

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

Антонець Олена, НТУУ «КПІ» ІПСА
Наук. кер.: ст. викл. Коновалюк М. М.

Предметна область

2

- **Об'єкт дослідження:** розв'язок оптимізаційних задач.
- **Предмет дослідження:** інформаційні системи розв'язку оптимізаційних задач за допомогою еволюційних методів.
- **Мета дослідження:** на основі проведених досліджень створити оригінальну інформаційну систему розв'язку певної групи задач оптимізації.
- **Методи дослідження:** теоретичні, емпіричні.

Актуальність задач оптимізації

3

Існують задачі, в рамках яких необхідно шукати екстремуми мультимодальних функцій. Звичайні методи розв'язку оптимізаційних задач не завжди можуть знайти коректний результат. До проблем, що ускладнюють впровадження даних методів можна віднести:

- ▶ багатоекстримальність (мультимодальність) критерію прикладних задач;
- ▶ проблеми побудови швидкодіючих (за прийнятно допустимий час) математичних моделей;
- ▶ відсутність гладкості функцій.

Постановка задачі

4

В рамках роботи необхідно:

- ▶ Дослідити існуючі системи розв'язання оптимізаційних задач.
- ▶ Провести аналіз існуючих методів, що використовуються для вирішення задач оптимізації.
- ▶ Розробити власний ПП, який реалізує обрані алгоритми.
- ▶ Сформулювати висновки щодо отриманого ПП та можливі напрямки його вдосконалення.

Постановка задачі оптимізації

5

Задача мінімізації (максимізації) цільової функції :

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow \min, & x \in X \\ (f(x) &\rightarrow \max, & x \in X) \end{aligned}$$

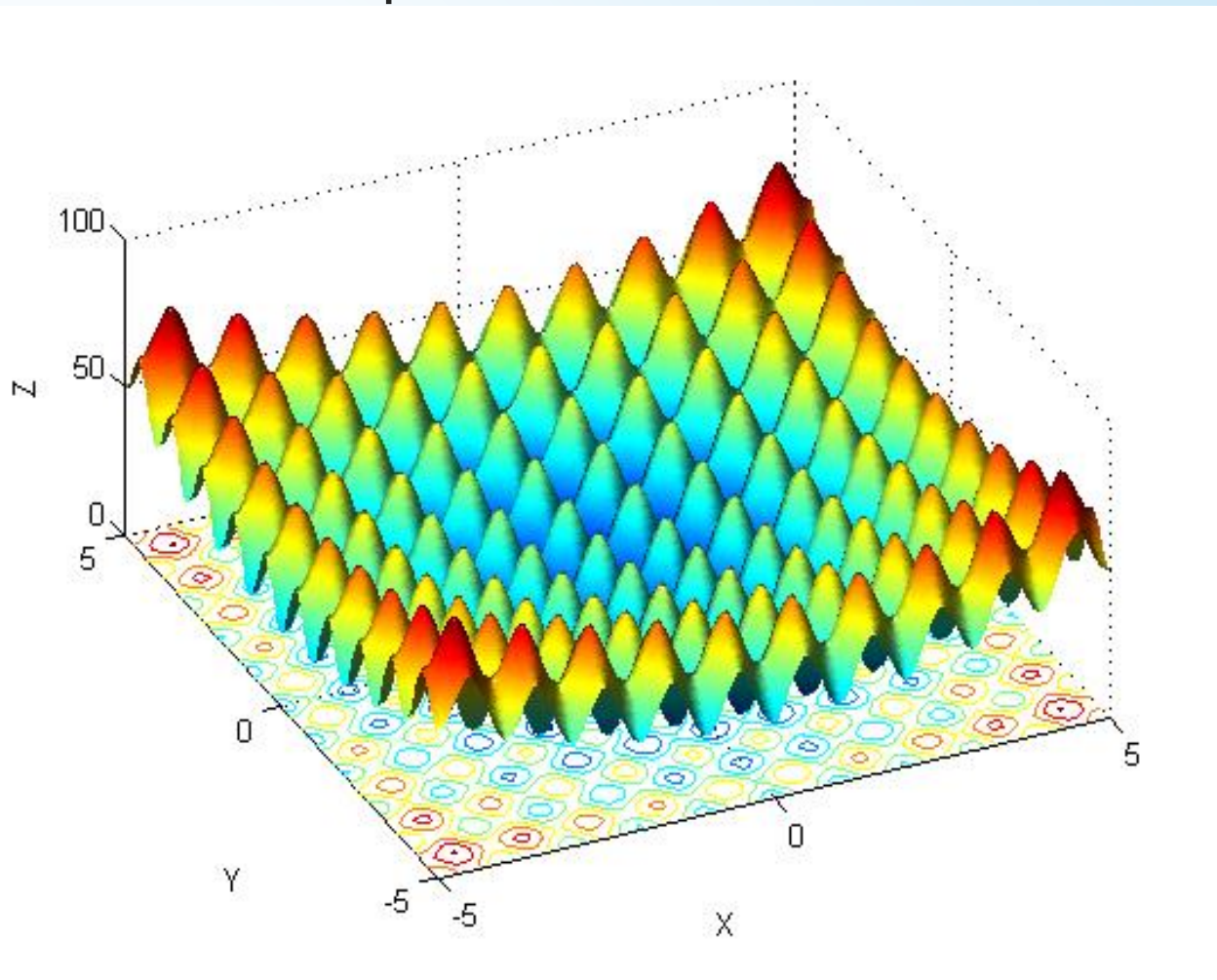
Розв'язання задач оптимізації за допомогою еволюційних алгоритмів має наступні переваги:

