

ГРАДІЄНТНІ МЕТОДИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ДВИГУНІВ ЗАГАЛЬНОПРОМИСЛОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Дипломну роботу виконав:

студент групи КА-31

Курін Ілля Миколайович

Науковий керівник:

к.т.н, доцент

Тимощук Оксана Леонідівна

Актуальність дослідження

- Науково-технічний прогрес в різних галузях промисловості викликає зростання потреб в електричних машинах.
- Проблема створення електричних машин, які мають оптимальні геометричні розміри, з'явилася із зародженням машинобудівництва і залишається актуальною до сьогоднішнього часу. Проте необхідність врахування великої кількості факторів ускладнює отримання та використання таких закономірностей при вирішенні прикладних задач.



Мета, об'єкт, предмет

- ◎ **Об'єкт:** оптимальне проектування електричних двигунів.
- ◎ **Предмет:** методи та алгоритми оптимального проектування двигунів загальнопромислового використання.
- ◎ **Мета:** дослідити числові методи оптимізації для проектування електричних двигунів та розробити програмний продукт, який буде знаходити оптимальні параметри для однофазного асинхронного двигуна.

Оптимальне проектування

- Оптимізація проекту є головною ціллю кожного інженера, який намагається створити окремий елемент, пристрій чи систему для забезпечення певних потреб.
- Вибір критерію якості залежить від призначення електричної машини і пред'явлених до неї вимог.
- Ціль оптимального проектування – отримати електричну машину, яка, задовольняючи усім вимогам системи обмежень по ваговим та енергетичним показникам, відповідає би технічним та технологічним вимогам.

Постановка задачі

- Надано модель електричного двигуна.
- Провести аналіз різних методів нелінійного програмування для розв'язку прикладних задач оптимізації.
- За допомогою програмного продукту з використанням методів оптимізації знайти оптимальні геометричні параметри двигуна в залежності від різних технологічних обмежень.

Побудова моделі

- Об'єкт оптимізації – електричну машину – можна розглядати як систему функцій від змінних входніх параметрів $X_1, X_2, \dots, X_n$ і вихідної величини F .
- При проектуванні однофазного асинхронного двигуна доцільно обмежитись сімома незалежними змінними: діаметром розточення статора $D_1 (X_1)$, довжиною пакета статора $l_1 (X_2)$, шириною зубця статора $b_{zs} (X_3)$, шириною зубця ротора $b_{zr} (X_4)$, висотою стінки статора $h_{as} (X_5)$, висотою стінки ротора $h_{ar} (X_6)$ та зовнішнім діаметром листа статора $D_a (X_7)$.

Обмеження на систему

Контрольовані характеристики однофазного асинхронного двигуна – це регламентовані стандартами чи технічними умовами значення кратності пускового початкового моменту $K_p (G_1)$, кратності пускового початкового струму $K_i (G_2)$, кратності максимального моменту $K_{max} (G_3)$, перевищення температури обмотки статора $T_{об} (G_4)$, коефіцієнта заповнення пазу $K_{зап} (G_5)$, коефіцієнта корисної дії ККД (G_6) та коефіцієнта потужності $\cos \varphi (G_7)$.

Критерій оптимальності

Критерієм оптимальності двигуна було взято масу електротехнічної сталі (F). Вона є сумою мас сталі спинок та зубців статора і ротора:

$$F = G_{AS} + G_{AR} + G_{ZS} + G_{ZR}$$

де,

1) G_{AS} – маса сталі спинки статора, кг:

$$G_{AS} = \gamma_c \pi (D_a - h_{as}) h_{as} l_l K_c$$

2) G_{AR} – маса сталі спинки ротора, кг:

$$G_{AR} = \gamma_c \pi (d_B + h_{ar}) h_{ar} l_l K_c$$

Критерій оптимальності

3) GZS – маса сталі зубців статора, кг:

$$GZS = \gamma_c Z_c b_{zs} h_{ns} l_l K_c$$

4) GZR – маса сталі зубців ротора, кг:

$$GZR = \gamma_c Z_c b_{zr} h_{nr} l_l K_c$$

де $\gamma_c=7800$ кг/м³ – питома маса сталі,
 $K_c=0.95$ – коефіцієнт заповнення пакета
 сталлю, $d_v=0.02$ м – діаметр вала, $Z_c=24$ -
 кількість пазів статора, а h_{ns} та h_{nr} –
 проміжні змінні:

$$h_{ns} = \frac{(D_a - D_l - 2 * h_{as})}{2}$$

$$h_{nr} = \frac{\pi(D_l - 0.0019) - 17 * b_{zr}}{17 + \pi} + 0.0007$$

Отримана задача оптимізації

Була отримана задача нелінійної оптимізації:

$$\begin{cases} F(\bar{X}) \rightarrow \min \\ \tilde{G}_j(\bar{X}) \geq 0, j = 1, \dots, m \\ X_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

