



Оцінка систем голосування за умови кореляції голосів при прийнятті колективних рішень

Автор: Зубарева Поліна Костянтинівна
група КА-41м, ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ»

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Каніовська І.Ю.





Об'єкт дослідження

Обробка результатів парламентських виборів у Верховну Раду України I – VII скликань (1990 р – 2014 р)

Предмет дослідження

Методи виміру розподілу влади між гравцями в органах прийняття колективного рішення за умови існування кореляції між їх голосами



Актуальність

Визначення міри впливу фракцій (груп) на прийняття рішення дозволить:

- спрогнозувати найбільш імовірні політичні, економічні, соціальні та інші процеси в державі і на міжнародному рівні;
- визначити характер політичної системи в цілому;
- обчислити найкращі стратегії фракцій у передвиборчий період.

Цілі роботи

- Проаналізувати принципи побудови індексів впливовості гравців на прикладі вагових систем голосування та дослідити їх стійкість до позитивної кореляції між голосами
- За допомогою індексу Банзафа та порядкового α -індексу виміряти вплив фракцій у Верховній Раді України
- Підтвердити або спростувати залежність індексу впливу фракції від її частки місць у парламенті



Вагові системи голосування

Приклади використання:

- колегія виборців США;
- вибори акціонерів при бізнес партнерстві;
- міжнародні законодавчі органи:
 - Рада Безпеки Організації Об'єднаних Націй;
 - Ради Міністрів Європейського союзу.



Опис системи

$$[q: w_1, w_2, \dots, w_n]$$

Вектор $w_1, w_2, \dots, w_n$ представляє **ваги** $P_1, P_2, \dots, P_N$ гравців відповідно.

Квота q - мінімальна кількість голосів, необхідних для прийняття пропозиції.

$$q > (w_1 + w_2 + \dots + w_N)/2$$

$$q \leq w_1 + w_2 + \dots + w_N$$

Гравець є **диктатором**, якщо вага голосів гравця більше або дорівнює квоті.

Гравець, який ніколи не мав права голосу в результаті голосування – це гравець, що не має влади. Він називається **фіктивним**.



Індекс Банзафа впливовості голосу виборця



Джон Френсіс Банзаф III

Професор права суспільних інтересів (університет Джорджа Вашингтона, юридичний факультет)



Індекс Банзафа впливовості голосу виборця

Коаліція - будь-який набір гравців: виграшна, програшна.

У виграшній коаліції гравець називається **критичним гравцем** для коаліції, якщо коаліція мусить мати голоси цього гравця, щоб виграти.

$$W - w < q$$

Індекс Банзафа потужності голосу гравця

$$T = B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_N$$

$\beta_1 = B_1/T$ називається **Банзафським індексом впливовості** голосу гравця P_1

Повний список індексів влади $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$ називається **розподілом влади Банзафа**



Індекс влади Шеплі-Шубіка



Ллойд Шеплі
американський економіст
і математик, лауреат
премії ім. Дж. Фон
Неймана (1981),
Нобелівської премії з
економіки (2012)

Мартін Шубік
американський економіст,
почесний професор
математичної
інституціональної
економіки в Єльському
університеті.



Індекс влади Шеплі-Шубіка

Послідовна коаліція – це коаліція, в якій порядок перерахування гравців має значення.

Ключовий гравець – це той гравець, який віддаючи свій голос, перетворює програшну коаліцію у виграшну

Індекс Шеплі-Шубіка потужності голосу гравця

$$T = SS_1 + SS_2 + SS_3 + \dots + SS_N$$

$\vartheta_1 = SS_1/T$ називається **індексом Шеплі-Шубіка потужності** голосу гравця P_1

Повний список індексів влади $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_N$ називається **розподілом влади Шеплі-Шубіка**