- ▶ відсутня залежність від початкового наближення;
- ▶ незначні вимоги до гладкості цільових функцій та обмежень;
- ▶ дозволяють ефективно знайти глобальні екстремуми при відсутності додаткової властивості опуклості у цільової функції;
- ▶ ефективно розв'язують задачі мультимодальної оптимізації.

Інформаційні системи розв'язку оптимізаційних задач. Функція Растрігіна – тестова функція задач оптимізації

Двовимірна функція Растрігіна:

$$Ras(x) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10(\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2)$$



Інформаційні системи розв'язку оптимізаційних задач. Веб ресурс math.semestr

7

Переваги:

- ▶ підтримка кількох мов;
- ▶ можливість імпорту даних з файлів формату Word та Excel;
- ▶ форум користувачів;
- ▶ поле пошуку;
- ▶ інструкція використання;
- ▶ приклади рішень;
- ▶ відео розв'язок;
- ▶ допомога з розв'язком.

Экстремум функции двух переменных

Математика онлайн ▾

$$z = x^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x) + y^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot y) + 20$$

1. Найдем частные производные.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \cdot x + 20 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot x)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2 \cdot y + 20 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot y)$$

2. Решим систему уравнений.

$$2 \cdot x + 20 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot x) = 0$$

$$2 \cdot y + 20 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot y) = 0$$

Система не имеет решения. Глобальных экстремумов не существует.