де $m=n=7$, $\tilde{G}_j(\bar{X})$ – видозмінені функції обмежень: $\tilde{G}_j(\bar{X}) = G_j(\bar{X}) - b_j$ або $\tilde{G}_j(\bar{X}) = b_j - G_j(\bar{X})$, а b_j - обмеження на технічні параметри двигуна.

Методи нелінійної оптимізації

Для розв'язання отриманої задачі математичного програмування було обрано чотири методи.

Градiєнтні методи:

- 1) *метод штрафних функцій;*
- 2) *модифікований метод множників Лагранжа;*
- 3) *метод допустимих напрямків.*

Також було запропоновано розв'язок за допомогою одного з методів нульового порядку – *методу комплексів.*

Метод штрафних функцій

Алгоритм, який було використано в програмному продукті:

- 1) задати початковий вектор x^0 , початковий параметр $R=0$, ε_1 – параметр закінчення одновимірної оптимізації, ε_2 – параметр закінчення процедури безумовної оптимізації та ε_3 – параметр завершення роботи алгоритму;
- 2) побудувати штрафну функцію $P(x^t, R^t) = f(x^t) + Q(R^t, g(x^t))$;
- 3) знайти x^{t+1} , який є мінімумом функції $P(x, R)$ при фіксованому $R = R^t$. У якості початкової точки використовувати x^t , а в якості параметра закінчення кроку - ε_2 . В програмному продукті безумовна мінімізація відбувається методом спряжених градієнтів;

Метод штрафних функцій

4) перевірити виконання умови $|P(x^{t+1}, R^t) - P(x^t, R^{t-1})| \leq \varepsilon_3$. У випадку, якщо вона виконується, то покласти $x^{t+1} = x^T$ і завершити процес розв'язання.

Інакше, перейти до наступного кроку;

5) покласти $R^{t+1} = R^t + \Delta R$ у відповідності з обраним правилом перерахунку та перейти до пункту 2.

Для програмного продукту числом ΔR було обрано 1, тобто на першій ітерації $R=0$, на другій $R=1$, на третій $R=2$ і так далі.

Метод штрафних функцій

В програмному продукті було використано штраф у вигляді функції квадрату зрізання:

$$Q(R, g(x)) = \begin{cases} 0, & g(x) \geq 0 \\ (g(x))^2, & g(x) < 0 \end{cases}$$

Слід зауважити, що даний штраф зовнішній, тому стаціонарні точки, які отримуються після кожної ітерації, можуть бути недопустимими.

Метод множників

Алгоритм, який було використано в програмному продукті:

1) задати початковий вектор x^0 , постійний ваговий коефіцієнт $R=10$, початковий вектор параметрів $\sigma_j = 0$, $j = 1, \dots, m$, ε_1 — параметр закінчення одновірної оптимізації, ε_2 — параметр закінчення процедури безумовної оптимізації та ε_3 — параметр завершення роботи алгоритму;

2) побудувати штрафну функцію $P(x, \sigma) = f(x) + R \sum_{j=1}^m (\langle g_j(x) + \sigma_j \rangle^2 - \sigma_j^2)$,

де $\langle \cdot \rangle$ - функція зрізання, яка має вид:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

Метод множників

3) знайти x^{t+1} , який є мінімумом функції $P(x, \sigma)$ при фіксованому $\sigma = \sigma^t$. У якості початкової точки використовувати x^t , а в якості параметра закінчення кроку - ε_2 . В програмному продукті безумовна мінімізація відбувається методом спряжених градієнтів;

4) перевірити виконання умови $|P(x^{t+1}, \sigma^t) - P(x^t, \sigma^{t-1})| \leq \varepsilon_3$. У випадку, якщо вона виконується, то покласти $x^{t+1} = x^T$ і завершити процес розв'язання. Інакше, перейти до наступного кроку;

5) перерахувати $\sigma_j^{t+1} = \langle g_j(x^t) + \sigma_j^t \rangle$, $j = 1, 2, \dots, m$ та перейти до пункту 2.