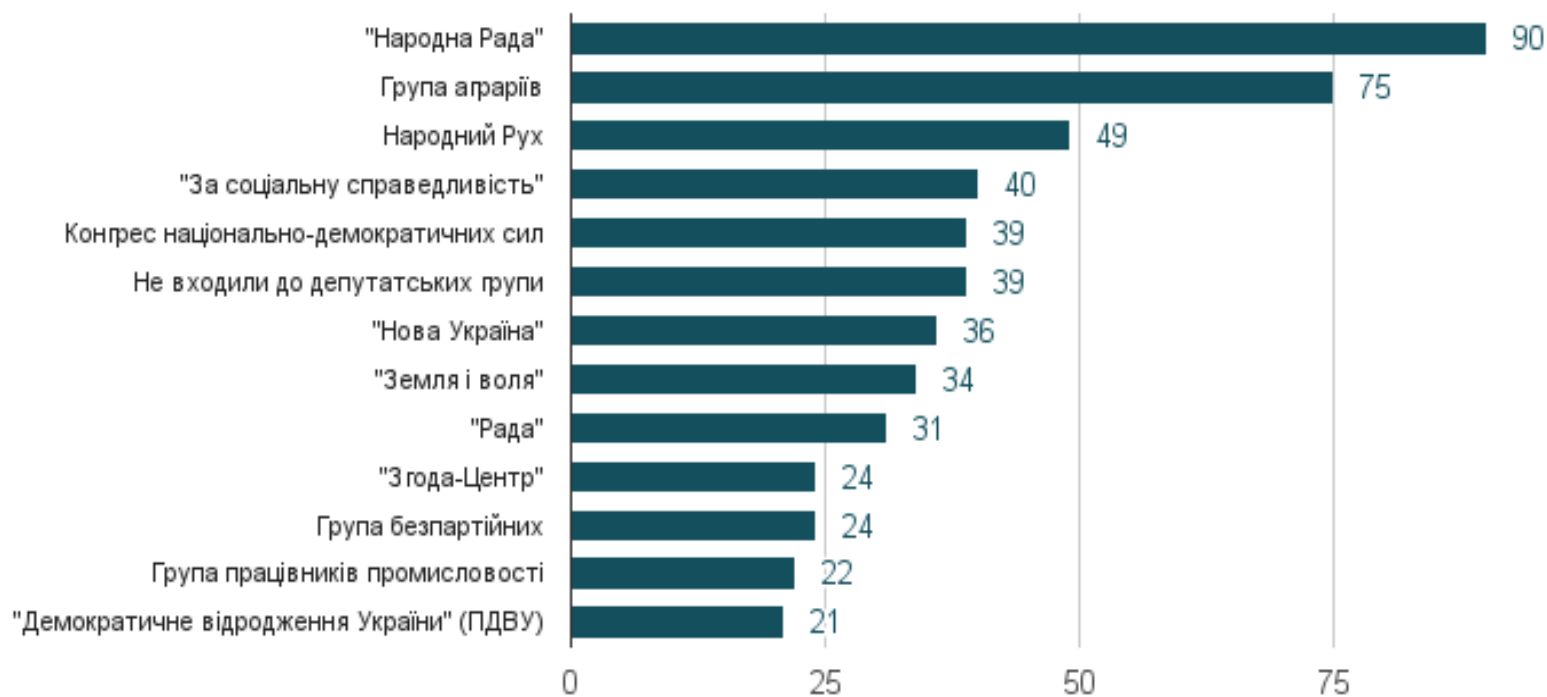
Оцінка впливу депутатських груп у Верховній Раді України

- Верховна Рада України 1-го скликання (1990 – 1994 рр)
- Верховна Рада України 2-го скликання (1994 – 1998 рр)
- Верховна Рада України 3-го скликання (1998 – 2002 рр)
- Верховна Рада України 4-го скликання (2002 – 2006 рр)
- Верховна Рада України 5-го скликання (2006 – 2007 рр)
- Верховна Рада України 6-го скликання (2007 – 2012 рр)
- Верховна Рада України 7-го скликання (2012 – 2014 рр)



Верховна Рада України 1-го скликання (1990 – 1994 рр)

Чисельний склад депутатських груп). Верховна Рада України (1 скликання 1990 - 1994 рр).



