Магістерська дисертація на тему:

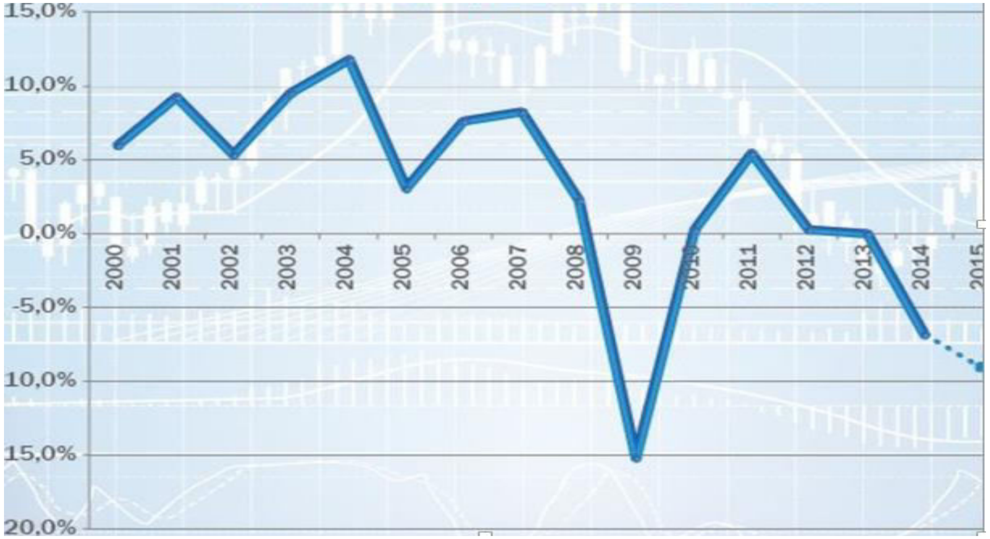
Ланцюги Маркова для моделювання ризиків в неоднорідних кредитних портфелях

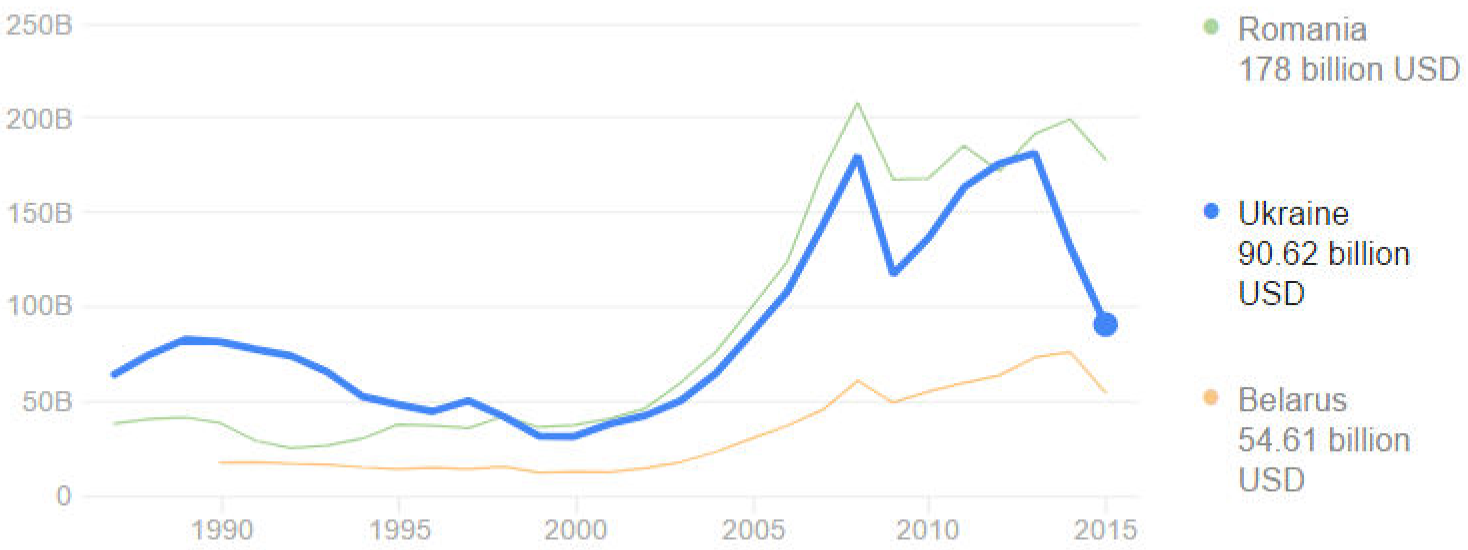
Виконав: студент VI курсу
Групи КА-51м
Зайцев Андрій
Науковий керівник:
к.ф. – м.н. доц. Каніовська І.Ю.