При точному розв'язанні підзадач безумовної оптимізації даний метод збігається до точки Куна-Такера.

Метод комплексів

Було розглянуто один із методів прямого пошуку, тобто пошук оптимальної точки проводитися лише обчисленням значень цільової функції та обмежень, не обчислюючи їх градієнти. Даний тип методів був розроблений у зв'язку з тим, що в прикладних технічних задачах цільова функція та обмеження можуть бути недиференційованими.

Метод комплексів

Алгоритм, який було використано в програмному продукті:

Спочатку задана строго допустима початкова точка x^0 , параметр відображення α і параметри завершення обчислень ε та δ .

Крок 1. Побудова початкового комплексу, який складається з P допустимих точок. Для кожної точки $p=1,2,\dots, P$ виконуємо наступні операції:

- 1) випадковим чином генеруємо координати x_i^p ;
- 2) якщо x^p — недопустима точка, то треба знайти центр мас $\bar{x}$ вже знайдених точок і покласти $x^p = x^p + \frac{1}{2}(\bar{x} - x^p)$, повторювати дану процедуру, поки x^p не стане допустимою;
- 3) якщо x^p — допустима точка, то повторювати пункт 1 до тих пір, поки $p=P$;
- 4) обчислити $f(x^p)$ для $p=1,\dots,P$.

Метод комплексів

Крок 2. Відображення комплексу:

- 1) обрати точку x^R , для якої $f(x^R) = \max_p f(x^p) = F_{max}$;
- 2) знайти центр мас $\bar{x}$ і нову точку за формулою $x^m = \bar{x} + \alpha(\bar{x} - x^R)$;
- 3) якщо x^m — недопустима точка і $f(x^m) \geq F_{max}$, зменшити відстань вдвічі між x^m і центром мас $\bar{x}$, і продовжувати дану операцію до тих пір, поки $f(x^m) < F_{max}$;
- 4) якщо x^m — допустима точка і $f(x^m) < F_{max}$, то перейти до кроку 4;
- 5) якщо x^m — недопустима точка, то перейти до кроку 3.

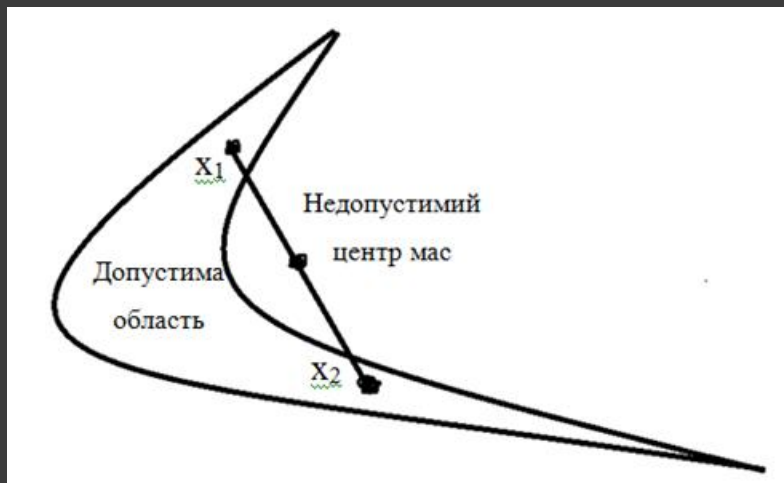
Крок 3. Якщо x^m — недопустима точка, то зменшити вдвічі відстань до центру мас і продовжувати до тих пір, поки вона не стане допустимою.

Крок 4. Перевірка умов завершення обчислень:

- 1) покласти $\bar{f} = \frac{1}{p} \sum_{p=1}^p f(x^p)$ і $\bar{x} = \frac{1}{p} \sum_{p=1}^p x^p$;
- 2) якщо $\|f(x^p) - \bar{f}\| \leq \varepsilon$ і $\|x^p - \bar{x}\| \leq \delta$, то завершити обчислення. Інакше, перейти до кроку 2.

