

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”**

**«Знаходження відрізка мінімальної
довжини, який сполучає сторони кута і
проходити через точку всередині нього
та практичне застосування результатів»**

Виконав студент групи КА-31:

Коваленко Денис Юрійович

Науковий керівник;

к.ф.-м.н., доцент Яковлева А.П.

Актуальність роботи

- Розглянемо задачу знаходження найкоротшого шляху між сторонами одного кута, який проходить через задану точку в цьому куті. Дана модифікація задачі є важливою, оскільки різні моделі її вирішення (розв'язку) можуть використовуватися для мінімізації ресурсів у різних сферах виробництва та життєдіяльності людини.
- Тому **актуальність** теми зумовлюється загостренням необхідності великої кількості компаній в економії виробничих матеріалів, робочої сили та зменшення часу на виконання поставленого завдання, що в свою чергу зменшує дуже важливу в наші дні економічну складову будь якого проекту.

Об'єкт і предмет дослідження

- **Об'єкт дослідження:** задача знаходження найкоротшого шляху між сторонами одного кута, який проходить через задану точку в цьому куті
- **Предмет дослідження:** методи математичного моделювання та оптимізації, які застосовуються в задачах такого типу.

Мета та методи дослідження

- **Метою** даної дипломної роботи є детальний розгляд деяких методів одновимірної та багатовимірної оптимізації, побудова математичних моделей для поставленої задачі, проведення аналізу отриманих результатів оптимізації.
- **Методи дослідження:** для побудови математичних моделей використані математичний аналіз, лінійна алгебра та методи оптимізації.

Постановка задачі

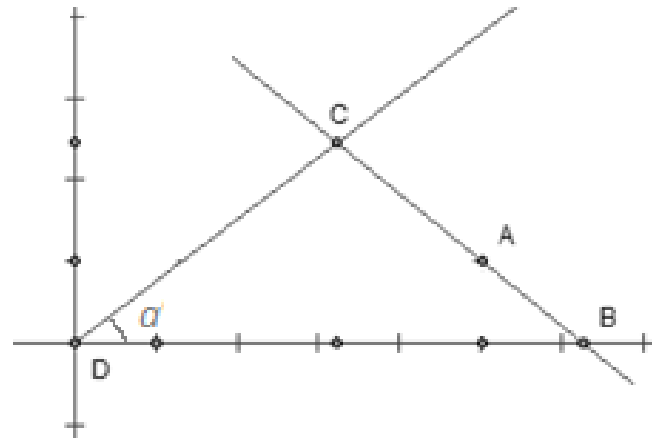
- Аналіз предметної області, вибір методів математичного моделювання і розв'язання оптимізаційних задач;
- Математично формалізувати поставлену задачу.
- Застосувати різні методи одновимірної оптимізації для мінімізації знайдених функцій.
- Порівняти отримані результати та проаналізувати найбільш оптимальні з них.

Опис першої моделі:

Виберемо систему координат так, щоб кут знаходився в початку координат, одна з прямих проходила по вісі ОХ інша була відхилена в додатному напрямі від першої на заданий кут α задана точка А в середині кута має координати $(x_a; y_a)$.

Дано: $\angle COB = \alpha$; А $(x_a; y_a)$;

Знайти: Точку В, так щоб $|BC| \rightarrow \min$



Шукана функція відстані $|BC|$:

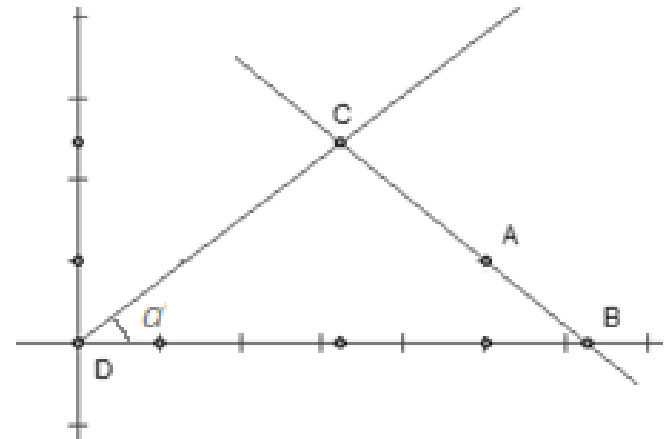
$$|BC| = \sqrt{\left(\frac{x_b \cdot y_a}{y_a + \operatorname{tg} \alpha (x_b - x_a)} - x_b\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot x_b \cdot y_a}{y_a + \operatorname{tg} \alpha (x_b - x_a)}\right)^2} = \frac{x_b \cdot \operatorname{tg} \alpha}{y_a + \operatorname{tg} \alpha (x_b - x_a)} \cdot \sqrt{(x_b - x_a)^2 + y_a^2}$$