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

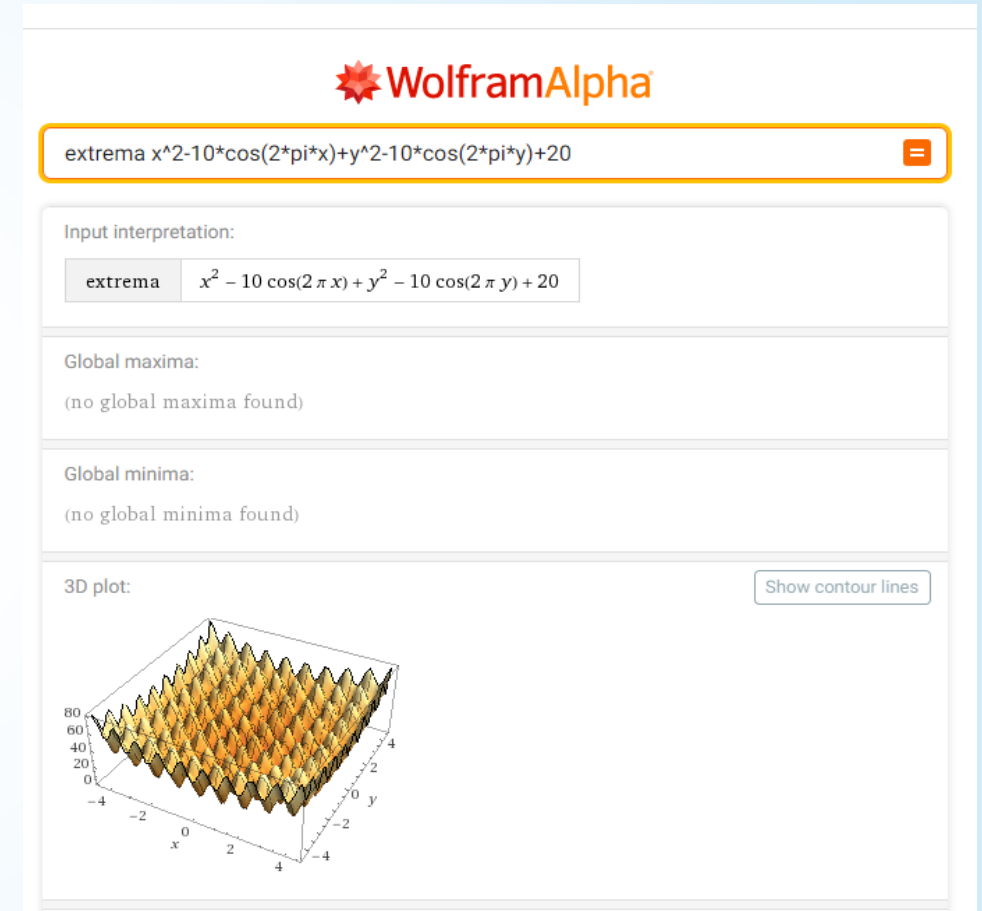
[Экстремум функции двух переменных](#)

Пошук екстремума функції Растрігіна

Інформаційні системи розв'язку оптимізаційних задач. Веб ресурс WolframAlpha

8

- Ресурс має широкий та різноманітний спектр застосування.
- Будь-який запит в даній системі необхідно вводити в спеціальне поле для введення в один рядок, дотримуючись спеціального синтаксису ресурсу



Результат пошуку екстремуму функції

Растригіна WolframAlpha

Еволюційні методи

- ▶ Переваги еволюційних обчислень :
 - ▶ широка область застосування;
 - ▶ придатність для пошуку в складному просторі рішень великої розмірності;
 - ▶ відсутність обмежень на вид цільової функції;
 - ▶ ясність схеми і базових принципів еволюційних обчислень;
 - ▶ інтегрованість еволюційних обчислень з іншими неklasичними парадигмами штучного інтелекту, такими як штучні нейромережі і нечітка логіка.

