

Порівняльний аналіз стохастичних моделей гетероскедастичних часових рядів

Виконав студент групи КА-44 Нго Суан Зионг

Науковий керівник: Бондаренко Віктор Григорович

Постановка задачі

- Виконати аналіз сучасних методів моделювання і прогнозування динаміки процесів в економіці та фінансах.
- Зібрати статистичні дані необхідні для виконання обчислювальних експериментів.
- Побудувати математичні моделі на основі статистичних даних, оцінити їх адекватність.
- Провести порівняльний аналіз ефективності моделей.
- Обчислити оцінки короткострокових прогнозів та статистичні параметри якості.

Об'єкт, предмет і мета дослідження

- Об'єкт дослідження – гетероскедастичні фінансово-економічні процеси.
- Предмет дослідження – математичні моделі та методи гетероскедастичних процесів (*ARCH* та *GARCH*).
- Мета дослідження – побудова математичних моделей та прогнозування обраних процесів; оцінювання моделей та прогнозів.

Вибрані моделі

- *ARCH*(q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

- *GARCH*(p, q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Фінансові дані

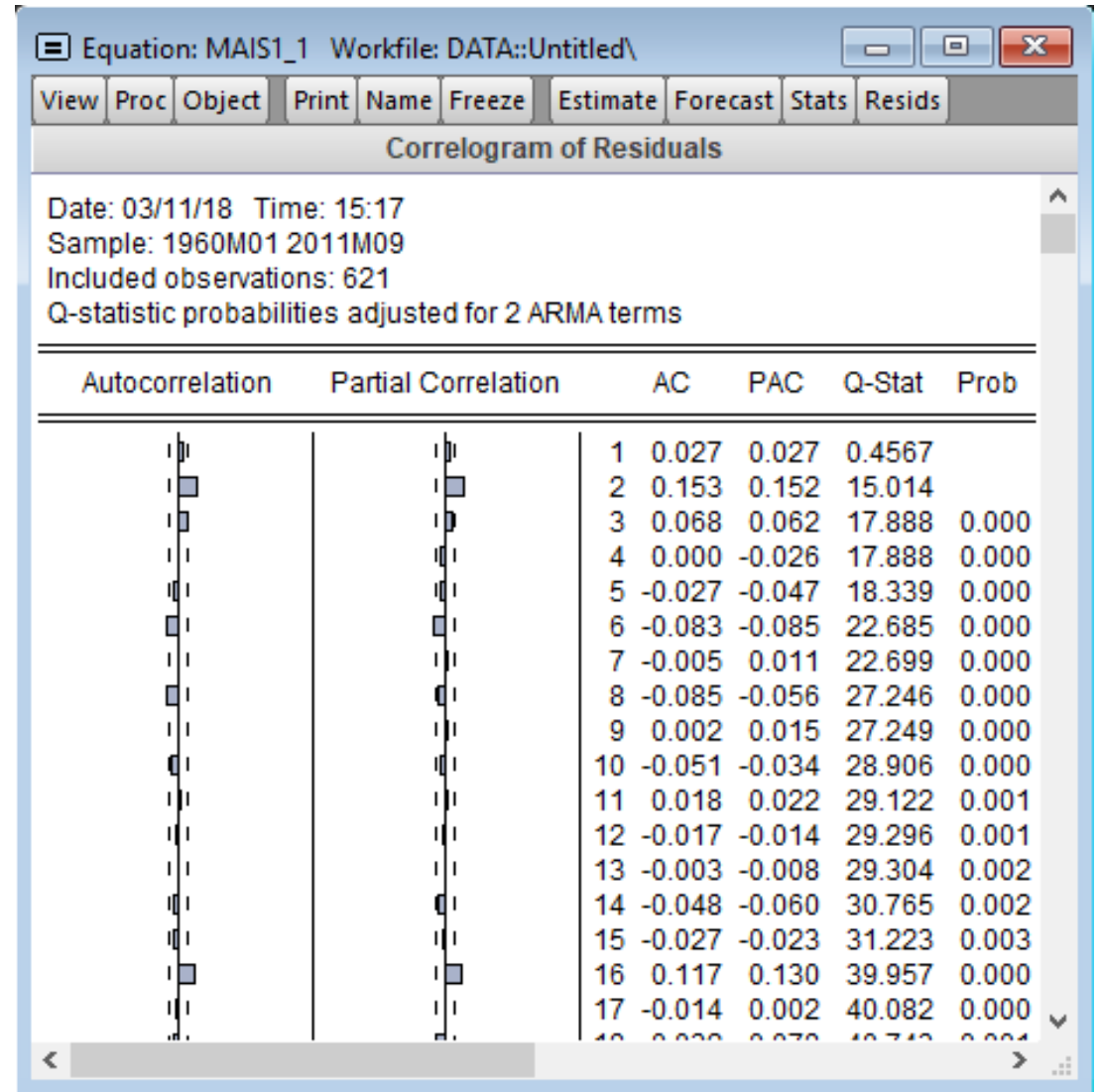
- Розглядається зміна індексів сільськогосподарської продукції у Франції з січня 1960р. по вересень 2011р. («Maïs» – кукурудза).