Опис другої моделі:

Виберемо систему координат так, щоб кут знаходився в початку координат, одна з прямих проходила по вісі ОХ інша була відхилена в додатному напрямі від першої на заданий кут α задана точка А в середині кута має координати (a,b) .

Дано: $\angle COB = \alpha$; $A(a,b)$;

Знайти: Точку $C(x_0; x_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha)$, так щоб $|BC| \rightarrow \min$



Шукана функція відстані $|BC|$:

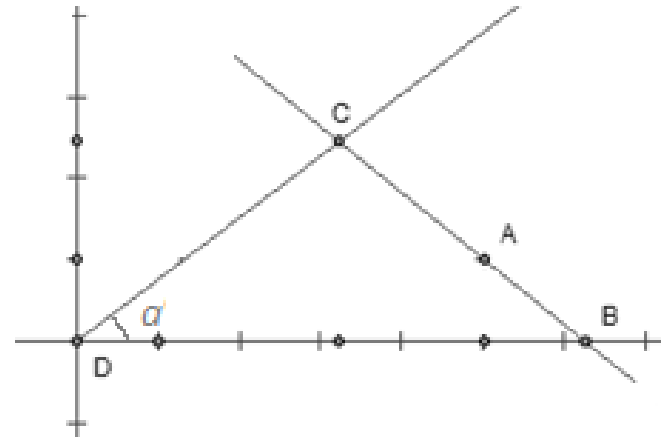
$$|BC| = x_0 * \sqrt{\left(1 - \frac{(a-b)}{x_0 - b \cdot \operatorname{ctg} \alpha}\right)^2 + (\operatorname{tg} \alpha)^2} \rightarrow \min$$

Опис третьої моделі:

Виберемо систему координат так щоб кут знаходився в початку координат, одна з прямих проходила по вісі ОХ інша була відхилена в додатному напрямі від першої на заданий кут α задана точка А в середині кута має координати (a,b) . Але в цьому випадку шукаем буде кут DBA позначемо його за β .

Дано: $\angle COB = \alpha$; $A(a;b)$;

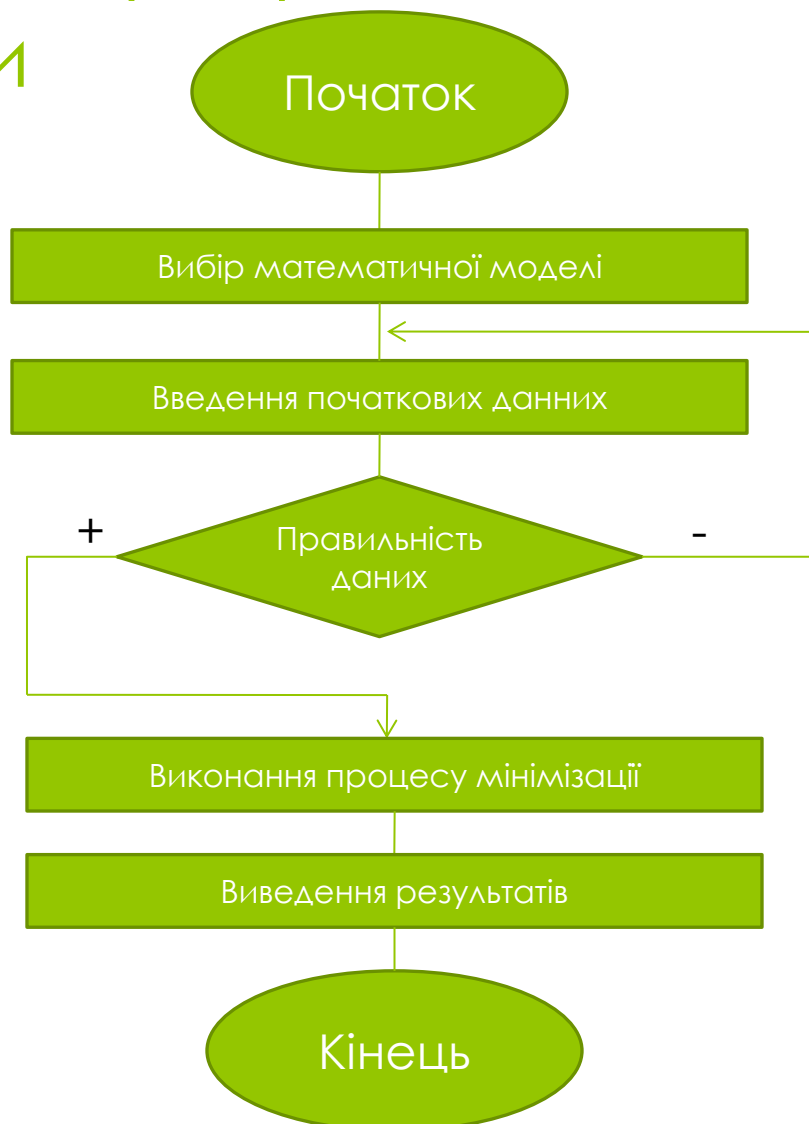
Знайти: Кут DBA = β , так щоб $|BC| \rightarrow \min$