Генетичний алгоритм

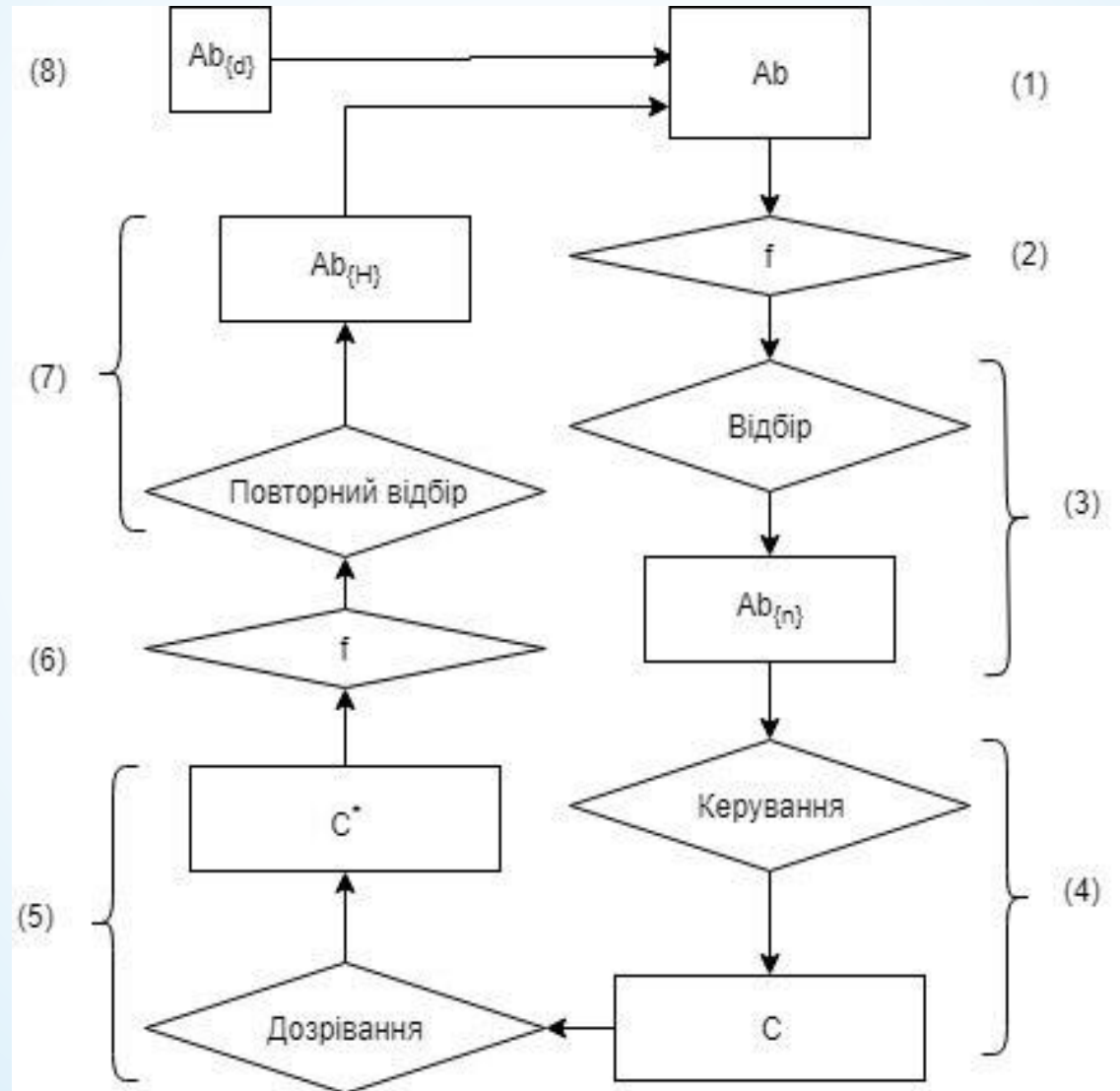
10

Генетичний алгоритм – це евристичний алгоритм пошуку, використовуваний для рішення задач оптимізації і моделювання шляхом послідовного підбору, комбінування і варіації шуканих параметрів з використанням механізмів, що нагадують біологічну еволюцію.

- Класичний генетичний алгоритм складається з наступних кроків:
 - ініціалізація, або вибір вихідної популяції хромосом;
 - оцінка пристосованості хромосом у популяції;
 - селекція хромосом;
 - застосування генетичних операторів (схрещування та мутації);
 - формування нової популяції;
 - перевірка умови зупинки алгоритму;
 - вибір «найкращої» хромосоми.