Кількість з урахуванням подвійної участі

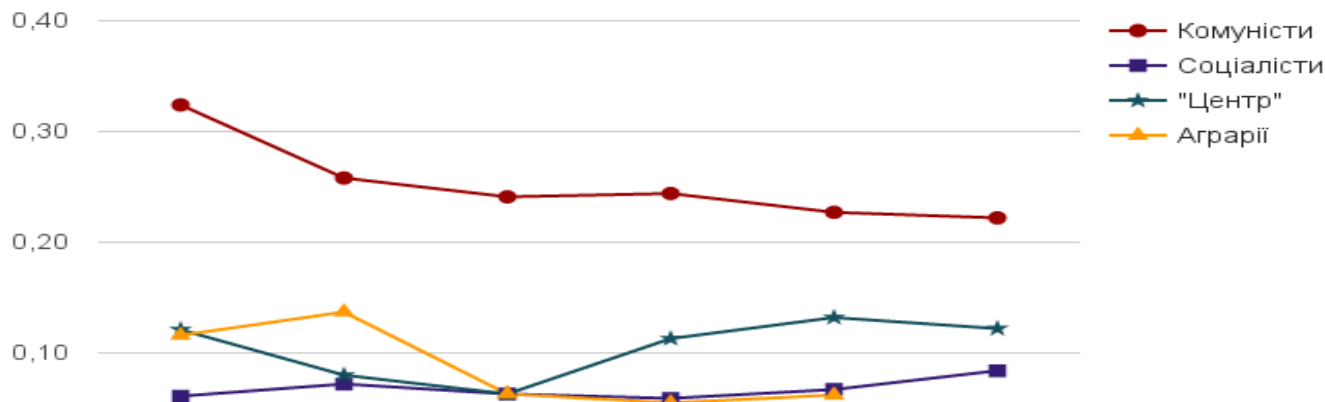


Верховна Рада України 1-го скликання (1990 – 1994 рр)

