для знаходження попереднього положення частинки:

- Метод Ейлера

- Метод Рунге - Кутти 3-го порядку (метод Ральтсона)

2) Чисельні методи для знаходження значення характеристики частинки:

- Лінійна інтерполяція

- Інтерполяція кубічними сплайнами Катмулла-Рома



Врахування тиску

Система рівнянь:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0,$$

$$\nabla \vec{u} = 0$$

Методи для знаходження матриці тиску:

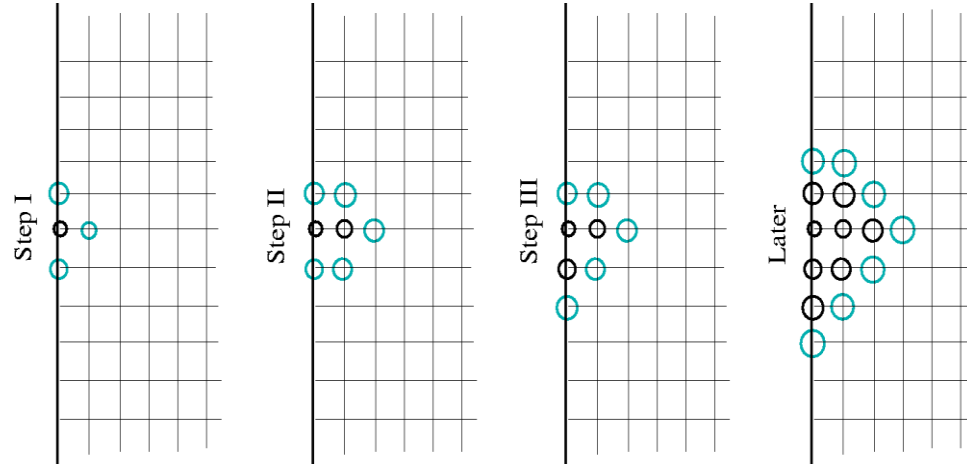
- Метод Гауса - Зейделя
- Метод спряжених градієнтів із передобумовленням