Актуальність роботи

Зміна ВВП України за останні роки:

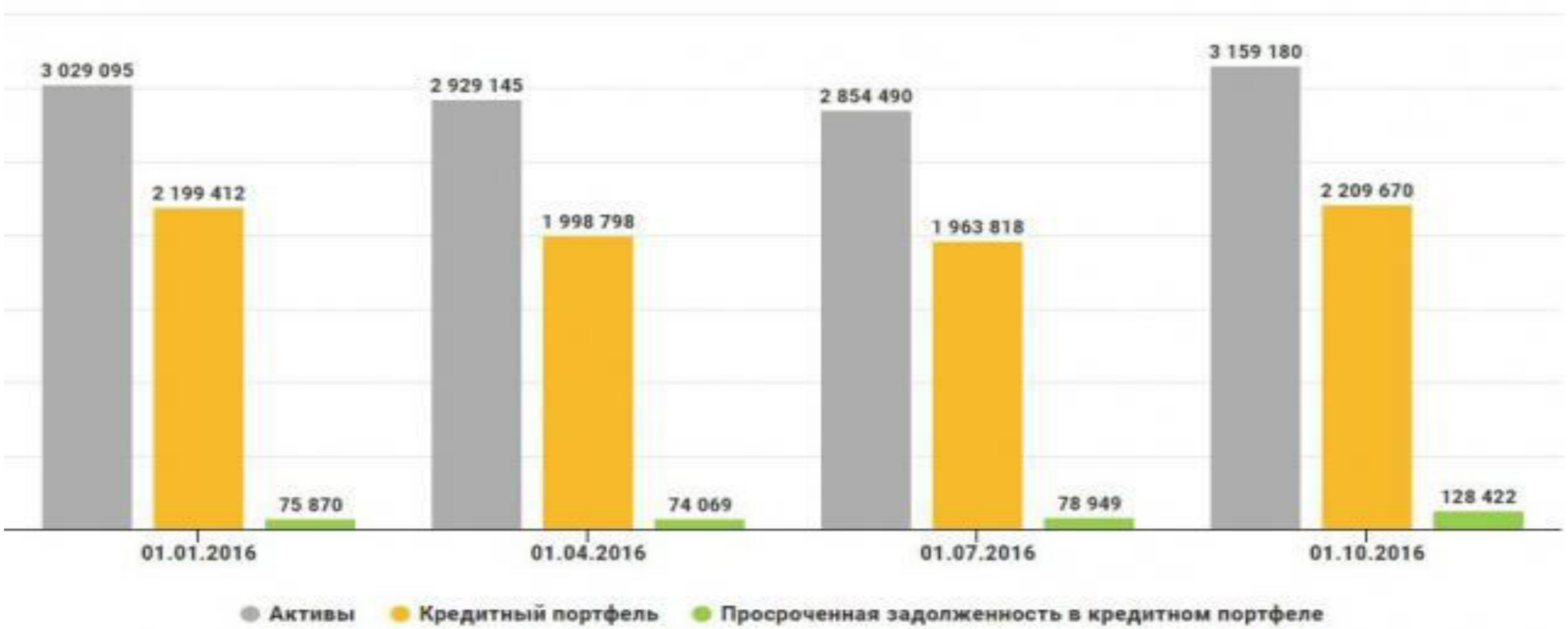
1) За даними МВФ
2) За звітом світового банку





Актуальність роботи

Кредитування є найважливішим напрямком здійснюваних банком активних операцій, так як кредитний портфель становить здебільшого від третини до половини всіх активів банку.



Об`єкт, предмет та мета дослідження

- Об`єкт дослідження: неоднорідний кредитний портфель.
- Предмет дослідження: особливості побудови розподілу портфеля з урахуванням ризику дефолтів, яким він підданий.
- Мета роботи: розробка системи моделювання ризиків в кредитних портфелях на основі Ланцюга Маркова, що дасть змогу проаналізувати макроекономічні фактори та загрози що впливають на портфель облігацій.

Задачі дослідження

- -дослідити інструментарій управління кредитним портфелем банку;
- -розробити модель оцінювання факторів ризику, яким підданий кредитний портфель
- -підібрати адекватні тестові фінансові дані, які можуть наглядно продемонструвати переваги та недоліки кожної з моделей;
- -створення програми візуалізації отримних результатів;
- -проаналізувати поведінку моделі на підібраних фінансових даних;
- -провести аналіз перспективності стартап-проекту, що базується на цих дослідженнях

Відомі моделі прогнозування кількості дефолтів в портфелі

1) Модель Біноміальних методів розширення (БМР)

Оригінальний портфель розміру n замінюється меншим портфелем розміру n'< n, члени якого, досягають дефолту незалежно один від одного, що призводить до біноміального розподілу числа дефолтів протягом фіксованого часового проміжку.

2) Модель підвищеного ризику Девіса і Лоу

Вважається, що портфель знаходиться в одному з двох станів: нормального ризику і підвищеного ризику. Він починає в стані нормальному ризику, але як тільки відбувається дефолт він переходить до стану підвищеного ризику, в якому показники небезпеки для всіх інших емітентів, домножуються на коефіцієнт підсилення k>1.

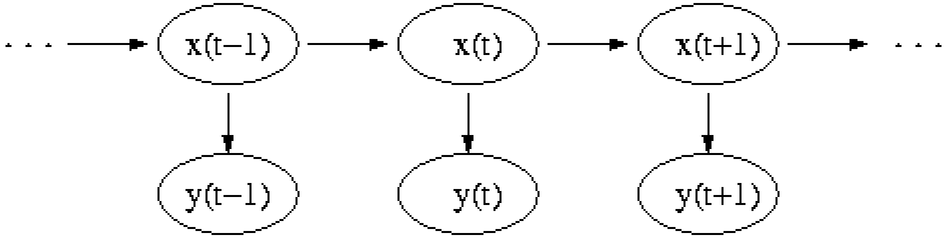
Прихована Модель Маркова

X(t) – значення прихованої змінної в момент часу t

Y(t) – значення спостережуваної змінної в момент часу t

Значення змінної X(t) залежить лише від значення змінної X(t-1). (Властивість Маркова)

Значення змінної Y(t) залежить лише від значення змінної X(t)



Прихований Ланцюг Маркова

n вимірів (прихована змінна)

m можливих спостережень (спостережвана змінна)

Параметри моделі:

1) початковий стан π, що описує розподіл на початковій вершині
2) матриця переходу a_{ij} для ймовірностей переходу з вершини i в вершину j та матриця спостережень
3) $b_i(m)$ ймовірності спостереження m у залежності від виміру i.

