

Порівняльний аналіз методів моделювання вартості опціонів

Автор: студент 4-го курсу, групи КА-45

ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”

Грінкевич Сергій Вячеславович

Науковий керівник: к.ф.м.н., доцент

Каніовська Ірина Юріївна

Об'єкт дослідження

- ▶ Реальні та біржові опціони

Предмет дослідження

- ▶ Теоретична ціна опціону

Мета роботи

- ▶ визначення теоретичної ціни опціону різними методами, проведення їх порівняльного аналізу

Актуальність роботи

У всьому світі ринок опціонів - це важлива складова частина фінансового ринку. Вони набули все більшої популярності в різних областях.

Сфери застосування:

- ▶ спекуляції на біржі
- ▶ управління ризиками
- ▶ Інвестиційна діяльність
- ▶ оцінка капіталу

Існуючі моделі

- ▶ Чисельні методи
- ▶ Аналітичні методи
- ▶ Нейронні мережі

Для деяких типів опціонів існують самодостатні моделі, в той час як оцінювання інших спирається на чисельні процедури. Ці моделі були виведені на основі теоретичних аргументів, що базуються на припущеннях стосовно поведінки ціни базового активу та безризикової відсоткової ставки.

Як наслідок, вони є узагальненням реальності та їх ефективність залежить від здатності відслідковувати динаміку ціни базового активу.

Постановка задачі

Здійснити аналіз і порівняння двох з найбільш використовуваних сьогодні методів і моделей прогнозування та оцінки вартості опціонів:

- ▶ біноміальної моделі
- ▶ моделі Блека-Шоулза.

Поняття опціону

- ▶ Опціон - це цінний папір, який дає право одній стороні угоди купити (продати) базовий актив за фіксованою ціною протягом встановленого періоду часу, а іншу сторону зобов'язує продати (купити) цей актив за цією ціною в цей час.
- ▶ Ціна яку покупець опціону платить продавцю називається премією опціону. Виконання опціону залежить від співвідношення ринкової ціни базового інструменту та ціни виконання опціону.

приклад:

Поточна ціна какао на ринку 6000 грн. за тонну.

Восени очікується сильне підвищення → купуємо опціон колл:

4 тони какао на 3 місяці

ціна виконання 6100 грн. за тону.

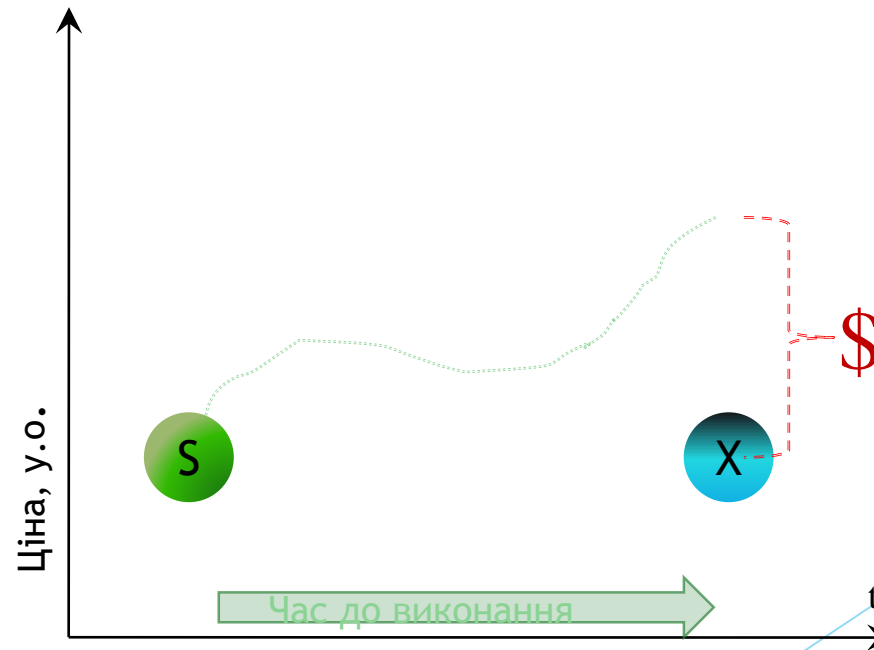
премія 50 грн. за т. (сплачується відразу)

Нехай восени ринкова ціна какао 7000 грн. Тоді прибуток:

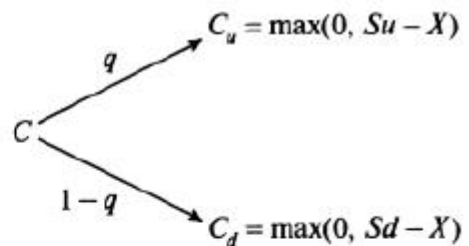
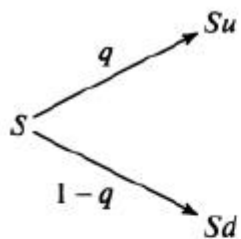
$4 * (7000 - 6100) - 5 * 50 = 3400$ грн.