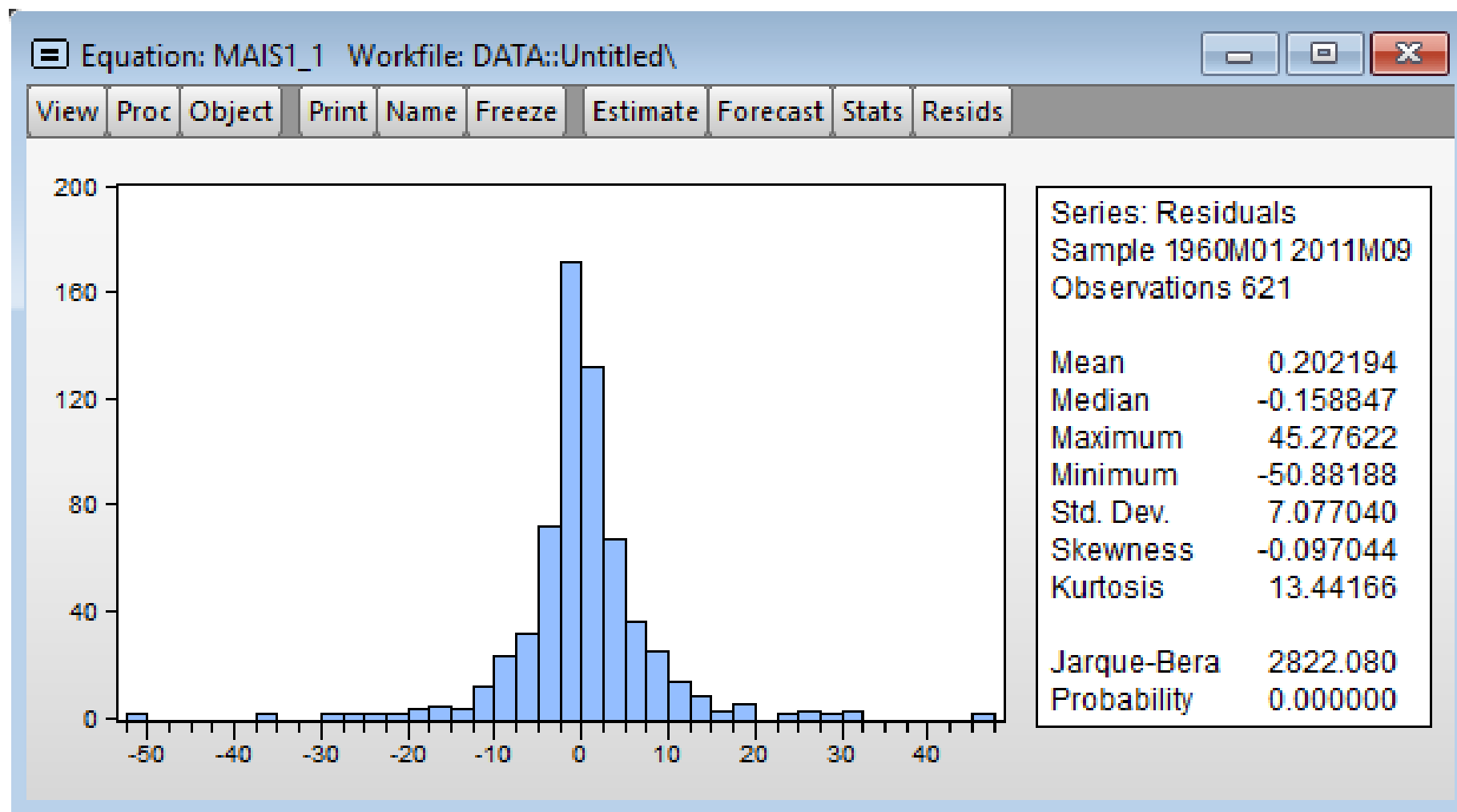
ARMA(1,1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	125.0554	44.44785	2.813532	0.0051
AR(1)	0.993285	0.004688	211.8940	0.0000
MA(1)	0.197177	0.021685	9.092777	0.0000
SIGMASQ	50.04473	1.146516	43.64941	0.0000
R-squared	0.976459	Mean dependent var		104.3113
Adjusted R-squared	0.976345	S.D. dependent var		46.14428
S.E. of regression	7.097124	Akaike info criterion		6.771263
Sum squared resid	31077.78	Schwarz criterion		6.799806
Log likelihood	-2098.477	Hannan-Quinn criter.		6.782357
F-statistic	8530.912	Durbin-Watson stat		1.933613
Prob(F-statistic)	0.000000			