Запровонована модель

Прихований стан відповідає стану ризику, який може приймати 2 значення:

-0(нормальний ризик)

-1(підвищений ризик)

Початковий стан має рівні ймовірності знаходження в одному з двох можливих станів

В стані нормального ризику кількість m спостережених дефолтів на кожному етапі розподілена біноміально, з параметром λ:

$$P_0(m) = \binom{N_s}{m} \lambda^m (1-\lambda)^{(N_s-m)}$$

В стані підсиленого ризику λ домножуємо на фактор ризику k≥1

$$P_1(m) = \binom{N_s}{m} (\mathrm{k}\lambda)^m (1-\mathrm{k}\lambda)^{(N_s-m)}$$

Перехідна матриця має вигляд $(a_{ij}) = \begin{pmatrix} q & 1-q \\ 1-p & p \end{pmatrix}$

Модель повністю задається параметрами: λ, k, q, p

Алгоритм Баума-Велша

Початкові дані λ = (A, B, π)

$\lambda^* = \arg max_{\lambda} P(O|\lambda)$

$\alpha(t) = \mathrm{P}(O_1 = o_1, \ldots, O_t = o_t, Q_t = i|\lambda)$

1) $\alpha_i(1) = \pi_i * b_i(O_1)$

2) $\alpha_j(t+1) = b_j(O_{t+1}) \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t)\, a_{ij}$

$\beta_i(t) = p(O_{t+1} = o_{t+1}, \ldots, O_T = o_T | Q_t = i,\ \lambda)$

1) $\beta_i(T) = 1$

2) $\beta_i(t) = \sum_{j=1}^{N} \beta_j(t+1) a_{ij} b_j(O_{t+1})$

$$\gamma_i(t) = \mathrm{P}(Q_t = i|O,\lambda) = \frac{\alpha_i(t)\beta_i(t)}{\sum_{j=1}^{N} \alpha_j(t)\beta_j(t)}$$

$$\varepsilon_{ij}(t) = \mathrm{P}(Q_t = i, Q_{t+1} = j|O,\lambda) = \frac{\alpha_i(t)a_{ij}\beta_j(t+1)b_j(o_{t+1})}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \alpha_i(t)a_{ij}\beta_j(t+1)b_j(O_{t+1})}$$

Алгоритм Баума-Велша

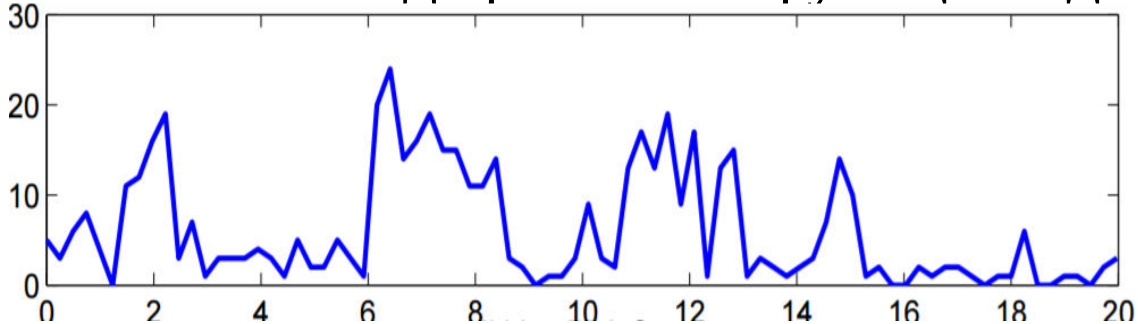
- $\pi_i = \gamma_i(1)$
- $a_{ij}(t) = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_{ij}(t)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_i(t)}$
- $b_i(k) = \frac{\sum_{t=1}^{T} \delta_{o_t o_k} \gamma_i(t)}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_i(t)}$

Робота моделі на симульованих даних

Параметри симуляції: N=1000 облігацій, T=20 років, Δt=90 днів

Параметри моделі: λ=0.004, k=5, q=p=0.9

Симульована кількість дефолтів як функція від часу



При початковому наближенні λ=0.001, k=2, q=p=0.5

Результат: λ=0.0038, k=4.6727, q=0.9075, p=0.9043

Алгоритм Вітербі

Задано:

S-простір станів ПММ,

π_i -- початкові ймовірності знаходження у стані і,

(a_{ij}) – матриця перехідних ймовірностей,

$y_1,\ldots,y_T$ – спостережувана послідовність

$x_1,\ldots,x_T$, що призводить до даної спостережуваної послідовності задається рекурентним співвідношенням:

$$V_{1,k} = P\ (y_1|\mathrm{k})\pi_k$$

$$V_{t,k} = max_{x\in S}(\mathrm{P}(y_t|\mathrm{k})a_{x,k}V_{t-1,x})$$

Нехай Ptr(k,t) буде функцією, що повертає значення x використане для обчислення $V_{t,k}$ при t > 1, або k при t=1.