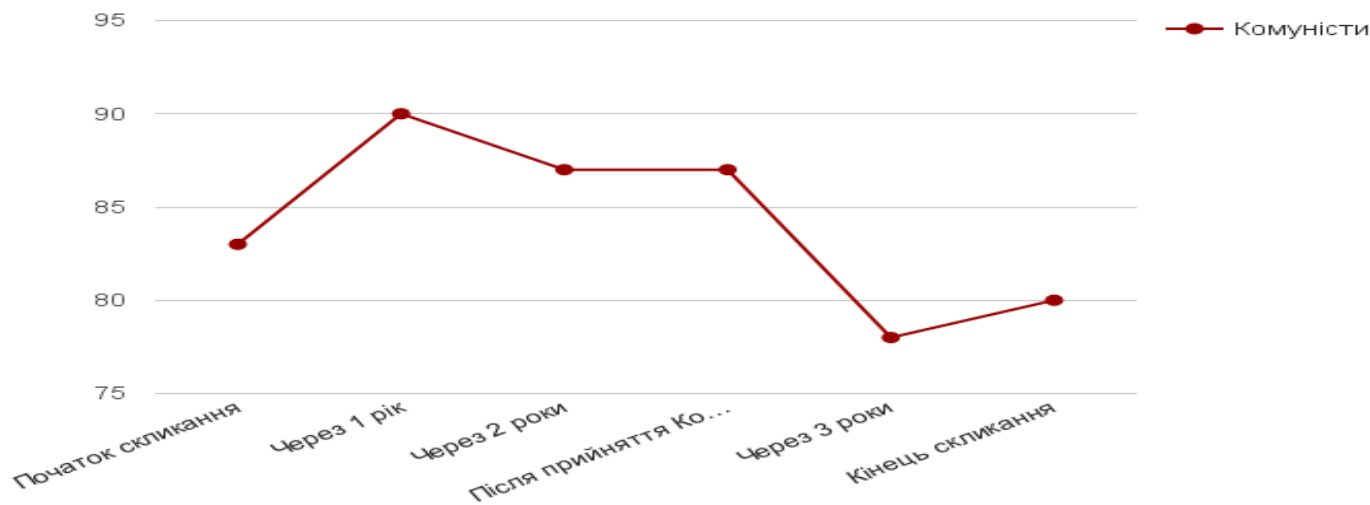


Верховна Рада України 2-го скликання (1994 – 1998 рр)