Штучні імунні системи. Застосування CLONALG до задач оптимізації

11



Еволюційні методи. Метод рою

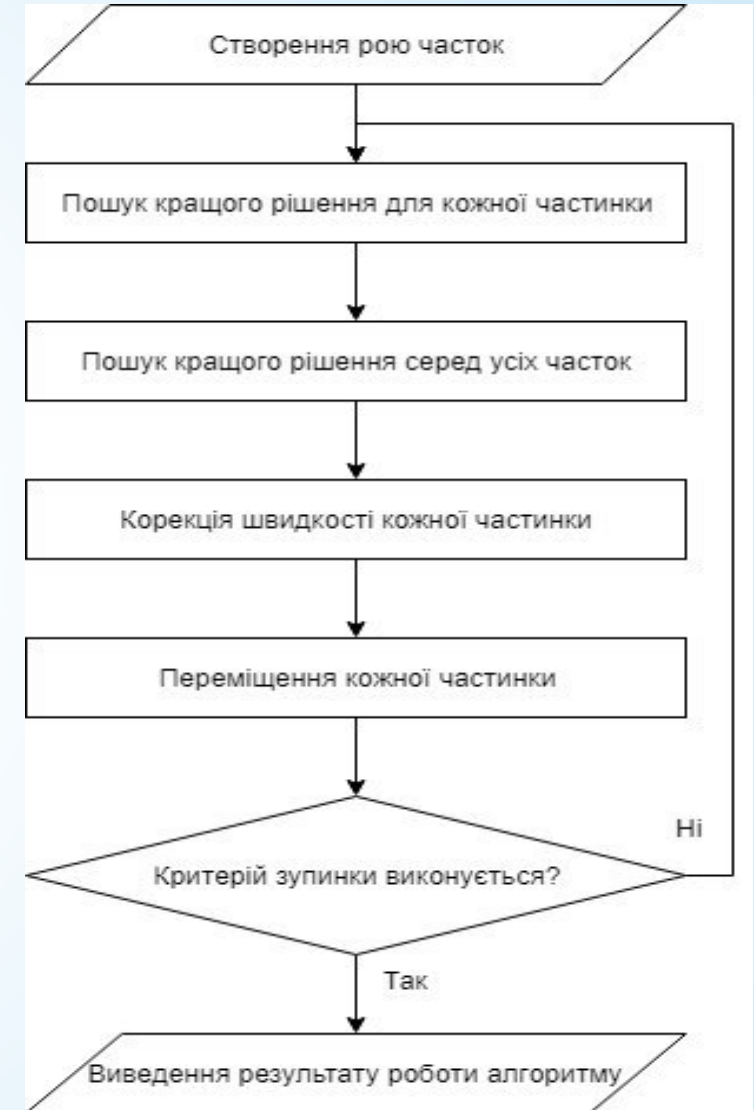
ЧАСТОК

12

Ройовий інтелект – це система, яка працює з природними та штучними системами, з багатьох агентів (елементів, індивідів, частинок), координація дій між якими відбувається за допомогою децентралізованого контролю та самоорганізації. Також ройовий інтелект досліджує колективну поведінку, під час взаємодії агентів між собою або з навколишнім середовищем.

Збіжність алгоритму залежить від корекції швидкості. Корекція швидкості виглядає наступним чином:

$$v_{i,t+1} = v_{i,t} + \varphi_p r_p (p_i - x_{i,t}) + \varphi_g r_g (g_i - x_{i,t})$$