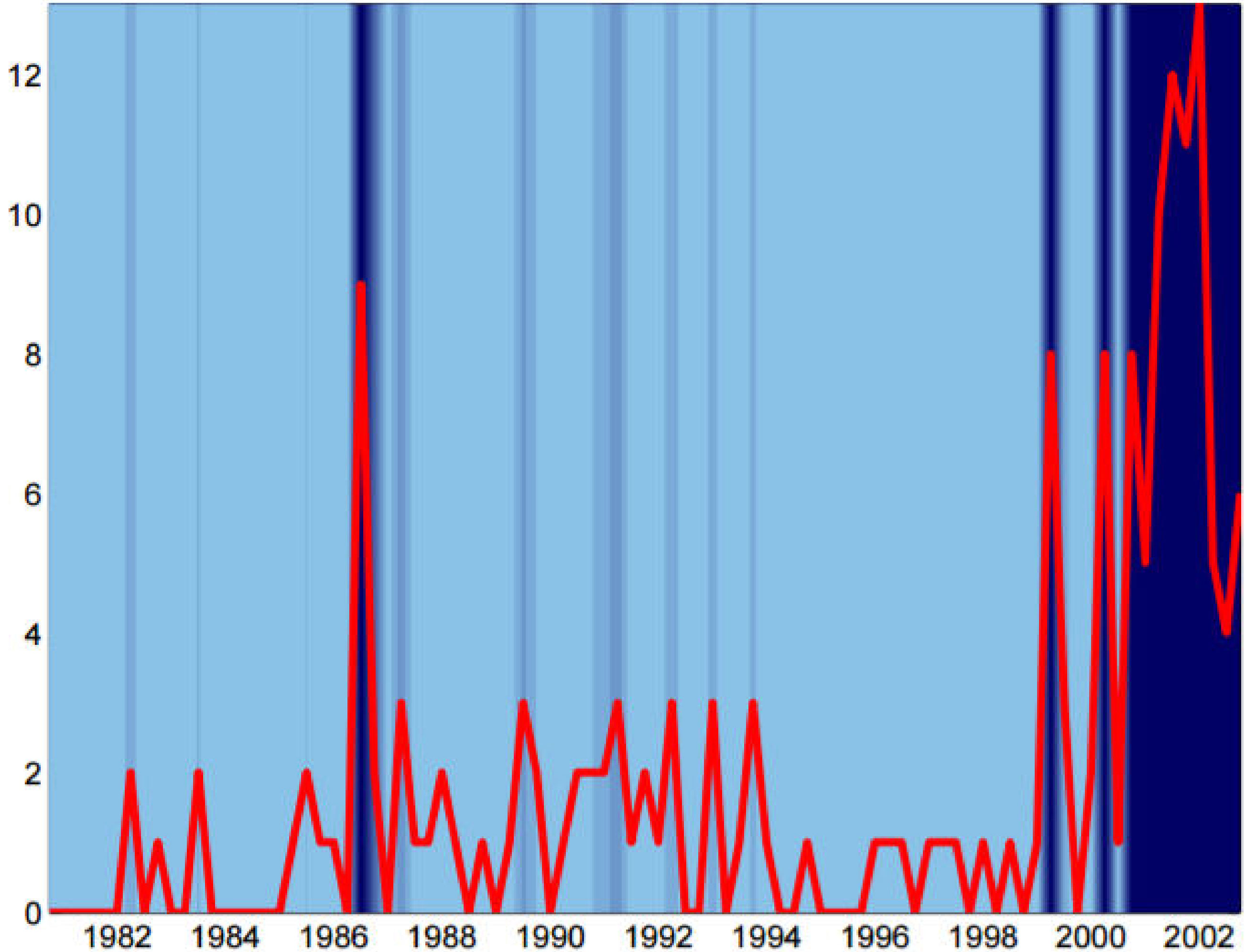
$$x_T = \arg max_{x\in S}(V_{T,x})$$

$$x_{t-1} = \mathrm{Ptr}(x_t, \mathrm{t})$$

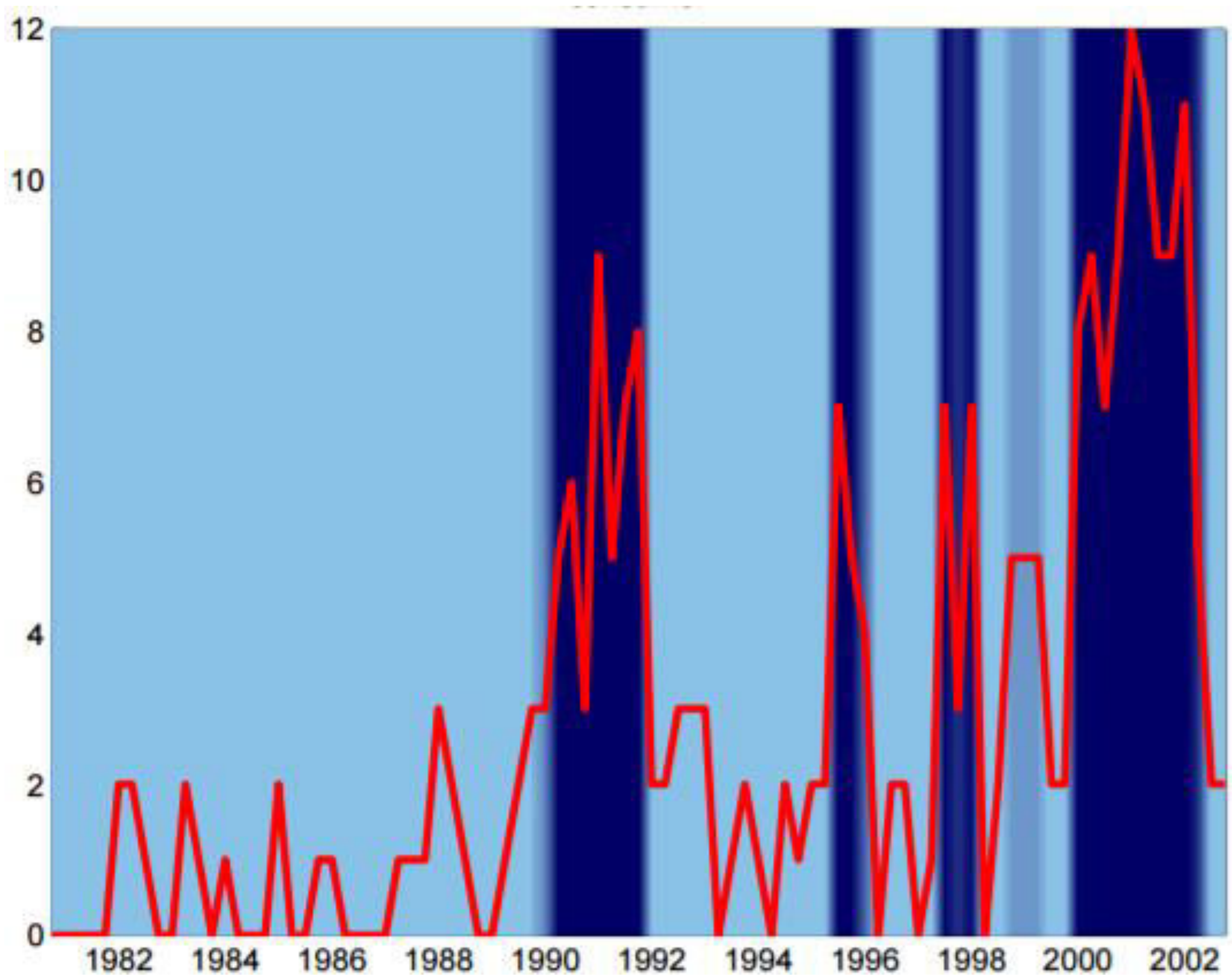
Робота моделі

Сектор	$N_{загальне}$	$N_{дефолтів}$	Λ	k	q	p
Машиноудівний	820	167	0.0018	7.3	0.90	0.67
Споживчий	1041	251	0.0019	6.2	0.93	0.80
Енергетичний	420	71	0.0014	7.1	0.95	0.88
Медіа	650	133	0.0028	7.3	0.96	0.80
Транспортний	281	59	0.0025	9.0	0.97	0.77