Метод комплексів

Хоча метод комплексів не потребує диференційованості функцій, які визначають задачу, так як не потрібно шукати похідні від них, необхідною умовою є опуклість допустимої області.



Метод допустимих напрямків

Алгоритм, який було використано в програмному продукті:

Спочатку задана допустима початкова точка x^0 .

Крок 1. Розв'язати задачу лінійного програмування:

$$\begin{cases} \theta \rightarrow \max \\ \nabla f(x^t)d \leq -\theta \\ g_j(x^t) + \nabla g_j(x^t)d \geq 0, j = 1, 2, \dots, m \\ -1 \leq d_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Крок 2. Якщо $\theta^t \leq 0$, то обчислення завершити. Інакше, знайти $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = \min \{ \alpha | g_j(x^t + \alpha d^t) = 0, j = 1, \dots, m \text{ і } \alpha \geq 0 \}$$

Якщо не існує $\bar{\alpha} > 0$, то покласти $\bar{\alpha} = \infty$.

Крок 3. Знайти таке α^t , що

$$f(x^t + \alpha^t d^t) = \min \{ f(x^t + \alpha d^t) | 0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha} \}.$$

Покласти $x^{t+1} = x^t + \alpha^t d^t$ і продовжити розв'язок.

Метод допустимих напрямків

У випадку неопуклої допустимої області необхідно обережно проводити одномірний пошук, бо, рухаючись вздовж допустимого напрямку d , можна вийти за межі області допустимих значень, а потім знову повернутися до неї.

Інтерфейс програмного продукту

Оптимальне проектування двигуна

Метод оптимізації:

- ☒ Метод штрафних функцій
- ☐ Метод множників
- ☐ Метод комплексів
- ☐ Метод допустимих напрямків

Пошук допустимої точки

Оптимізація

Обмеження	Початкова точка	Оптимальна точка
$K_p \geq 0,5$	$D_s = 0,072$	$D_s^* =$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,048$	$L_s^* =$
$K_{max} \geq 1,6$	$bzs = 0,00464$	$bzs^* =$
$T_{ob} \leq 75$	$bzr = 0,00632$	$bzr^* =$
$K_{зап} \geq 0,7$	$has = 0,01$	$has^* =$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,01945$	$har^* =$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,12$	$Da^* =$

Результати проектування

Маса= 2,88178232092118

Кратність пускового моменту= 0,736546755780058

Кратність пускового струму= 3,70805252115313

Кратність максимального моменту= 1,66833327428185

Перевищення температури= 53,1979438027457

Коефіцієнт заповнення паза= 0,707965037897522

ККД= 0,593363315481455

COSfi= 0,997982241353272

Обмеження	Початкова точка
Кп >= 0,5	Ds= 0,072
Ки <= 4	Ls= 0,048
Кmax >= 1,6	bzs= 0,00464
Тоб <= 75	bzr= 0,00632
Кзап >= 0,7	has= 0,01
ККД >= 0,58	har= 0,01945
COSfi >= 0,9	Da= 0,12

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу штрафних функцій:

Маса= 1,42099081655834

Кратність пускового моменту= 0,687389487554123

Кратність пускового струму= 3,67393403193005

Кратність максимального моменту= 1,60267140203772

Перевищення температури= 64,7684399207871

Коефіцієнт заповнення паза= 0,702192574193394

ККД= 0,598203789827358

COSfi= 0,987629423557766

Обмеження	Початкова точка	Оптимальна точка
$K_p \geq 0,5$	$D_s = 0,072$	$D_s^* = 0,076353411$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,048$	$L_s^* = 0,040907183$
$K_{max} \geq 1,6$	$bzs = 0,00464$	$bzs^* = 0,000653398$
$T_{об} \leq 75$	$bzr = 0,00632$	$bzr^* = 0,006934753$
$K_{зап} \geq 0,7$	$has = 0,01$	$has^* = 0,008123266$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,01945$	$har^* = 0,011448195$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,12$	$Da^* = 0,111766176$

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу множників:

Маса= 2,86200692278503

Кратність пускового моменту= 0,734896538383151

Кратність пускового струму= 3,7074097158541

Кратність максимального моменту= 1,66621025417383

Перевищення температури= 54,0335402101783

Коефіцієнт заповнення паза= 0,696629040847573

ККД= 0,593791734957574

COSfi= 0,997918576228401

Обмеження	Початкова точка	Оптимальна точка
$K_n \geq 0,5$	$D_s = 0,072$	$D_s^* = 0,072009565$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,048$	$L_s^* = 0,047958515$
$K_{max} \geq 1,6$	$b_{zs} = 0,00464$	$b_{zs}^* = 0,004557421$
$T_{об} \leq 75$	$b_{zr} = 0,00632$	$b_{zr}^* = 0,006315966$
$K_{зап} \geq 0,7$	$has = 0,01$	$has^* = 0,009950158$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,01945$	$har^* = 0,019404522$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,12$	$Da^* = 0,119978594$

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу комплексів:

Маса= 1,00018667044008

Кратність пускового моменту= 0,808980933109548

Кратність пускового струму= 3,24168109719214

Кратність максимального моменту= 1,70540342905756

Перевищення температури= 65,2460840305055

Коефіцієнт заповнення паза= 1,15974908110905

ККД= 0,580134034418533

COSfi= 0,902969058054003

Обмеження	Початкова точка	Оптимальна точка
$K_p \geq 0,5$	$D_s = 0,072$	$D_s^* = 0,064883740$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,048$	$L_s^* = 0,035936349$
$K_{max} \geq 1,6$	$bzs = 0,00464$	$bzs^* = 0,001476380$
$T_{об} \leq 75$	$bzr = 0,00632$	$bzr^* = 0,005548142$
$K_{зап} \geq 0,7$	$has = 0,01$	$has^* = 0,010206338$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,01945$	$har^* = 0,000236768$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,12$	$Da^* = 0,101012306$

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу допустимих напрямків:

Маса= 2,75147518432481

Кратність пускового моменту= 0,745156137524859

Кратність пускового струму= 3,70847719539372

Кратність максимального моменту= 1,66879208122606

Перевищення температури= 51,8090363784007

Коефіцієнт заповнення паза= 0,71183734675926

ККД= 0,593765087537244

COSfi= 0,998176604911762

Обмеження		Початкова точка		Оптимальна точка	
$K_n \geq$	0,5	$D_s =$	0,072	$D_s^* =$	0,073795706
$K_i \leq$	4	$L_s =$	0,048	$L_s^* =$	0,046866596
$K_{max} \geq$	1,6	$b_{zs} =$	0,00464	$b_{zs}^* =$	0,004229281
$T_{об} \leq$	75	$b_{zr} =$	0,00632	$b_{zr}^* =$	0,006679705
$K_{зап} \geq$	0,7	$has =$	0,01	$has^* =$	0,008559420
$ККД \geq$	0,58	$har =$	0,01945	$har^* =$	0,022345515
$COSfi \geq$	0,9	$Da =$	0,12	$Da^* =$	0,116970007

Результати проектування

Маса= 6,23918963465855

Кратність пускового моменту= 1,0937927798565

Кратність пускового струму= 3,65770884215985

Кратність максимального моменту= 1,80938454184553

Перевищення температури= 13,6754634746593

Коефіцієнт заповнення паза= 2,89956357734757

ККД= 0,586559582567467

COSfi= 0,939508115089207

Обмеження	Початкова точка
$K_p \geq 0,5$	$D_s = 0,067169019$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,041582923$
$K_{max} \geq 1,6$	$bzs = 0,003533945$
$T_{об} \leq 75$	$bzr = 0,006202432$
$K_{зап} \geq 0,72$	$has = 0,090855166$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,015552828$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,165946069$

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу множників:

Маса= 6,1487658187711

Кратність пускового моменту= 1,09608585449322

Кратність пускового струму= 3,64333715264638

Кратність максимального моменту= 1,80776752971345

Перевищення температури= 13,4097962682783

Коефіцієнт заповнення паза= 1,94393069278448

ККД= 0,585095110215281

COSfi= 0,938459188704572

Обмеження		Початкова точка		Оптимальна точка	
$K_p \geq$	0,5	$D_s =$	0,067169019	$D_s^* =$	0,067174547
$K_i \leq$	4	$L_s =$	0,041582923	$L_s^* =$	0,041479246
$K_{max} \geq$	1,6	$b_{zs} =$	0,003533945	$b_{zs}^* =$	0,003745835
$T_{об} \leq$	75	$b_{zr} =$	0,006202432	$b_{zr}^* =$	0,006200946
$K_{зап} \geq$	0,72	$has =$	0,090855166	$has^* =$	0,090883769
$ККД \geq$	0,58	$har =$	0,015552828	$har^* =$	0,015518644
$COSfi \geq$	0,9	$Da =$	0,165946069	$Da^* =$	0,165876268