Ціна опціону

- ▶ S - поточна ціна базисної акції
- ▶ K - ціна виконання
- ▶ T - час до виконання опціону
- ▶ σ - волатильність очікуваного прибутку базисної акції
- ▶ r - безризикова відсоткова ставка
- ▶ D - розмір дивіденду



Проста біноміальна модель



$$C = hS + B = \frac{\frac{R-d}{u-d}C_u + \frac{u-R}{u-d}C_d}{R} \quad \text{Ціна опціону Call}$$

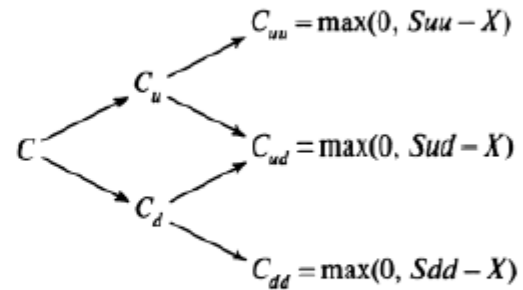
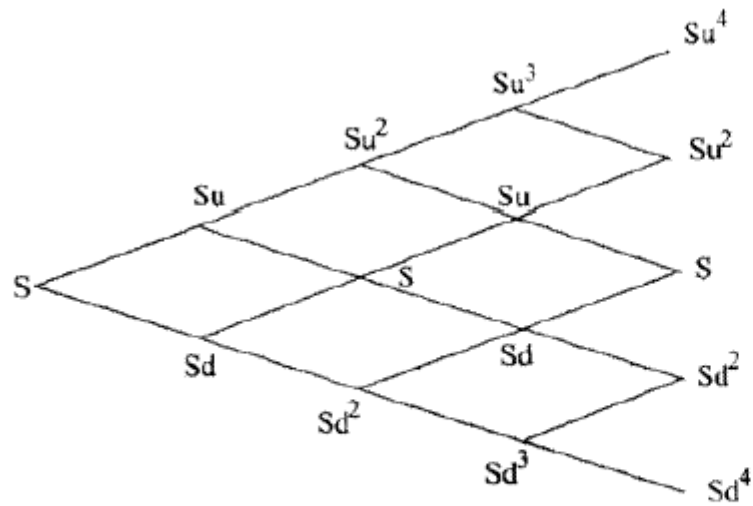
$$hS_u + RB = C_u$$

$$hS_d + RB = C_d$$

$$h = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d} \geq 0,$$

$$B = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)R}.$$

Біноміальна модель, випадок декількох періодів



$$C = R^{-n} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \times \max(0, Su^j d^{n-j} - X) \quad \text{Ціна опціону Call}$$

Формула Блека-Шоулза

$$C(S, \tau) = N(d_1)S - N(d_2)Ke^{-r\tau},$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}.$$

Суть формули Блека-Шоулза

Ціна опціону

=

Ймовірність
 $S > K$

×

Ціна акції

-

Ймовірність
виконання

×

Ціна
виконання

- ▶ Перша частина відображає очікуваний прибуток від покупки базових акцій.
- ▶ Друга частина моделі дає приведену вартість ціни виконання на дату закінчення опціону.

Практична задача: опціон на індекс українських акцій UX

- ▶ До виконання: 4 дні
- ▶ Волатильність: 5%
- ▶ Відсоткова ставка: 0%
- ▶ Поточна ціна: 1199,5

The screenshot shows a software interface with two sections:

Модель Блека-Шоулза

S	K	T	r	d
2000	1050	4	0	0,05

Result: 112,6

Біноміальна модель

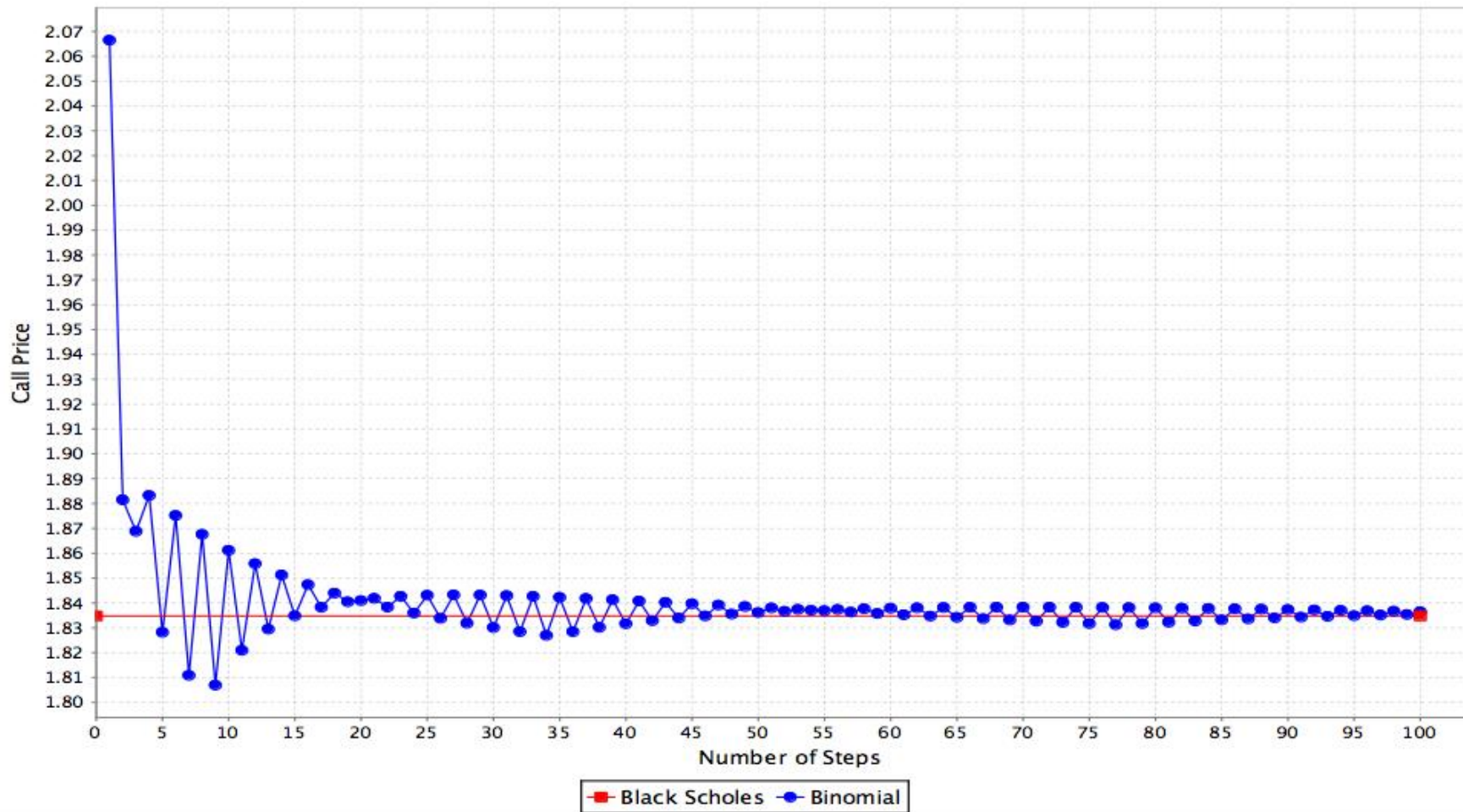
S	K	T	d	r
2000	1050	4	0,05	0

50 steps

Result: 100,11

Ціна виконання	1150	1100	1100	1050	1000
call B-S	49.4	89.1	89.1	112.6	149.2
n ВМОО	10	15	20	30	50
call ВМОО	30.52	22.79	66.24	100.04	148.7

Збіжність біноміальної моделі до моделі Блека-Шоулза



Порівняльний аналіз БМОО

- + Інтуїтивно простіше, можна вводити конкретні прогностичні значення в кожному вузлі дерева зі своєю ймовірністю.
- + Не треба розраховувати волатильність.
- + Не має строгих обмежень по застосуванню.
- Процес складання дерева дуже трудомісткий і вимагає більшого обсягу даних.
- Якщо достовірність прогнозу мала, результат не представляє інтересу.
- Рух ціни активу обмежений декількома варіантами.

Порівняльний аналіз моделі Б-Ш

- вимагає глибокого розуміння моделі.
- має обмеження щодо застосування.
- Потрібно розраховувати волатильність.
- Модель чутлива до ставки дивідендної дохідності, волатильності і справжньої ціни активу.
- + Відмінні результати при правильному підборі параметрів.
- + Ціна в будь-який момент може прийняти будь-яке значення.
- + Швидкість обчислень.

Висновки

- ▶ Було досліджено поширені моделі визначення теоретичної ціни опціону - модель Б-Ш і БМОО.
- ▶ Була вирішена задача визначення справедливої вартості опціону на індекс українських акцій (UX), з використанням розроблених модифікацій класичних методів.
- ▶ Проведено порівняльний аналіз, в ході якого були розроблені рекомендації щодо практичного застосування розглянутих моделей ціноутворення:
- ▶ Для реальних і «екзотичних» опціонів доцільніше використовувати БМГО.
- ▶ Для фінансових опціонів необхідно застосовувати формулу Блека-Шоулза.

Подальші дослідження

- ▶ Розширення кола застосування теорії
- ▶ Дослідження інших методів оцінки опціонів
- ▶ Застосування нейронних мереж для вирішення задачі

Дякую за увагу!