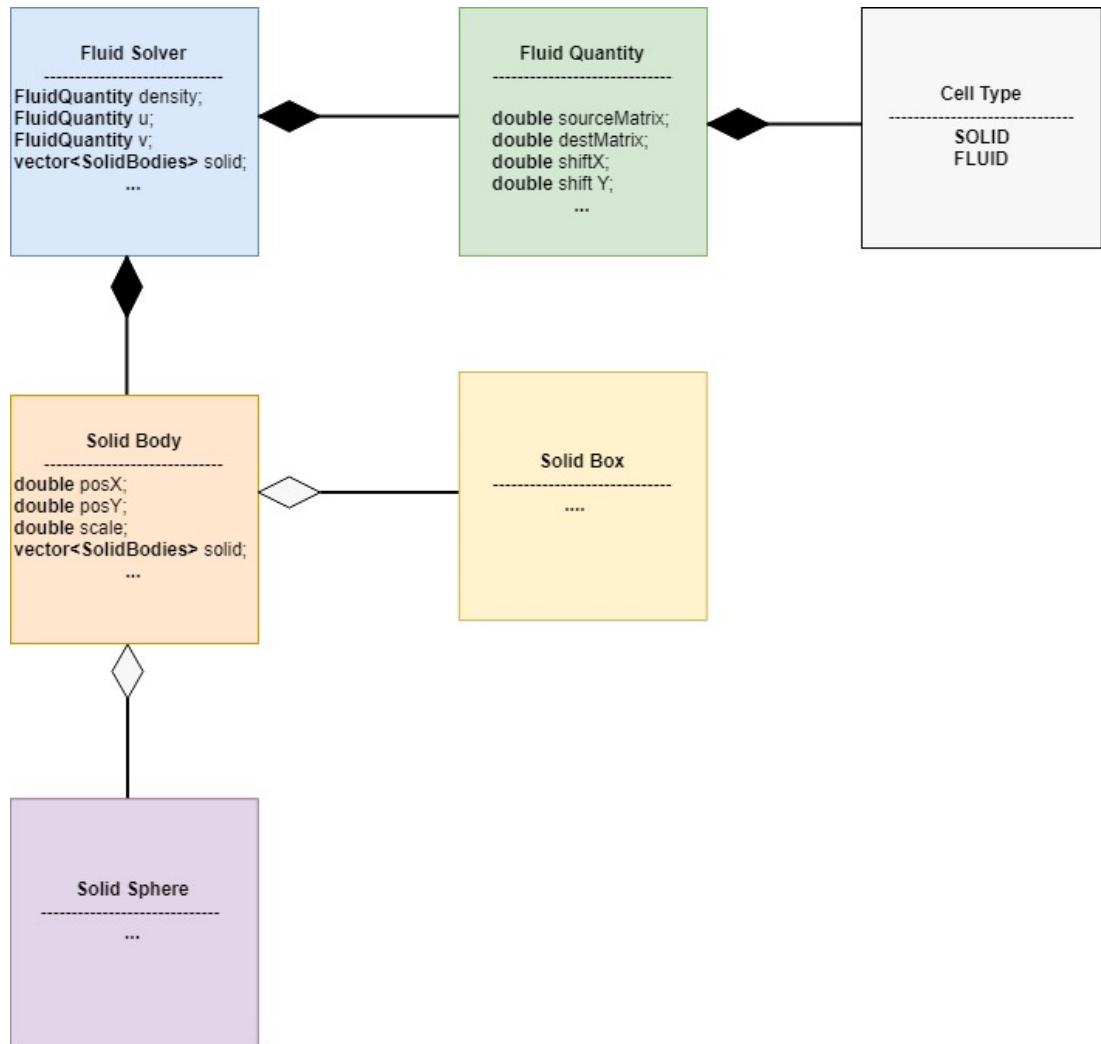
Симуляція потоку рідини навколо твердих тіл

Поверхня моделювання задана за допомогою методу "LevelSet" зі знаковою функцією відстані

Для встановлення значень знакової відстані використовується метод швидкого проходження (Fast Marching Method)