**Зміна Індексу Банзафа для найвпливовіших фракцій.
Верховна Рада України (2 скликання 1994 - 1998 рр).**

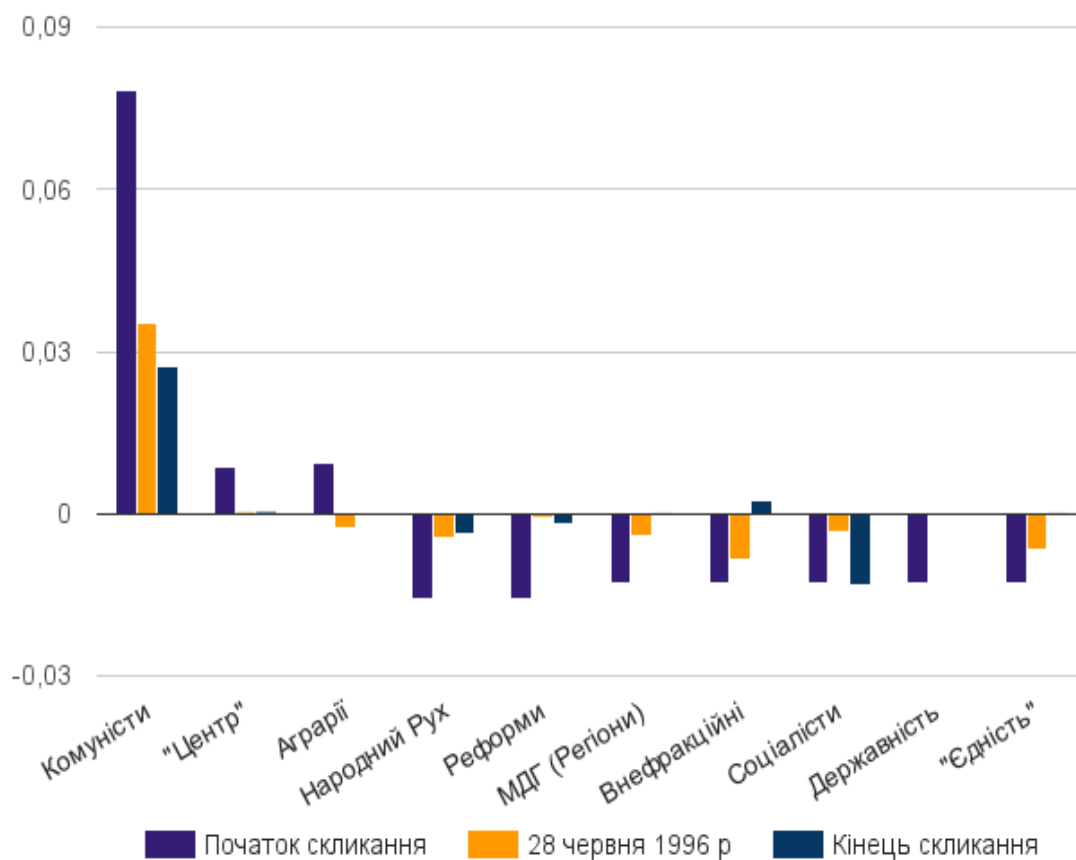


**Чисельний склад фракції "Комуністи". Верховна Рада
України (2 скликання 1994 - 1998 рр).**



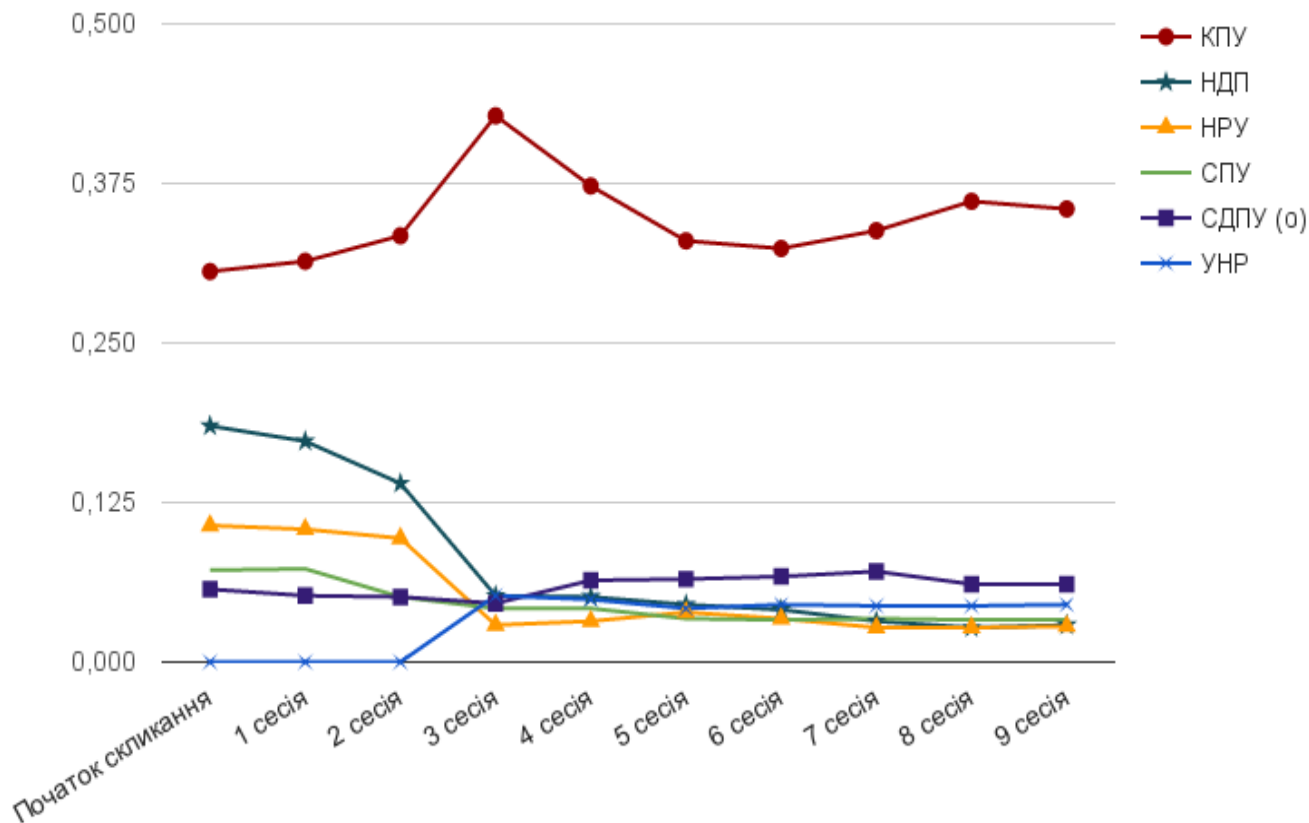
Верховна Рада України 2-го скликання (1994 – 1998 рр)

Різниця між Індексом Банзафа та часткою місць у парламенті.
Верховна Рада України (2 скликання 1994 - 1998 рр).