Корелограма залишків



Гістограма залишків для моделі $ARMA(1,1)$



Тест залишків моделі $ARMA(1,1)$ на гетероскедастичність

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	21.34019	Prob. F(1,618)	0.0000
Obs*R-squared	20.69465	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

- Prob. Chi-Square відповідає за перевірку нульової гіпотези про відсутність у залишках $ARCH$ -ефекту. Бачимо, що гіпотеза відхиляється, тобто $ARCH$ -ефект присутній.

ARCH(2)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	82.57093	21.80335	3.787076	0.0002
AR(1)	0.990538	0.006194	159.9269	0.0000
MA(1)	0.209474	0.028834	7.264751	0.0000
	Variance Equation			
C	15.48862	0.602598	25.70305	0.0000
RESID(-1)^2	0.398051	0.057685	6.900412	0.0000
RESID(-2)^2	0.549559	0.061075	8.998167	0.0000
R-squared	0.976381	Mean dependent var		104.3113
Adjusted R-squared	0.976305	S.D. dependent var		46.14428
S.E. of regression	7.103132	Akaike info criterion		6.408788
Sum squared resid	31180.87	Schwarz criterion		6.451603
Log likelihood	-1983.929	Hannan-Quinn criter.		6.425430
Durbin-Watson stat	1.948773			

GARCH(1,1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	104.0626	68402822	1.52E-06	1.0000
AR(1)	1.000000	0.011315	88.37885	0.0000
MA(1)	0.594518	0.034200	17.38369	0.0000
	Variance Equation			
C	3.051994	0.881886	3.460757	0.0005
RESID(-1)^2	0.236101	0.051647	4.571467	0.0000
GARCH(-1)	0.764807	0.044860	17.04883	0.0000
R-squared	0.969963	Mean dependent var		104.3113
Adjusted R-squared	0.969865	S.D. dependent var		46.14428
S.E. of regression	8.010333	Akaike info criterion		6.417885
Sum squared resid	39654.23	Schwarz criterion		6.460700
Log likelihood	-1986.753	Hannan-Quinn criter.		6.434526
Durbin-Watson stat	2.862204			

$$R - \text{squared} = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{(y - \bar{y})^T (y - \bar{y})}$$

$$\text{Adjusted } R - \text{squared} = 1 - (1 - R^2) \frac{T - 1}{T - k}$$

$$\text{S.E. of regression} = \sqrt{\frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{T - k}}$$

$$\begin{aligned} \text{Sum}_T - \text{of} - \text{Squared Residuals} \\ = \sum_{t=1}^T (y_i - X_i b)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log Likelihood} \\ = -\frac{T}{2} \left(1 + \log(2\pi) + \log \left(\frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{T} \right) \right) \end{aligned}$$