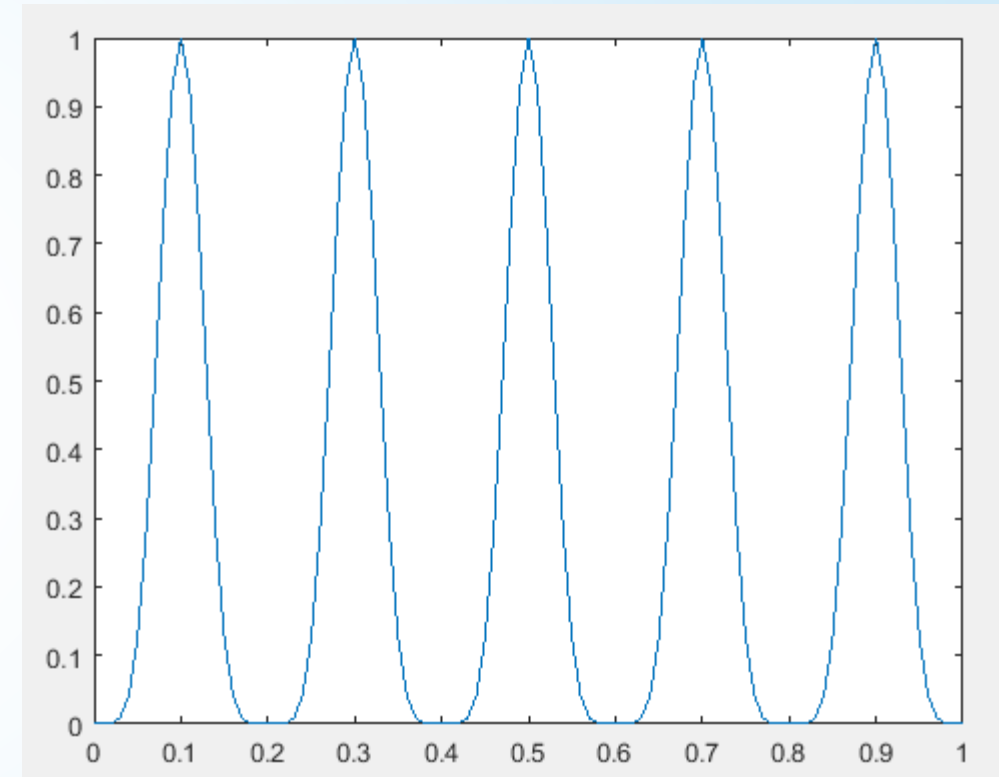


Блок-схема алгоритму рою часток

Приклад роботи програми

■ $f(x) = \sin^6(5\pi x)$ на відрізку $[0,1]$

	Генетичний алгоритм	Штучні імунні системи	Алгоритм рою частинок
Знайдено максимум	Так	Так	Так
К-сть знайдених екстремумів	1	5	1
Час роботи (розмір популяції 200, кількість поколінь 100)	1 с	5.0 с	1 с