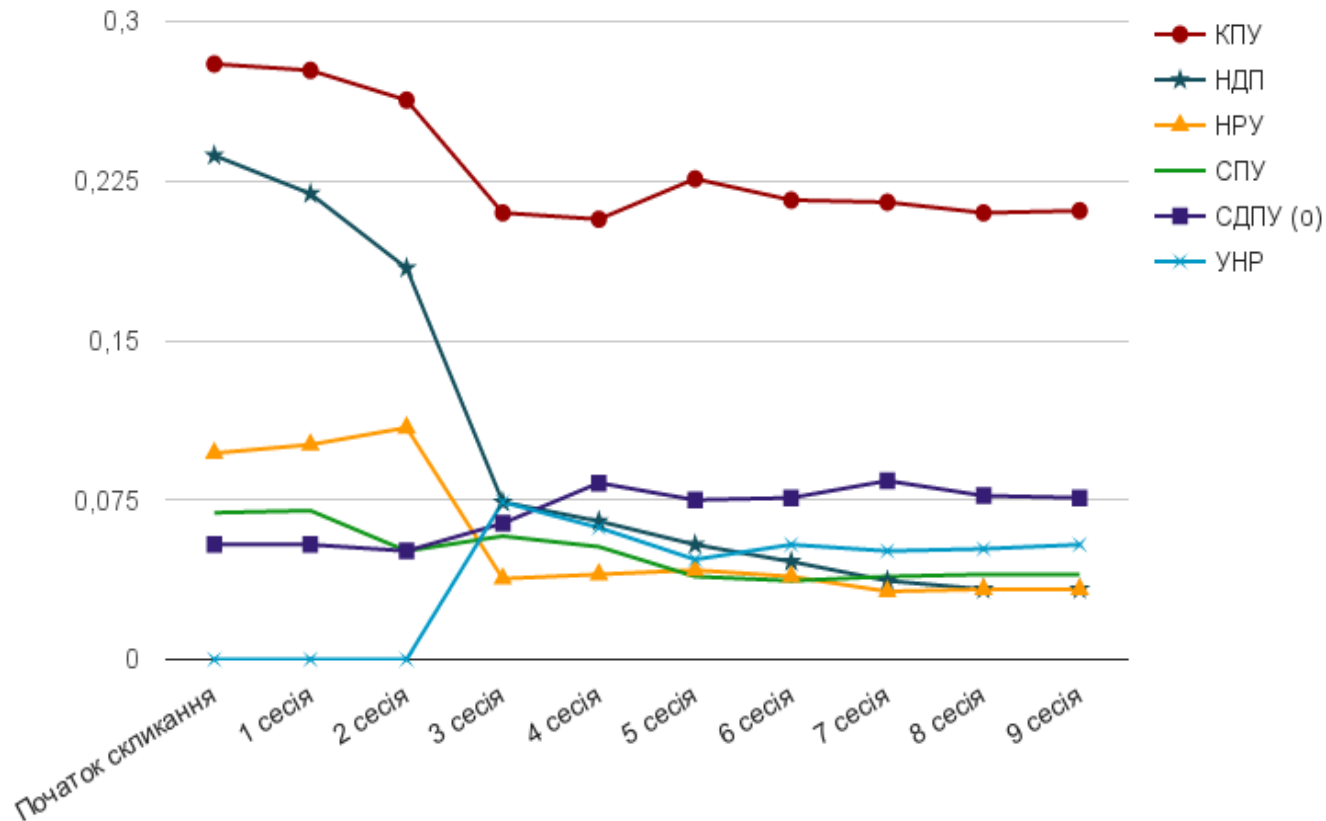
Верховна Рада України 3-го скликання (1998 – 2002 рр)

Зміна Індексу Банзафа для найвпливовіших фракцій. Верховна Рада України (3 скликання 1998 - 2002 рр).