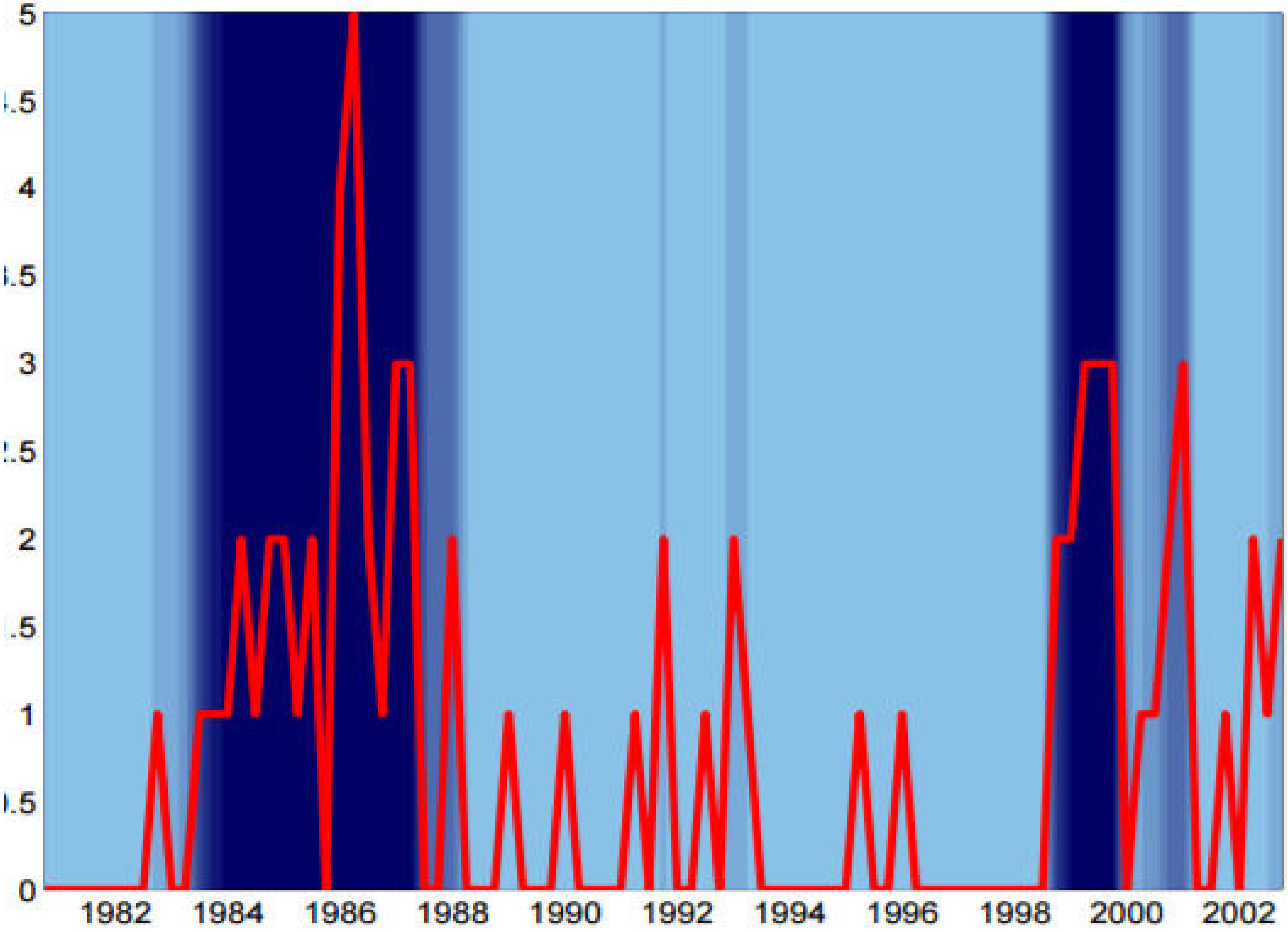
Машинобудівна сфера



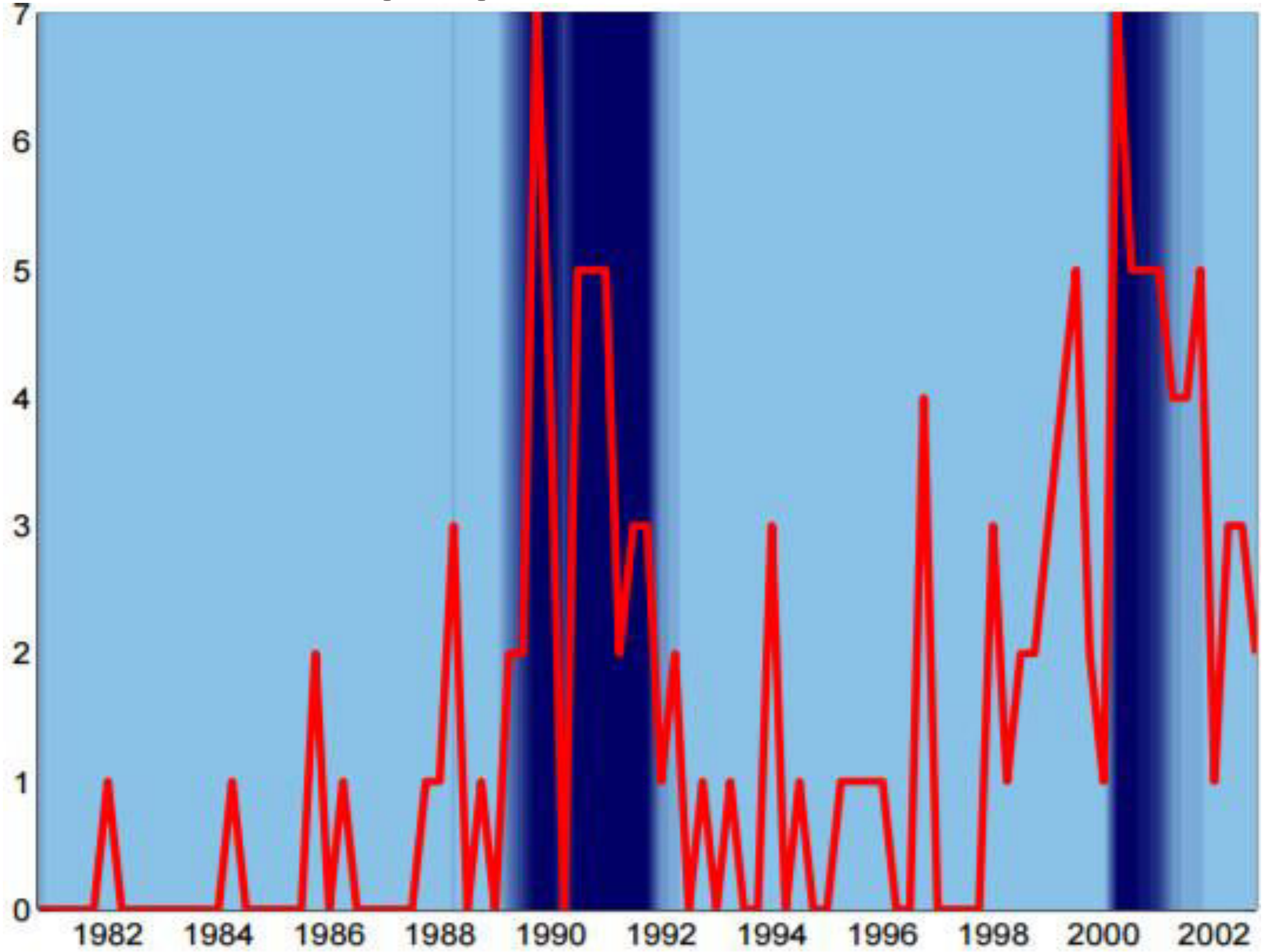
Сфера споживачів



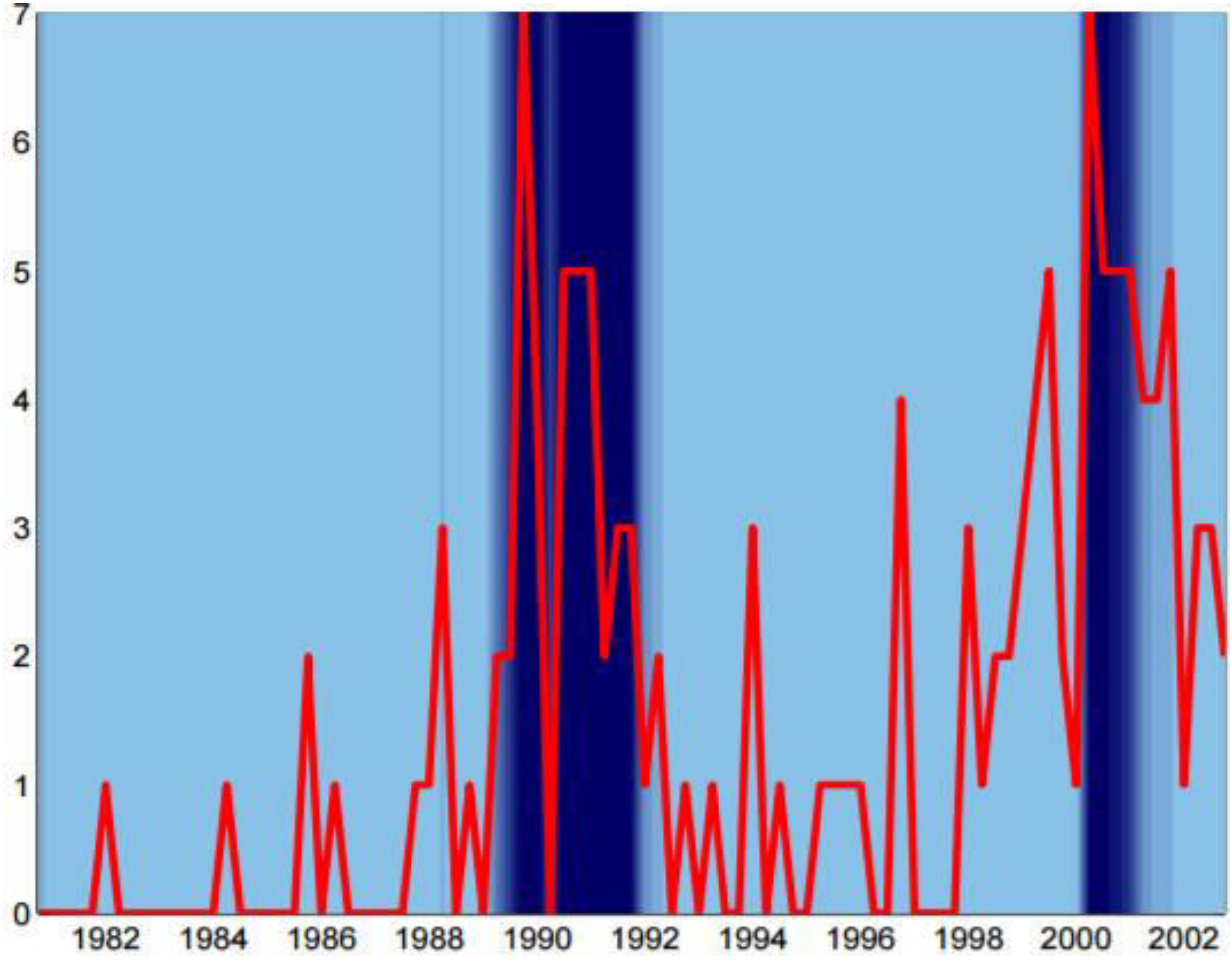
Сфера енергоспоживання



Медіа сфера


7
6
5
4
3
2
1
0
1982
1984
1986
1988
1990
1992
1994
1996
1998
2000
2002

Транспортна сфера



Оцінка квадратичного відхилення параметрів

За допомогою Метода Монте-Карло

Симулюємо у великої кількості (від N=50) реалізації ПММ з параметрами, що відповідають необхідному сектору.

Для кожної згенеровані послідовності ми оцінюємо параметри моделі за алгоритмом Баума-Велша.

Кожний результат зберігається у вектор Ω_i

Розраховуємо коваріційну матрицю:

$$C = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\Omega_i - \Omega')^T(\Omega_i - \Omega')$$

$$\Omega' \equiv \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Omega_i$$

Квадратичні відхилення будуть коренями елементів на діаогоналі

Приклад оцінки квадратичного відхилення параметрів ПММ для споживчого сектору

$$C = \begin{matrix} 8.3E-8 & -3.1E-4 & 2.9E-6 & -1.5E-6 \\ -3.1E-4 & 2.5 & -1.8E-2 & 4.4E-3 \\ 2.9E-6 & -1.8E-2 & 1.9E-3 & 2.4E-4 \\ -1.5E-6 & 4.4E-3 & 2.4E-4 & 5.1-3 \end{matrix}$$