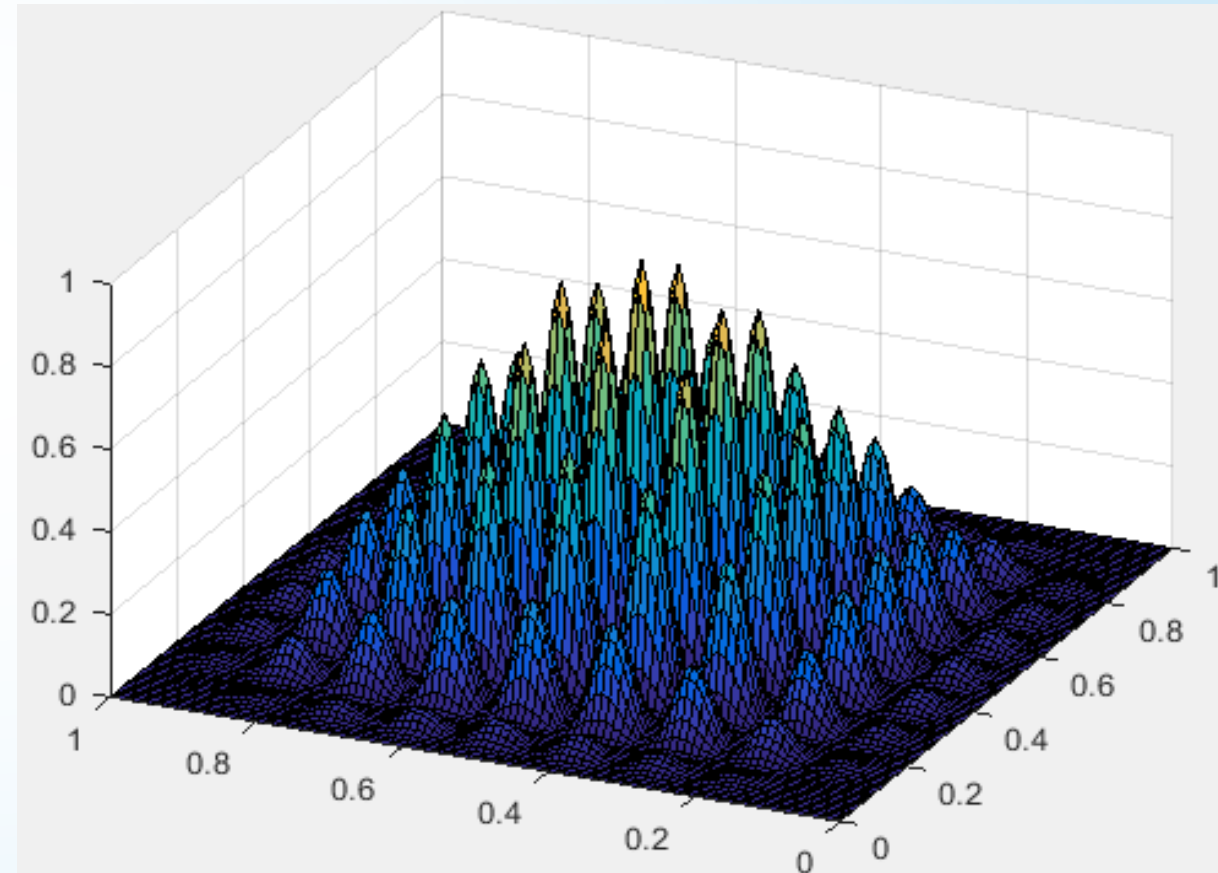


Графік функції $f(x) = \sin^6(5\pi x)$

Приклад роботи програми

► $f(x, y) = (15xy(1 - x)(1 - y) \sin(9\pi x) \sin(9\pi y))^2$ на квадраті $[0, 1] * [0, 1]$

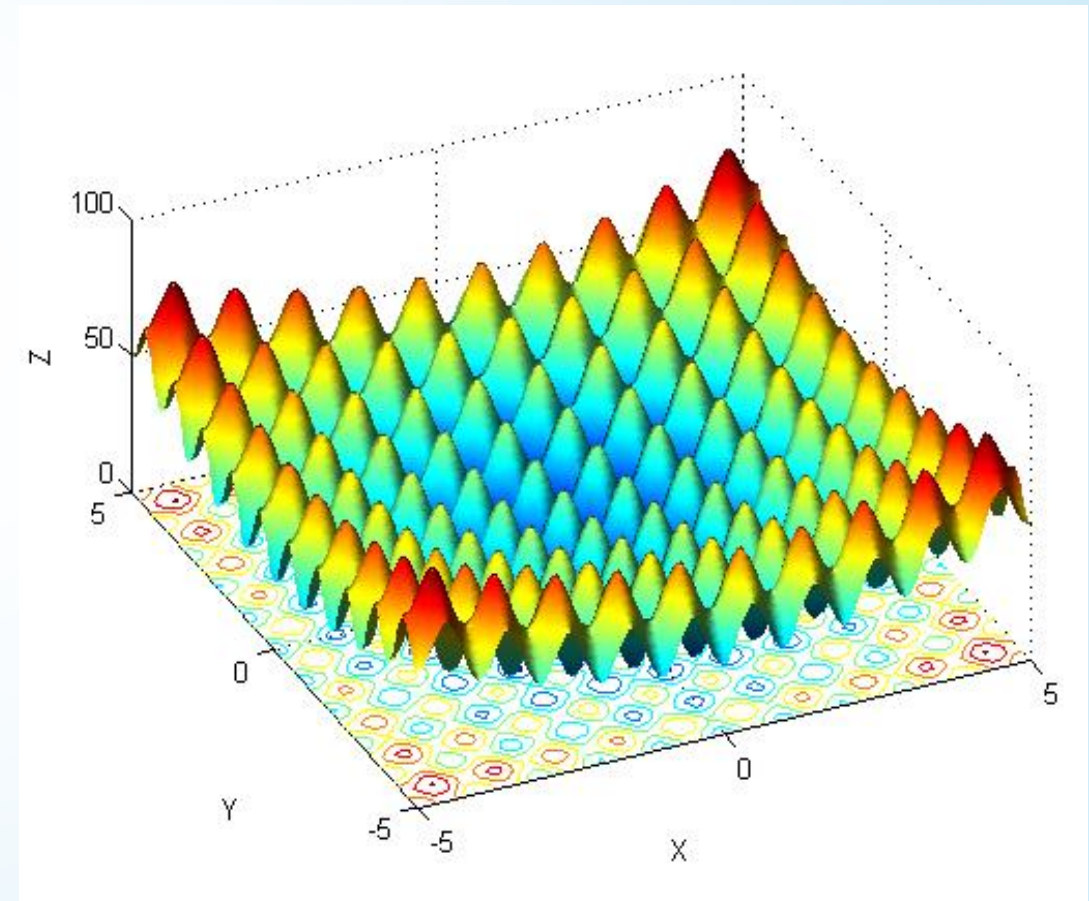
	Генетичний алгоритм	Штучні імунні системи	Алгоритм рою частинок
Знайдено максимум	Так	Так	Так
К-сть знайдених екстремумів	1	11	1
Час роботи (розмір популяції 200, кількість поколінь 100)	4 с	12 с	5 с



