

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

**Дипломна робота на здобуття ступеня бакалавра
з напрямку підготовки 6.040303 Системний аналіз і управління
на тему: Системний аналіз оптимальних акустичних полів для
заданого регіону**

Виконала: студентка групи КА-31 Акінфієва Є.О.
Науковий керівник: д.т.н., проф. Данилов В.Я.

Київ 2017

Мета

Метою даної роботи є дослідження поширення гідроакустичних полів та оптимальне керування ними в неоднорідному хвилеводі.

Постановка задачі

Розробити методи для керування акустичними полями у неоднорідному середовищі, при якому звуковий тиск в обраній області мав би заданий розподіл амплітуди, інтенсивності тощо.

Актуальність теми

Інтенсивний розвиток океанології обумовлений зростанням питання охорони природи та навколишнього середовища, підводної оборони країн та іншими глобальними задачами. Дослідження акустичних полів дозволить впровадити більш точну систему отримання необхідних звукових параметрів на заданих відстанях для акустичного зондування, складання топології дна та визначення координат рухомих джерел (човни, кораблі, косяки риб).

Об'єкт дослідження

Звукові поля в неоднорідних океанічних хвилеводах різної конфігурації

Предмет дослідження

Методи та алгоритми створення акустичних полів із заданими властивостями в вибраних областях океанічних хвилеводів.

Системний огляд, осмислення впливу параметрів середовища на поширення звукових хвиль в океані

- Аналіз підводного розповсюдження звуку базується на законах теоретичної акустики. Ці закони призводять до хвильового рівняння для акустичного тиску з відповідними початковими та граничними умовами на поверхні та дні океану. Властивостями океану, які мають враховуватися, є швидкість звуку $c(x,y,z,t)$, глибина $h(x,y)$, піднесення поверхні $\eta(x,y,t)$ та швидкість течії води $u(x,y,z,t)$.
- Необхідно також враховувати поглинання звукових хвиль, яке виникає через наявність хімічних реакцій, теплопровідності і тд.

Рівняння Гельмгольца

Із класичних рівнянь для гармонічних звукових хвиль отримаємо р-ня Гельмгольца для тиску

$$\Delta p + k^2(z)n^2(z)p = -u(z)$$

$$k = \omega / u(z)$$

$$n = c_0 / c(z)$$

- k - хвильове число (комплексне, $\text{Im} k > 0$);
- n – показник заломлення;
- c_0 - деяке фіксоване значення швидкості звуку;
- $u(z)$ – гармонічні джерела.

Умови:

$$p|_{z=0} = 0$$

$$\rho_0 p|_{z=H-0} = \rho_1 p|_{z=H+0}$$

$$\lim_{x,y \rightarrow \infty} p(x,y,z) = 0, \text{Im} k > 0, \text{Im} k_1 > 0$$

- ρ – щільність, обумовлена звуковою хвилею.
- Для гармонічних хвиль, рівняння Гельмгольца описує поширення акустичних хвильових процесів в океанічних хвилеводах з умовами затухання на нескінченності.

Метод нормальних мод

- Метод нормальних мод є ефективним у середовищах з параметрами, що не змінюються по розрахованих траєкторіях. (дає точні розв'язки)
- Нехай точкове джерело розташоване в хвилеводі, який представляє собою шар

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, (x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 < z < H\}$$

з імпедансною нижньою границею $z=H$ і абсолютно м'якою верхньою границею $z=0$ (вісь z направлена вертикально вниз), $k = \omega / c(z)$, де $c(z)$ неперервна швидкість звуку.

Розв'язок рівняння $\Delta p + k^2(z)p = 0$, $(r, z) \in G$ – шукаємо у вигляді добутку.

Метод нормальних мод

- Отже, розв'язок рівняння у вигляді $p(r, z) = \psi(r) \varphi(z)$ дає наступну систему:

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} + k^2(z) \varphi = \xi^2 \varphi, 0 < z < H,$$

$$\varphi(0) = 0, \frac{d\varphi(H)}{dz} + \alpha \varphi(H) = 0.$$

Метод параболічного рівняння

- Методом дослідження звукових полів на основі еліптичної апроксимації рівняння Гельмгольца є параболічне наближення.
- Метод враховує як всі дифракційні ефекти, пов'язані з характерною геометрією звукового каналу в океані, так і взаємозв'язок між хвильоводними модами.
- Методи параболічного рівняння засновані на геометричних конфігураціях, що виникають при розгляді хвиль у звуковому каналі.
- Розповсюдження звуку на далекі відстані відбувається на частотах, менших за 500Гц.
- Найбільший з кутів поширення променів, в основному визначаючих акустичне полі на великих відстанях, досить невеликий. Цей факт лежить в основі параболічного наближення.
- Основну ідею безперервного наближення Френеля можна продемонструвати за допомогою виразу для функції Гріна у випадку однорідного океану:

$$p = \frac{1}{[r^2 + (z - z_s)^2]^{1/2}} e\{ik_o[r^2 + (z - z_s)^2]^{1/2}\},$$

- Найбільш простий приклад параболічного наближення: $i \frac{\delta \psi}{\delta r} + \frac{1}{2k_o} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0.$

Метод параболічного наближення

- Загальний вигляд задачі:

У циліндричній системі координат (r, φ, z) на множині

$$\bar{G} = G \cup \Gamma = \{r_0 \leq r < \infty, 0 \leq \varphi \leq \Phi, 0 \leq z \leq H\}$$

розглядаємо початково-крайову задачу

$$2ik_0 \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k_0^2 (n^2(r, \varphi, z) - 1 + iv(r, \varphi, z)) p = 0,$$

$$(r, \varphi, z) \in G,$$

$$p(z = 0) = p(z = H) = 0,$$

$$p(\varphi = 0) = p(\varphi = \Phi),$$

$$p(r = r_0) = u(\varphi, z),$$

$$G = \{(r, \varphi, z) : r_0 < r < \infty, 0 < \varphi < \Phi, 0 < z < H\}$$

$n(r, \varphi, z)$, $v(r, \varphi, z)$ – задані достатньо гладкі функції,

$u(\varphi, z)$ – керування, котре характеризує систему, що випромінює.

Великий інтерес становлять задачі керування акустичними полями у неоднорідній області, які полягають у знаходженні такого $u \in L_2(\Omega)$ (початкової амплітуди та фази), при якому звуковий тиск у деякій певній області $\Omega_1 \subset G$ мав би заданий розподіл амплітуди, інтенсивності, тощо.

Розв'язуємо задачу:

- (для простоти і в силу осесиметрії, параметри постійні)

$$2ik_0 \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 p = 0,$$

$$(r, \varphi, z) \in G,$$

$$p(z = 0) = p(z = H) = 0,$$

$$p(\varphi = 0) = p(\varphi = \Phi),$$

$$p(r = r_0) = u(\varphi, z),$$

$$G = \{(r, \varphi, z) : r_0 < r < \infty, 0 < \varphi < \Phi, 0 < z < H\}$$

Критерії оптимальності

Розглянемо критерій оптимальності

$$I_1(u) = \int_{\Omega_1} \beta(x) |\Phi(R, x) - \Phi_0(R, x)|^2 ds_1 + \int_{\Omega} \gamma(x) |u(x)|^2 ds$$

де $\Omega_1 = \{r = R > 0, x = (\varphi, z) \in S_1\}$, $\Omega = \{r = R_0 < R, \aleph = (\varphi, z)\}$, $\beta(x), \gamma(x)$ - задані невід'ємні дійснозначні вагові функції. Крім того, комплекснозначна функція керування $u(r, z)$ належить деякій заданій замкнутій, обмеженій множині функцій U .

За допомогою спряженого рівняння

$$2ik_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k_0^2 (n^2(r, z) - 1 + iv(r, z)) \psi = 0,$$

$$(r, z) \in G,$$

$$\psi(z = 0) = \psi(z = H) = 0,$$

$$\overline{\psi}(r = R) = 2\beta(p(u) - p_0)$$

знаходимо градієнт критерію (амплітудно-фазове

керування): $grad I_1(u) = (\psi_1(r_0, z, u) + 2\gamma(z)u_1, \psi_2(r_0, z, u) + 2\gamma(z)u_2),$

$$\psi = \psi_1 + i\psi_2,$$

$$u = u_1 + iu_2$$

$$I_1'(u) = \operatorname{Re}\{e^{i\varphi} \bar{\psi}(r_0, z, u)\} + 2\gamma \operatorname{Re}(e^{i\varphi} \bar{u})$$

- задача амплітудного керування

$$I_1'(u) = \operatorname{Re}\{iu\bar{\psi}(r_0, z, u)\} = -\operatorname{Im}\{u\bar{\psi}(r_0, z, u)\}$$