λ=0.0019 ± 0.0003,

k=6.2 ± 1.6,

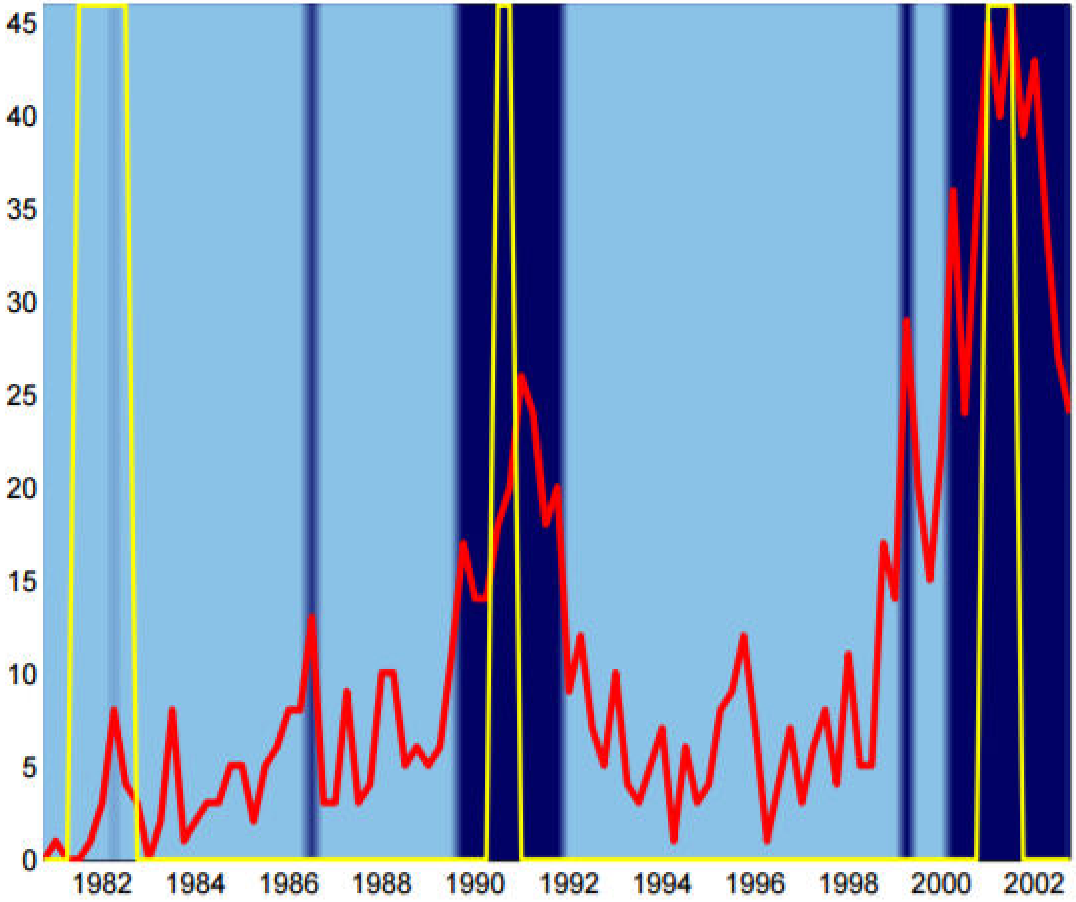
q=0.93 ± 0.04,

p=0.80 ± 0.07

Застосування моделі на цілому портфелі

Кількість облігацій: 6775; Збанкрутувало: 1013

Оцінка параметрів моделі: λ=0.0017, k=5.034, q=0.94, p=0.85



Quarterly dates are in parentheses

Peak	Trough
	December 1854 (IV)
June 1857(II)	December 1858 (IV)
October 1860(III)	June 1861 (III)
April 1865(I)	December 1867 (I)
June 1869(II)	December 1870 (IV)
October 1873(III)	March 1879 (I)
March 1882(I)	May 1885 (II)
March 1887(II)	April 1888 (I)
July 1890(III)	May 1891 (II)
January 1893(I)	June 1894 (II)
December 1895(IV)	June 1897 (II)
June 1899(III)	December 1900 (IV)
September 1902(IV)	August 1904 (III)
May 1907(II)	June 1908 (II)
January 1910(I)	January 1912 (IV)
January 1913(I)	December 1914 (IV)
August 1918(III)	March 1919 (I)
January 1920(I)	July 1921 (III)
May 1923(II)	July 1924 (III)
October 1926(III)	November 1927 (IV)
August 1929(III)	March 1933 (I)
May 1937(II)	June 1938 (II)
February 1945(I)	October 1945 (IV)
November 1948(IV)	October 1949 (IV)
July 1953(II)	May 1954 (II)
August 1957(III)	April 1958 (II)
April 1960(II)	February 1961 (I)
December 1969(IV)	November 1970 (IV)
November 1973(IV)	March 1975 (I)
January 1980(I)	July 1980 (III)
July 1981(III)	November 1982 (IV)
July 1990(III)	March 1991(I)
March 2001(I)	November 2001 (IV)
December 2007 (IV)	June 2009 (II)

Напрям подальших досліджень

- Модифікація запропоновоної моделі для врахування окремо факторів специфічних для сектора індустрії та загальноекономічних факторів
- Використовувати щорічні зміни в кредитних рейтингах компаній
- Можлива можифікація моделі для врахування впливу дефолтів на зміни стану ризику на сектор економіки

Аналіз перспективаності стартап-проекту

- Чи є можливість ринкової комерціалізації проекту (чи наявний попит, динаміка ринку, рентабельність роботи на ринку); - наявний – попит, ринок потенційно відкритий для інновацій, рентабельність вища за прибутковість банківських вкладів
- Чи є перспективи впровадження з огляду на потенційні групи клієнтів, бар'єри входження, стан конкуренції, конкурентоспроможність проекту; - так, ринок перспективний, конкуренції майже немає, конкурентноспроможність висока
- Яку альтернативу (варіант) впровадження доцільно обрати для ринкової реалізації проекту; - альтернатива, направлена на довгострокову роботу та утримання клієнтів
- Чи є доцільною подальша імплементація проекту. – так.

Висновки

- Було розроблено модель оцінювання макроекономічних факторів ризику кредитного портфеля
- Підібрані тестові дані та проаналізовано роботи моделі на них
- Модель було запрограмовано з метою візуалізації результатів
- Результати дослідження було представлено на науковій конференції SAIT 2017

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!