Застосування методів знаходження максимального потоку для сегментації зображень

- **Об’єкт дослідження**: сегментація зображень.
- **Предмет дослідження**: оптимізаційний підхід до сегментації зображень, алгоритми знаходження максимального потоку.
- **Методи дослідження**: алгоритми теорії графів, алгоритми комп’ютерного бачення.
- **Актуальність:** Великий діапазон застосувань: виявлення пухлин та інших патологій, визначення обсягів тканин, хірургія за допомогою комп'ютера, планування лікування, розпізнавання відбитків пальців, системи управління дорожнім рухом.

Сегментація зображення

- Мета сегментації зображення – поділ зображення на кілька частин (сегментів), які мають подібні характеристики або атрибути.
- Сегментація буває: локальна (конкретна частина зображення), глобальна (все зображення).
- Підходи сегментації зображень:

1) Виявлення переривчастості
2) Визначення подібності
3) Поєднання вищевказаних підходів

Оптимізаційний підхід до комп'ютерного бачення

- Він складається з двох великих кроків:

1) Вибір цільової функції – функції енергії:

$$E(f) = \sum_{p \in P} D_p(f_p) + \sum_{(p,q) \in N} w_{pq} * \delta(f_p = 1, f_q = 0)$$

2) Вибір методу оптимізації:

Метод знаходження максимального потоку (мінімального розрізу)

Побудова графа

- $G = (V, E)$. Вузли – пікселі. Два термінальних вузли: джерело s і стік t.
- t-зв’язки з’єднують регулярні вузли (пікселі) з термінальними
- n-зв’язки з’єднують пари сусідніх пікселів $\{p, q\} \in N$.
- Кожному (орієнтованому) n-зв’язку (p, q) присвоюється позитивна вага $w_{pq} \geq 0$.
- t-зв’язкам (s, p) і (p, t), що з’єднують піксель з термінальними вузлами присвоюються ваги $w_{sp} = D_p(0)$ і $w_{pt} = D_p(1)$.
- знаходження глобально оптимальної конфігурації f еквівалентно знаходженню мінімального $s - t$ розрізу у графі G.

Транспортні мережі, потік і розріз

- **Мережею** $G = (V, E)$ називають орієнтований граф, в якому кожне ребро $(u, v) \in E$ має позитивну пропускну здатність $c(u, v) > 0$. Якщо $(u, v) \notin E$, то вважаємо, що $c(u, v) = 0$. У транспортній мережі можна виділити дві вершини: джерело s і стік t.
- **Потоком** f в G є дійсна функція $f: V \times V \to R$, що задовольняє таким умовам:

1) $f(u, v) = -f(v, u)$ (антисиметричність);
2) $f(u, v) \leq c(u, v)$ (обмеження пропускної здатності); якщо ребра немає, то $f(u, v) = 0$;
3) $\sum_v f(u, v) = 0$ для всіх вершин u, крім s і t (закон збереження потоку).

- (s, t)**-розрізом** $\langle S, T \rangle$ в мережі G називається пара множин S, T, що задовольняє умовам:

1) $s \in S,\ t \in T$;
2) $S = V \setminus T$.

Мінімальний розріз і максимальний потік

- **Величина** потоку f визначається як $|f| = \sum_{v \in V} f(s, v)$.
- **Пропускна здатність розрізу** $\langle S, T \rangle$ позначається $c(S, T)$ і обчислюється за формулою:

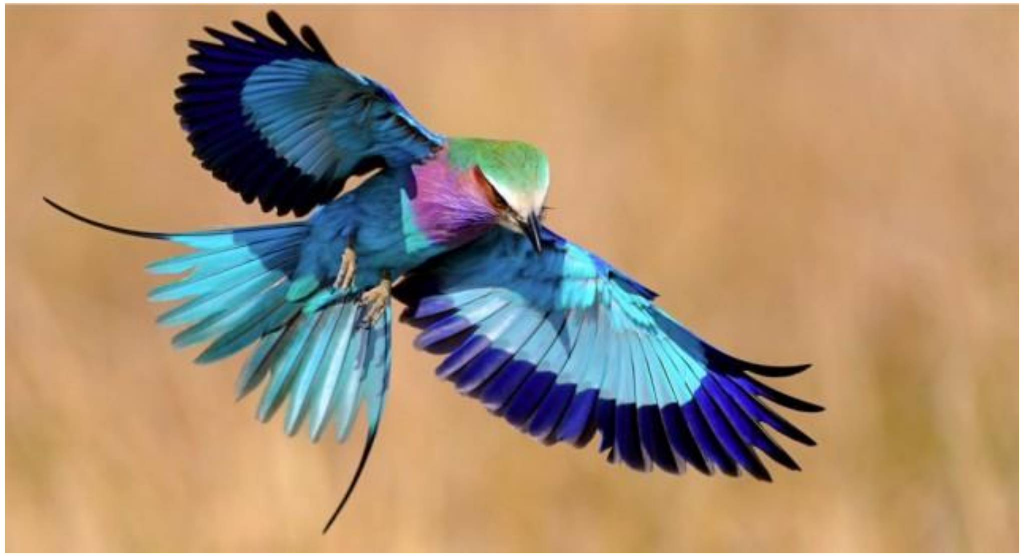
$$c(S,T) = \sum_{u \in S} \sum_{v \in T} c(u, v)$$