$$DW = \sum_{t=2}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$$

$$AIC = -\frac{2l}{T} + \frac{2k}{T}$$

$$SC = -\frac{2l}{T} + \frac{(k \log T)}{T}$$

$$HQ = -\frac{2l}{T} + \frac{2k \log(\log T)}{T}$$

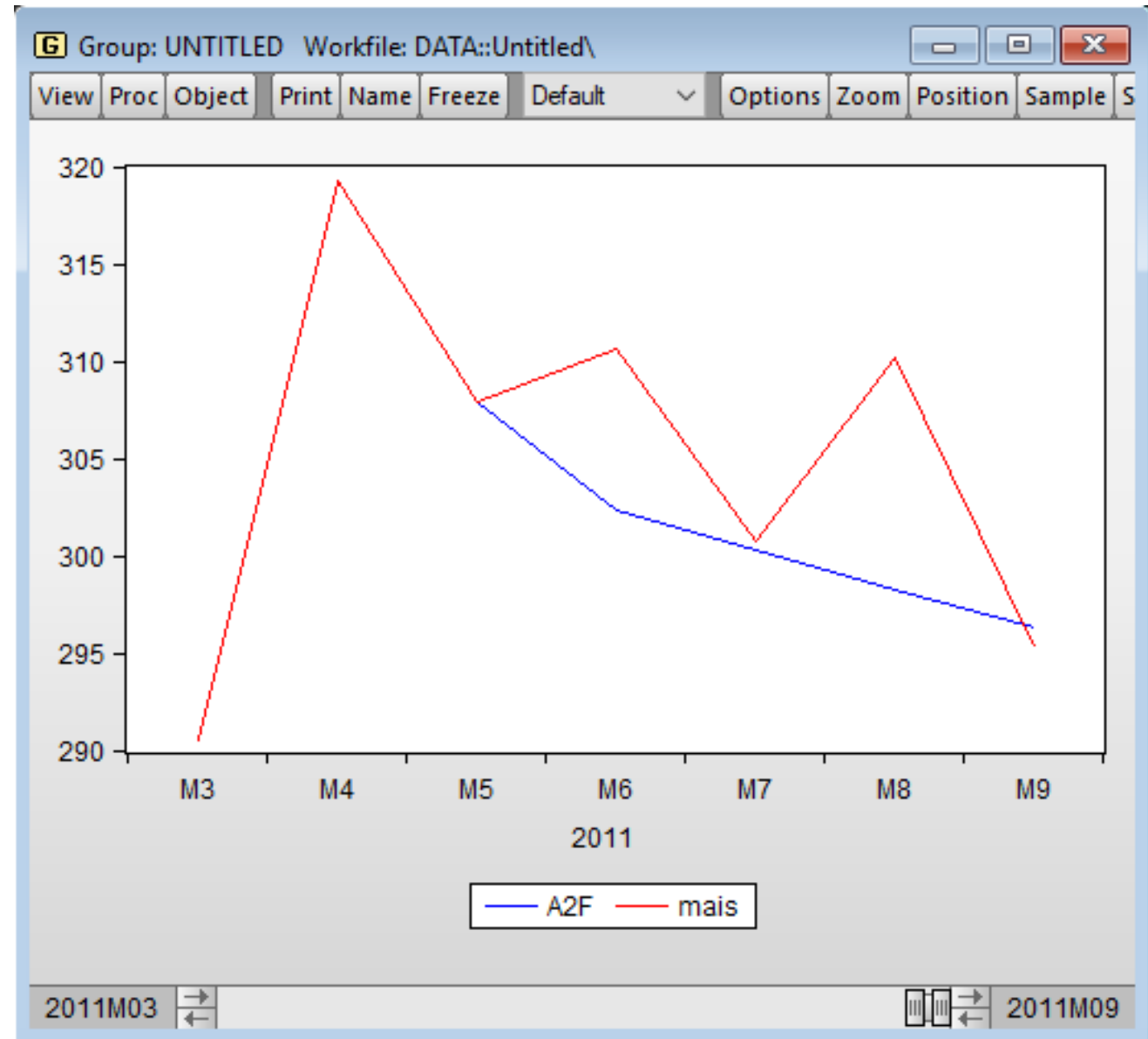
Порівняння статистик моделей $ARCH(2)$ та $GARCH(1,1)$

12

Статистика	$ARCH(2)$	$GARCH(1,1)$
R-squared	0.976381	0.969963
Adjusted R-squared	0.976305	0.969866
S.E. of regression	7.103132	8.010240
Sum squared resid	31180.87	39653.32
Log likelihood	-1983.929	-1986.374
Durbin-Watson stat	1.948773	2.862185
Mean dependent var	104.3113	104.3113
S.D. dependent var	46.14428	46.14428
Akaike info criterion	6.408788	6.416663
Schwarz criterion	6.451603	6.459478
Hannan-Quinn criter.	6.425430	6.433304