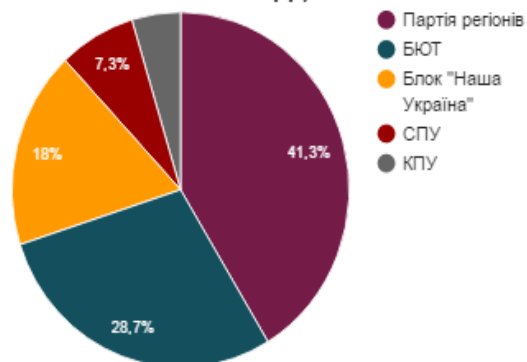
Верховна Рада України 3-го скликання (1998 – 2002 рр)

Зміна Індексу Банзафа для найвпливовіших фракцій при голосуванні за конституційними законами. Верховна Рада України (3 скликання 1998 - 2002 рр).

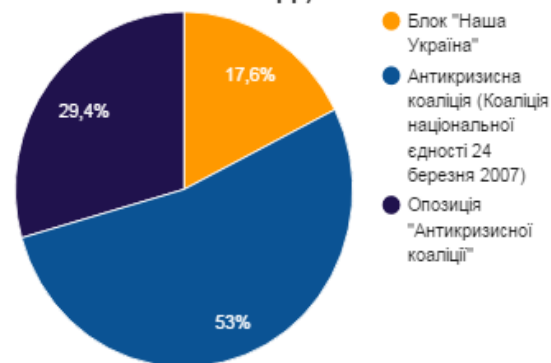


Верховна Рада України 5-го скликання (2006 – 2007 рр)

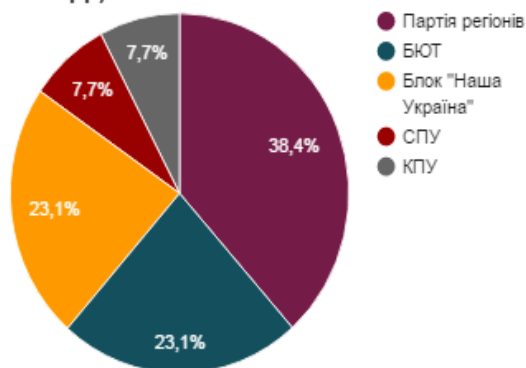
Розподіл місць у парламенті (початок скликання). Верховна Рада України (5 скликання 2006 - 2007 рр).



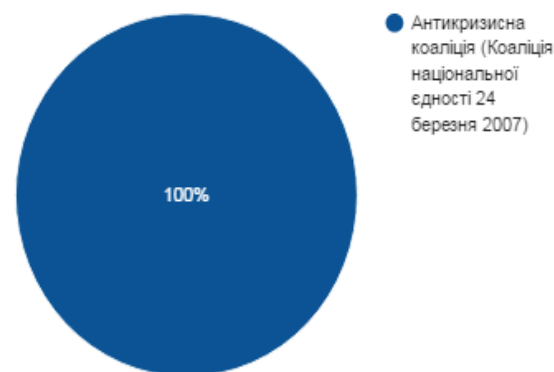
Розподіл місць у парламенті (кінець скликання). Верховна Рада України (5 скликання 2006 - 2007 рр).



Індекс Банзафа (початок скликання). Верховна Рада України (5 скликання 2006 - 2007 рр).