Приклад роботи програми

- Функція Растрігіна $f(x, y) = 20 + (x^2 - 10 * \cos(2\pi x)) + (y^2 - 10 * \cos(2\pi y))$ на області $[-5.12, 5.12] * [-5.12, 5.12]$

	Генетичний алгоритм	Штучні імунні системи	Алгоритм рою частинок
Знайдено мінімум	Так	Так	Так
К-сть знайдених екстремумів	1	11	1
Час роботи (розмір популяції 200, кількість поколінь 100)	1.6 с	12.0 с	0.9 с



Інтерфейс користувача та приклад роботи програми

16

Optimization portal

Домашня сторінка / Еволюційні методи

Еволюційні методи

Функція для оптимізації

→ Max ▾

*Використовуйте PI для позначення для числа π

Масив нижніх меж змінних

Масив верхніх меж змінних

[Знайти глобальний екстремум](#)

Результат

	Значення функції	Координати
Генетичний алгоритм	1	[0.3]
ШІС	1	[0.5]
	1	[0.7]
	1	[0.1]
	1	[0.3]
	1	[0.9]
Алгоритм рою часток	1	[0.9]

Optimization portal Домашня сторінка

Домашня сторінка / Еволюційні методи

Еволюційні методи

Функція для оптимізації

→ Max ▾

*Використовуйте PI для позначення для числа π

Масив нижніх меж змінних

Масив верхніх меж змінних

[Знайти глобальний екстремум](#)

Результат

	Значення функції	Координати точки
Генетичний алгоритм	1	[0.3]
ШІС	1	[0.5]
	1	[0.7]
	1	[0.1]
	1	[0.3]
	1	[0.9]
Алгоритм рою часток	1	[0.9]

Приклад пошуку екстремумів функції $\sin(5\pi x)^6$

Інтерфейс користувача та приклад роботи програми

17

Результат		
	Значення функції	Координати точки
Генетичний алгоритм	0.879	[0.5 0.5]
ШІС	0.794	[0.501 0.389]
	0.795	[0.5 0.61]
	0.795	[0.39 0.5]
	0.879	[0.5 0.499]
	0.719	[0.39 0.61]
	0.795	[0.61 0.5]
	0.719	[0.61 0.61]
	0.719	[0.39 0.39]
	0.719	[0.61 0.389]
	0.562	[0.501 0.277]
	0.513	[0.608 0.718]
Алгоритм рою часток	0.879	[0.5 0.5]

Приклад пошуку екстремумів функції

$$(15xy(1-x)(1-y) \sin(9\pi x) \sin(9\pi y))^2$$

Результат		
	Значення функції	Координати точки
Генетичний алгоритм	0	[0 0]
ШІС	1	[0.994 -0.005]
	1.001	[0.002 1]
	2.019	[-0.988 1.005]
	0	[0 0]
	0.996	[-0.996 -0.002]
	1.99	[0.995 0.996]
	1.006	[-0.003 -0.988]
	1.994	[0.993 -0.991]
	1.998	[-0.999 -0.99]
	3.119	[0.047 -0.119]
	7.436	[0.901 -0.852]
	6.864	[1.921 -0.924]
	5.689	[1.911 -0.051]
Алгоритм рою часток	0	[0 0]

Приклад пошуку екстремумів функції

$$f(x, y) = 20 + (x^2 - 10 * \cos(2\pi x)) + (y^2 - 10 * \cos(2\pi y))$$

Висновки

18

- В роботі досліджено та проаналізовано велику кількість літератури про задачі оптимізації, генетичні алгоритми, штучні імунні системи та метод рою часток.
- Проведено аналіз областей використання даних методів, виділено їх основні властивості, а також проведено порівняння їх роботи.
- Розроблено програмний продукт, який реалізує роботу даних алгоритмів.

Дякую за увагу!