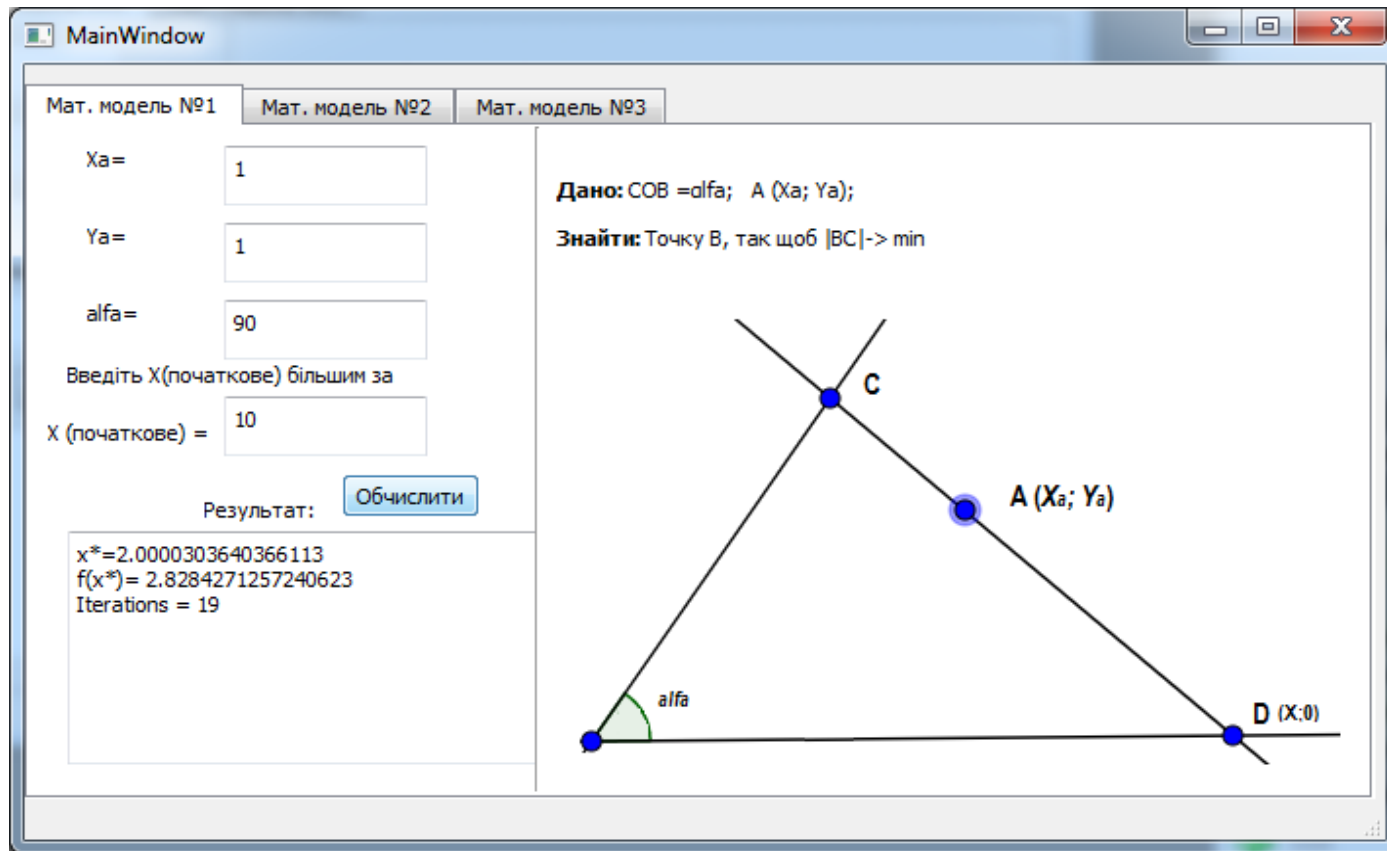
Шукана функція відстані $|BC|$:

$$|BC| = \sqrt{\left(\frac{b+a \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} - \frac{b+a \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot (b+a \cdot \operatorname{tg} \beta)}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}\right)^2} =$$
$$= (b + a \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}\right) \sqrt{1 + 1/(\operatorname{tg} \beta)^2}$$

Блок-схема розробленої програми



Приклад роботи програми з використанням першої математичної моделі.



Приклад роботи програми з використанням другої математичної моделі.

MainWindow

Мат. модель №1 Мат. модель №2 Мат. модель №3

Х_а=

Y_а=

alfa=

Введіть X(початкове) більшим за

X (початкове) =

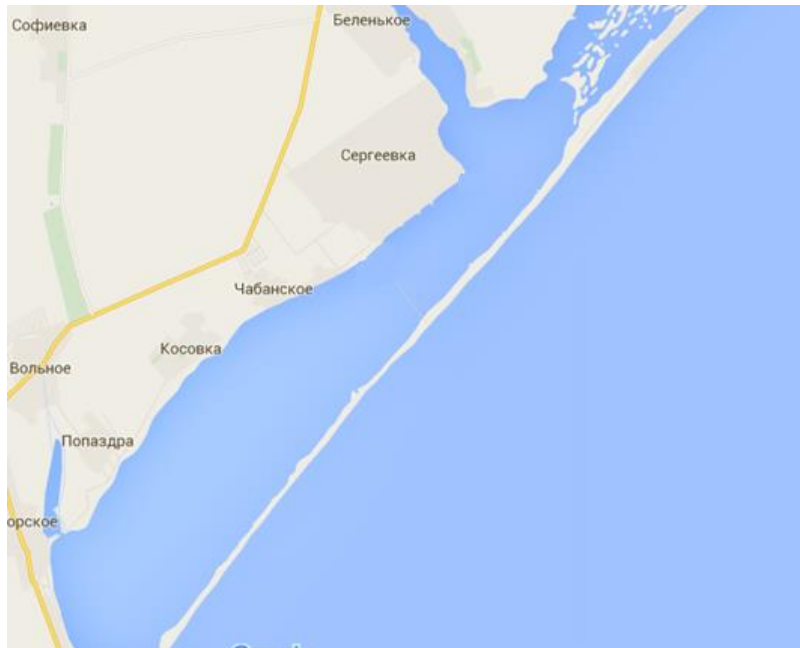
Результат:

x*=2.6360299619235676
f(x*)= 7.254732917766789
Iterations = 11

Дано: $\text{COB} = \text{alfa}; A (X_a; Y_a);$

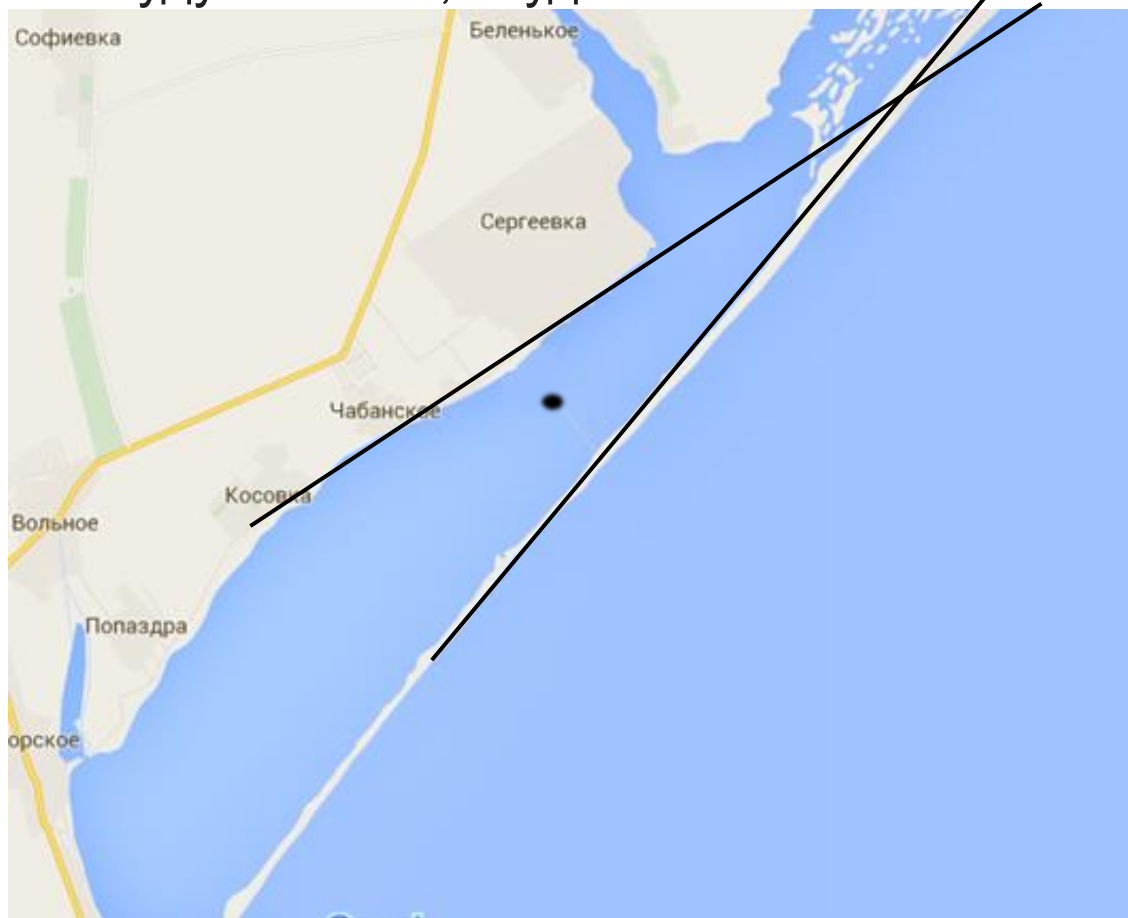
Знайти: Точку C (а конкретно значення X), так щоб $|BC| \rightarrow \min$

Дана модель була реалізована в Одеській області село Сергіївка



Було потрібно побудувати міст через Будацькому лиман, для зручного проїзду відпочиваючих і поставки продуктів на косу.

Як бачимо, берега лиману можна апроксимувати прямими.
А мілину в даному місці лиману послужила
можливістю побудувати міст, і буде аналогом точки А в моделях.



Висновки

- Проаналізовано предметну область, здійснено огляд вітчизняної та зарубіжної літератури по даній темі;
- Побудовано три математичні моделі поставленої задачі з використанням різних геометричних підходів;
- Спроектовано та реалізовано програмний продукт для мінімізації кожної із знайдених функцій для кожної з моделей;
- Проаналізовано отримані результати.

Перспективи для подальших досліджень

- В цій роботі було проаналізовано задачу мінімізації шляху між сторонами одного кута, який проходить через задану точку в цьому куті. В ході дослідження було розроблено 3 математичні моделі які з різних сторін по різному відтворюють реальну постановку задачі.
- В майбутній дослідженнях можуть бути побудовані інші математичні моделі для поставленої задачі, які можливо будуть мати інші властивості і більш точно моделювати реальну постановку задачі

Дякую за увагу!