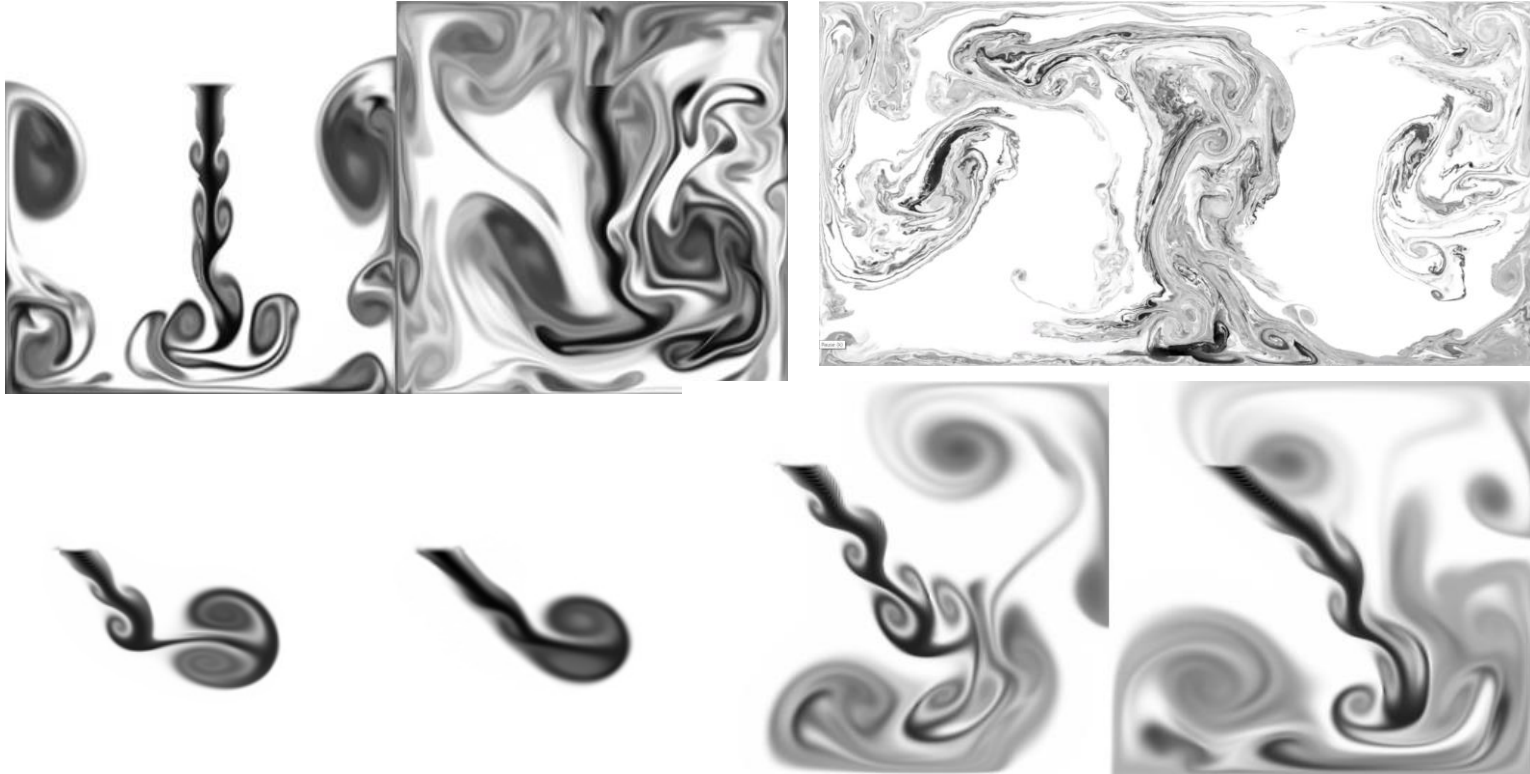


Структура модулів програми



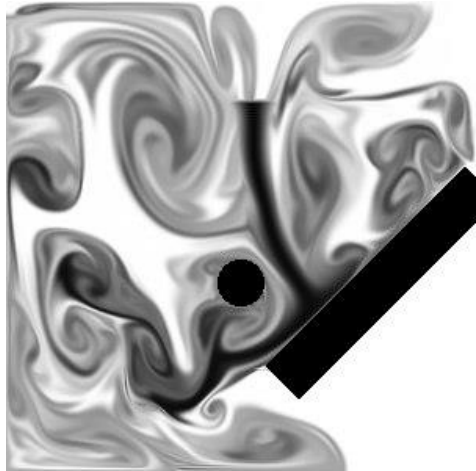


Приклади симуляції вільного потоку рідини





Приклади симуляції потоку рідини навколо твердих тіл



Приклад 2D відео симуляції

—



Висновки

У результаті було:

- Проведено аналіз основних математичних методів для симуляції потоку рідин
- Розроблено 2D симулятор, котрий надає можливість:
 - 1) симуляції вільного потоку рідин та газів
 - 2) симуляції потоку рідин та газів навколо твердих тіл
 - 3) можливість вибору методів для чисельного моделювання
- Був проведений детальний аналіз якості 2D симуляції за використання різних методів для вирішення рівняння адвекції та тиску



Перспективи досліджень

У подальших дослідженнях планується:

- Додавання у модель температури повітря. Така модифікація приведе до виникнення конвекції, що дозволить вирішувати новий клас задач.
- Перехід до моделі стисливої рідини. Даний підхід кардинально змінить якість обчислень при високих значеннях швидкості потоку.
- Розпаралелення симуляції.



Дякую за увагу!