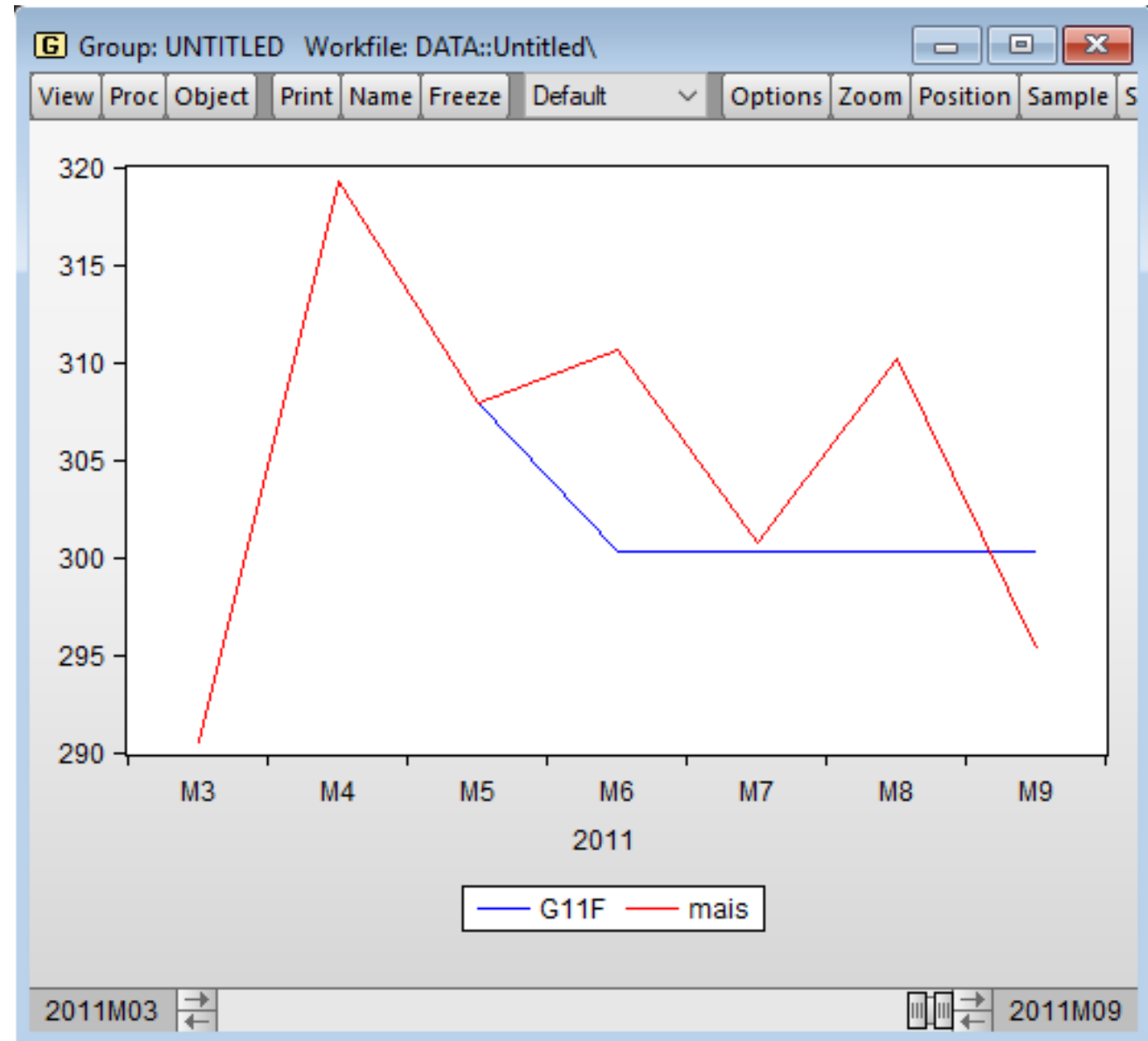
ARCH(2)

Date	Real	Forecast
2011M06	310.6135	302.3258
2011M07	300.7715	300.2859
2011M08	310.2198	298.2649
2011M09	295.2600	296.2627



$GARCH(1,1)$

Date	Real	Forecast
2011M06	310.6135	300.2630
2011M07	300.7715	300.2630
2011M08	310.2198	300.2630
2011M09	295.2600	300.2630