Результати проектування

Розв'язок, отриманий за допомогою методу комплексів:

Маса= 4,39995513082927

Кратність пускового моменту= 0,987867256414982

Кратність пускового струму= 3,3877077283243

Кратність максимального моменту= 1,61119461914061

Перевищення температури= 73,3842304254298

Коефіцієнт заповнення паза= 0,805122326761415

ККД= 0,616849728090306

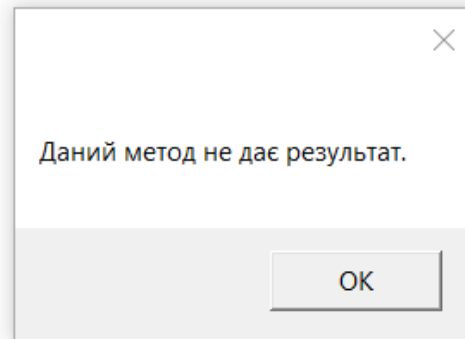
COSfi= 0,900230117624351

Обмеження	Початкова точка	Оптимальна точка
$K_p \geq 0,5$	$D_s = 0,067169019$	$D_s^* = 0,066633098$
$K_i \leq 4$	$L_s = 0,041582923$	$L_s^* = 0,037678590$
$K_{max} \geq 1,6$	$bzs = 0,003533945$	$bzs^* = 0,004169799$
$T_{об} \leq 75$	$bzr = 0,006202432$	$bzr^* = 0,006097657$
$K_{зап} \geq 0,72$	$has = 0,090855166$	$has^* = 0,085923721$
$ККД \geq 0,58$	$har = 0,015552828$	$har^* = 0,018999778$
$COSfi \geq 0,9$	$Da = 0,165946069$	$Da^* = 0,149926363$

Результати проектування

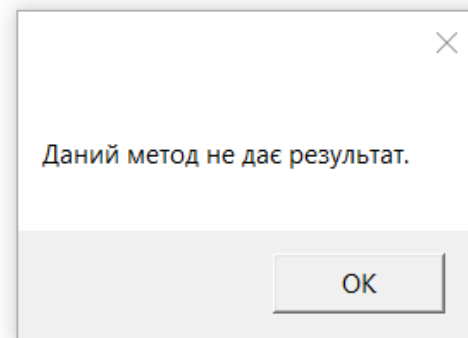
Метод оптимізації:

- ☒ Метод штрафних функцій
- ☐ Метод множників
- ☐ Метод комплексів
- ☐ Метод допустимих напрямків



Метод оптимізації:

- ☐ Метод штрафних функцій
- ☐ Метод множників
- ☐ Метод комплексів
- ☒ Метод допустимих напрямків



Аналіз результатів

- В роботі було оптимально спроектовано однофазний асинхронний двигун із різними варіантами його технічних обмежень. Проаналізувавши усі розв'язки, можна сказати, що методи штрафних функцій та допустимих напрямків є досить нестійкими щодо обчислень, бо в процесі ділення у функціях обмежень на числа, які близькі до нуля, відбувається вихід мінімізуючої послідовності алгоритму з меж допустимої області.
- Ефективним виявився метод комплексів, за умови початку алгоритму з точки, яка знаходиться не надто близько до границь допустимої області. Проте найкращим можна вважати модифікований метод множників Лагранжа, адже він дав результати з кожної початкової точки для даних систем обмежень.

Висновки

- Програмний продукт дозволяє проводити проектування однофазного асинхронного двигуна із різними технічними та технологічними обмеженнями.
- Порівняння обраних алгоритмів нелінійної оптимізації показало, що серед градієнтних методів найбільш ефективним для проектування технічних систем є модифікований метод множників Лагранжа, адже він дає результат з будь-якої точки допустимої області задачі. До того ж, було запропоновано використання в проектуванні двигунів метод комплексів, який належить до методів нульового порядку, який також виявився досить ефективним.
- Створення нових і модифікація старих методів нелінійної оптимізації відкриває великі можливості в проектуванні статичних систем будь-якої сфери діяльності людини.

Дякую за увагу!