- **Лема (про максимальний потік і мінімальний розріз).** Якщо $f(S,T) = c(S,T)$, то потік f – максимальний, а розріз $\langle S, T \rangle$ – мінімальний.

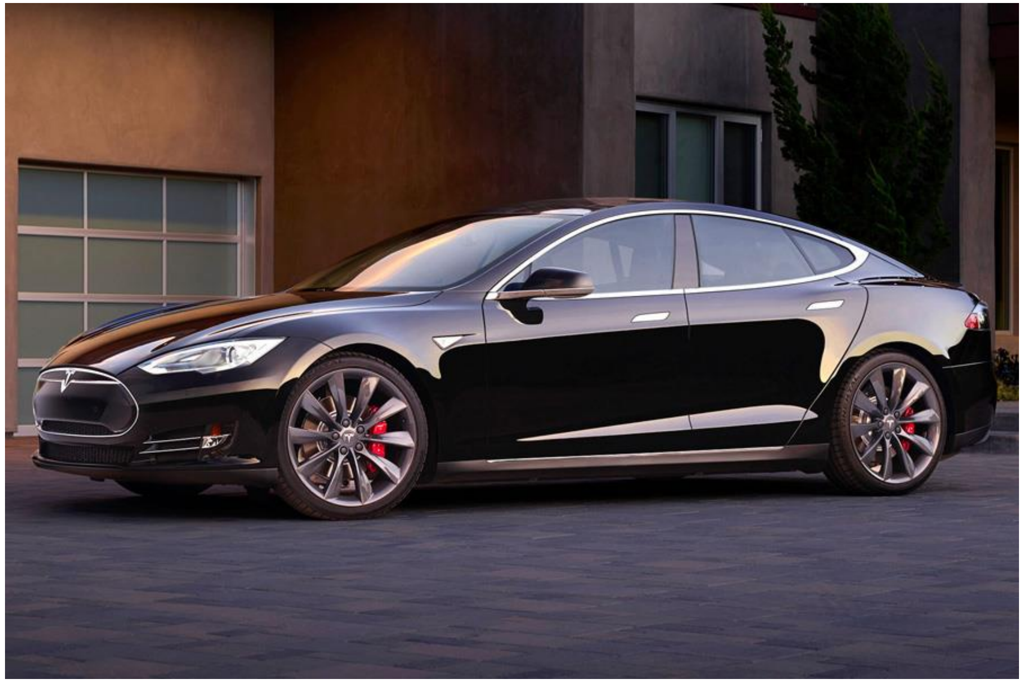
Огляд алгоритмів знаходження максимального потоку

- **Алгоритм Форда-Фалкерсона**. Складність $O(E|f|)$. Поганий алгоритм, складність залежить від відповіді. Але в основі – ідея, яка лежить в основі порівняно швидких алгоритмів.
- **Алгоритм Едмондса-Карпа.** Складність $O(VE^2)$. Строго поліноміальний алгоритм, але може бути покращений.
- **Алгоритм масштабування потоку.** Складність $O(E^2 \log U)$. На практиці набагато швидший, аніж алгоритм Едмондса-Карпа.
- **Алгоритм Дініца.** Складність $O(V^2 E)$. Найшвидший з розглянутих.

Результати роботи



Результати роботи



Висновки

- Найкращий розглянутий алгоритм – алгоритм Дініца, його складність – $O(V^2E)$.
- Був розглянутий оптимізаційний підхід до комп'ютерного бачення, з'ясували його переваги і недоліки.
- Мінімізація функції енергії тісно пов'язана з задачею пошуку мінімального розрізу (максимального потоку) у транспортній мережі.
- Був реалізований алгоритм і були проаналізовані результати його роботи.