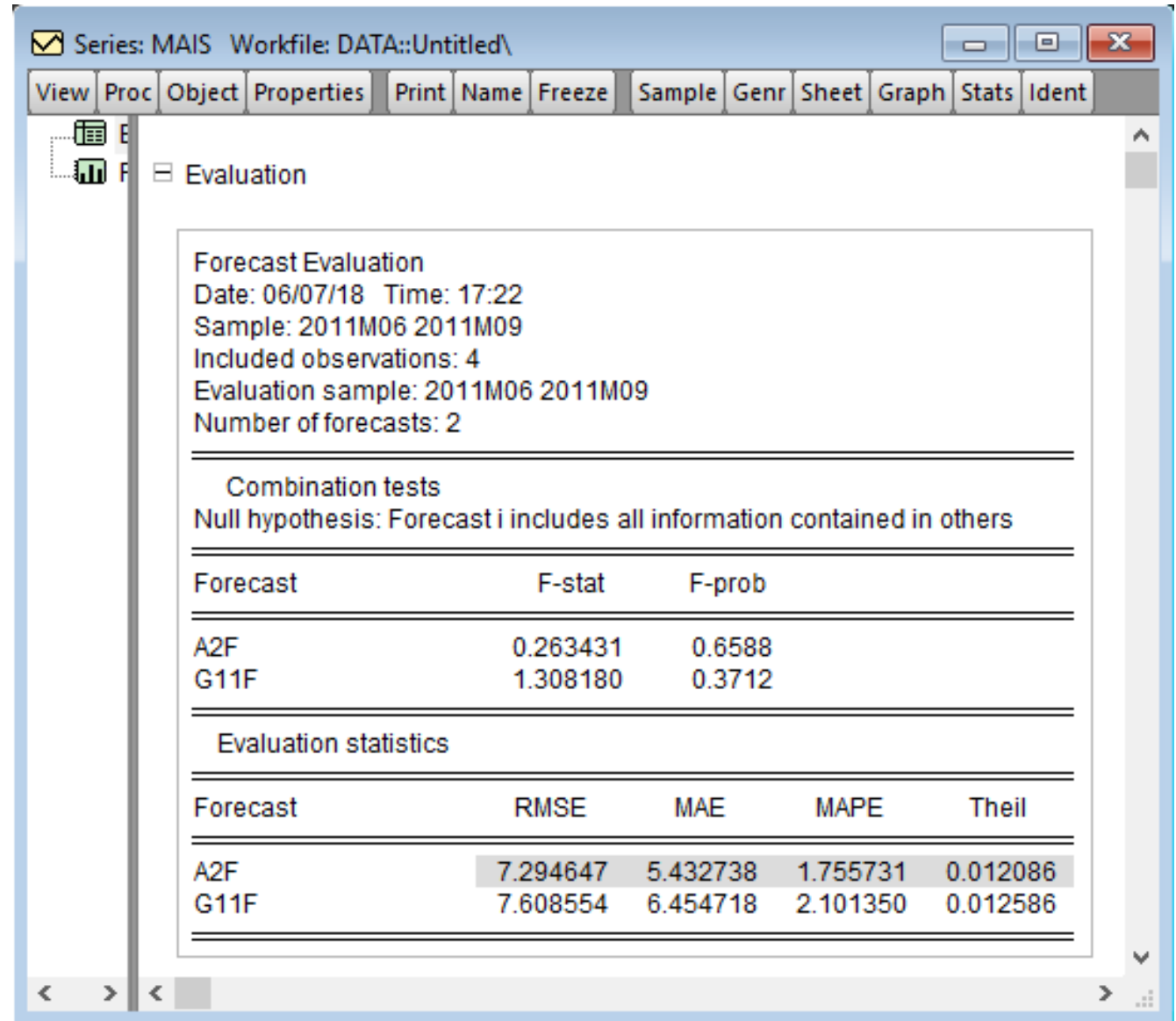


$$RSME = \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{h}}$$

$$MAE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{h}$$

$$MAPE = 100 \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{\left| \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \right|}{h}$$

$$THEIL = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{h}}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{\hat{y}_t^2}{h}} + \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{y_t^2}{h}}}$$



Висновки

- Була розглянута загальна методологія моделювання і прогнозування гетероскедастичних фінансово-економічних процесів.
- Для реальних фінансових даних були побудовані моделі *ARCH* та *GARCH*, було проведено їх порівняння за рядом критеріїв.
- Отримані результати моделювання та прогнозування свідчать про високу ефективність використаного підходу до аналізу гетероскедастичних процесів.

Дякую за увагу!