- задача фазового керування

Представляємо розв'язок у вигляді лінійної частини приросту функціоналу:

$$\Delta I_1(u) = I_1(u^0 + \delta u) - I_1(u^0) = (I', \delta u) + o(\|\delta u\|^2)$$

Амплітудно-фазове керування

$$c(r, z) = 1470 \frac{m}{s}, \quad c_0 = 1500 \frac{m}{s}, \quad H = 300m, \quad f = 100Hz, \quad r_0 = 150m, \quad R = 1km$$

$$n(r, z) = \frac{c_0}{c(r, z)}, \quad k_0 = \frac{2\pi \cdot f}{c_0}, \quad v(r, z) = 0$$

$$\frac{d}{dr} p(r, z) = \frac{-1}{2ik_0} \left[\frac{d^2}{dz^2} p(r, z) + k_0^2 (n(r, z) - 1 + i v(r, z)) \right]$$

Функціонал що мінімізується:

$$I_1 = \beta \int_0^H (|p(r, z) - pz(z)|)^2 dz + \gamma \int_0^H (|u(z)|)^2 dz, \quad \beta = 1, \gamma = 0.1$$

$$\text{grad} I = \psi(r_0) + 2 \cdot \gamma \cdot u$$

Ψ - розв'язок спряженої задачі з крайовою умовою $\psi(z, R) = 2 \cdot \beta \cdot (p(z, R) - pz(z))$

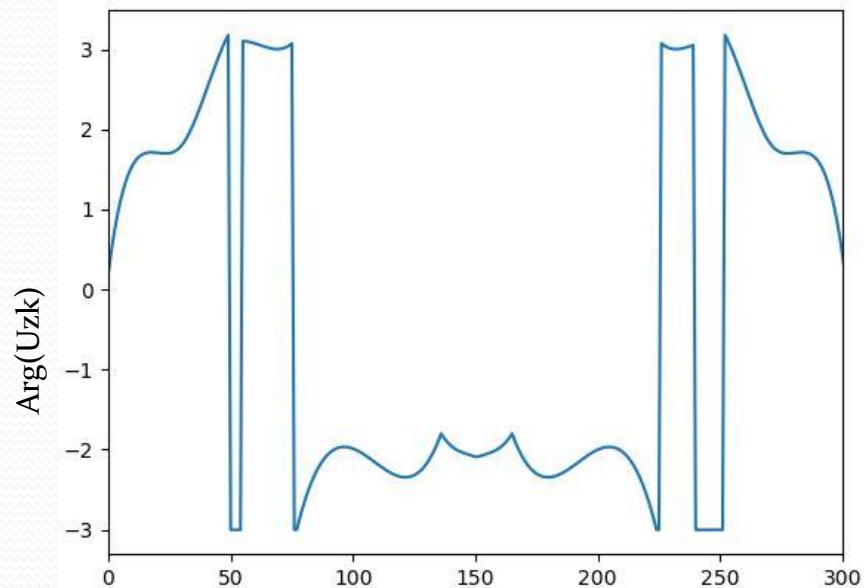
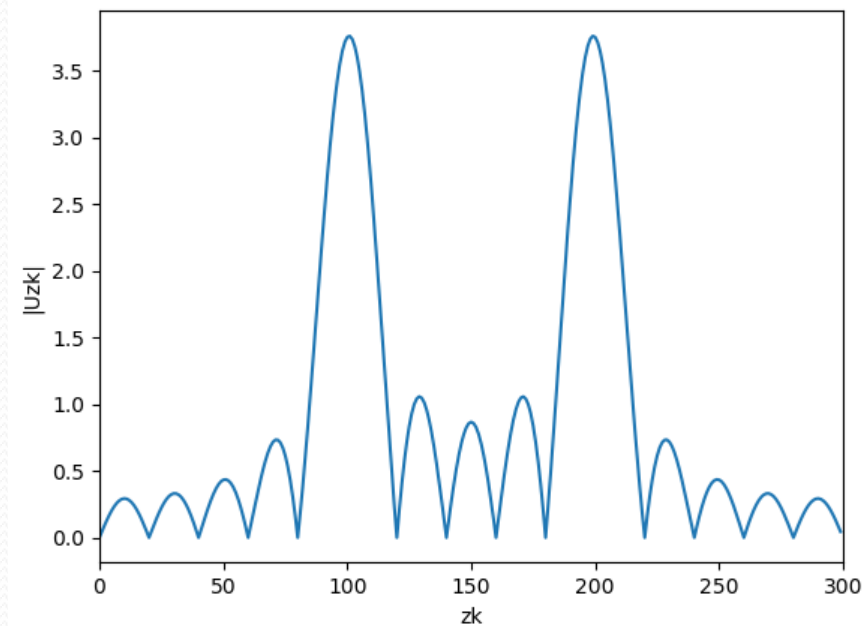
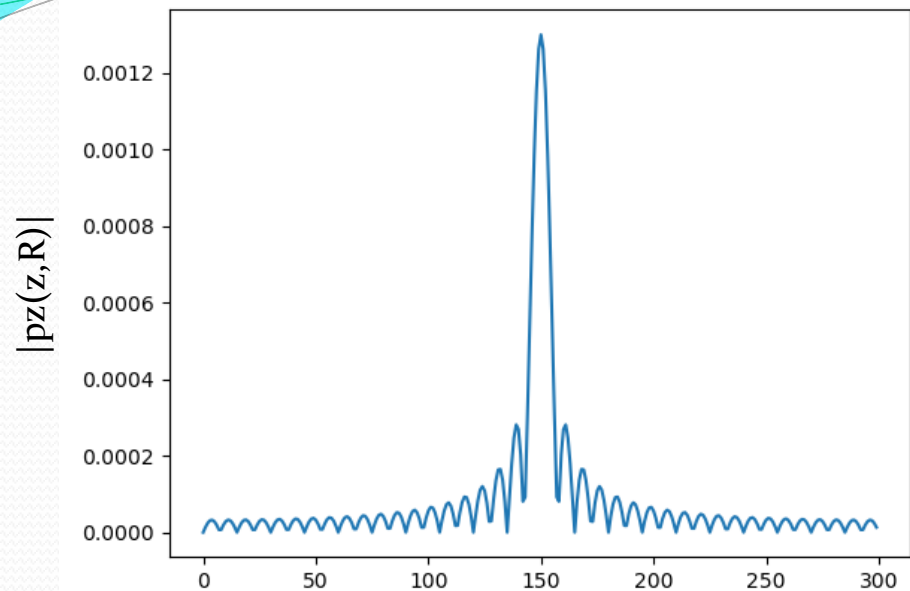
Задане поле:

$$M = H \frac{k_0}{\pi}, \quad M = 40, \quad H01(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot kr}} \cdot e^{i(kr - \frac{\pi}{4})}, \quad z_0 = 150m, \quad n = 1, 2, \dots, M$$

$$\xi_n = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{n \cdot \pi}{H}\right)^2}, \quad k_0 = 0.419m^{-1}$$

$$pz(z, r) = \frac{i}{2H} \sum_{n=1}^M \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z_0}{H}\right) \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{H}\right) \cdot H01(k_0 \cdot r)$$

Практичні результати



Подальший розвиток досліджень

- Розробити алгоритми оптимального керування градієнтами акустичних полів.
- Розробити алгоритми оцінювання станів акустичних полів на основі вимірювання градієнтних характеристик звукових полів.
- Обробка даних акустичних полів на основі вимірювання градієнтів звукових полів векторними приймачами.

Висновки

- 1.Проведено системний аналіз моделей океанічних хвильоводів та зроблено постановки задач оптимізації для кожного з них на основі відповідного рівняння Гельмгольца та параболічного наближення.
- 2.В роботі розглянуто три найбільш вживаних критеріїв якості створюваних оптимальних акустичних полів. Критерії якості вибираються у вигляді середньоквадратичних відхилень, створюваних акустичних полів від заданих, середньоквадратичних відхилень створюваних модулів акустичних полів від заданих та середньоквадратичних відхилень створюваних інтенсивностей акустичних полів від заданих .
- 3.Для кожного з розглянутих критеріїв розв'язані задачі амплітудно-фазового, амплітудного та фазового синтезу гідроакустичних антен.
- 4. При відсутності та наявності обмежень побудовані відповідні алгоритми розв'язування вказаних задач, що базуються на методах градієнтного спуску, умовного градієнту та проекції градієнту.
- 5.Запропонована процедура розв'язування вказаних задач на основі параболічного наближення оператора Гельмгольца
- 6.На основі параболічного наближення проведені чисельні розрахунки в задачі амплітудно-фазового синтезу лінійних неперервних антен.