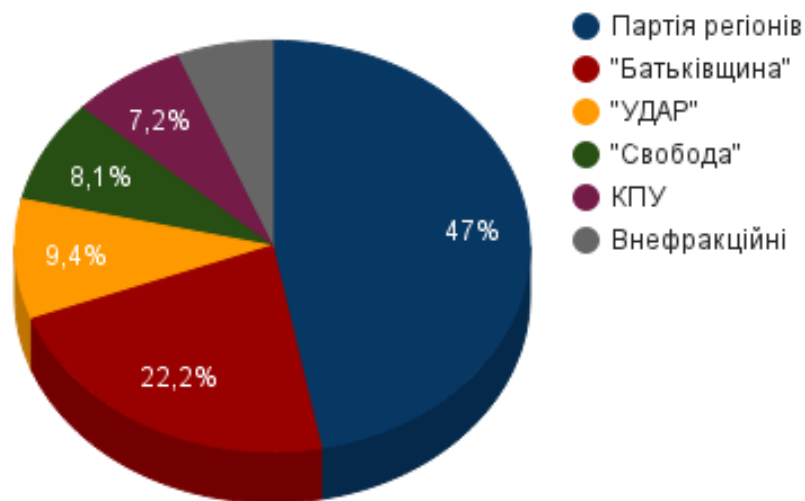


Індекс Банзафа (кінець скликання). Верховна Рада України (5 скликання 2006 - 2007 рр).

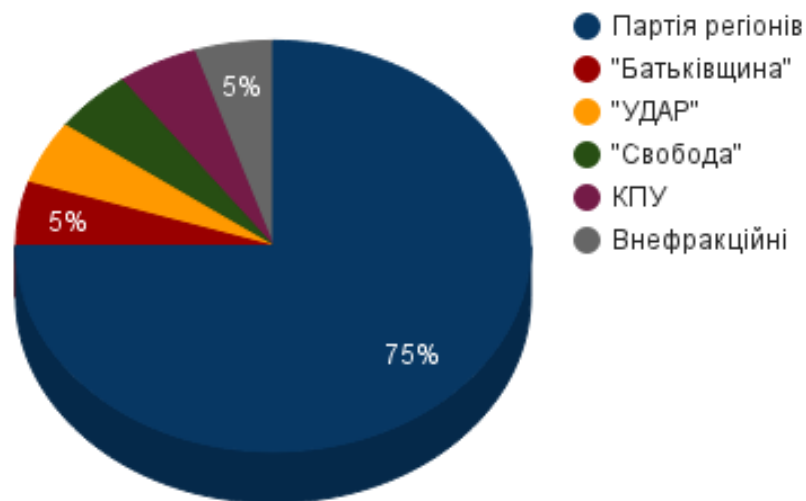


Верховна Рада України 7-го скликання (2012 – 2014 рр)

Розподіл місць у парламенті. Верховна Рада України (7 скликання 2012 - 2014 рр).



Індекс Банзафа. Верховна Рада України (7 скликання 2012 - 2014 рр).



Оцінка впливу фракцій і груп з урахуванням їх переваг у формуванні коаліцій

Порядковий α -індекс - модифікація індексу Банзафа

Передбачається:

$\forall i$ – фракції на декартовому добудку $(P \setminus \{i\} \times P \setminus \{i\})$ можна визначити

$R_i = (j, k)$, - відношення лінійного порядку.

Воно означає, що i віддасть перевагу вступити в коаліцію скоріше з фракцією j , ніж з фракцією k

Ранг p_{ij} фракції j в R_i – дорівнює кількості фракцій, з якими фракція i буде вступити в коаліцію менш охоче, ніж з фракцією j , та відображує бажання фракції i об'єднатися з фракцією j в коаліцію

В загальному випадку $p_{ij} \neq p_{ji}$, це дозволяє врахувати несиметричність переваг фракцій



Функції інтенсивності зв'язку (intensity functions)

Нехай ω - виграшна коаліція.

$f(i, \omega)$ - функцію інтенсивності зв'язку фракції i з коаліцією ω

- Функція інтенсивності прямих вподобань фракції i :

$$f^+(i, \omega) = \frac{\sum_{j \in \omega} p_{ij}}{|\omega|}$$

- Функція інтенсивності зворотних переваг по відношенню до фракції i :

$$f^-(i, \omega) = \frac{\sum_{j \in \omega} p_{ji}}{|\omega|}$$

- Усереднена функція інтенсивності зв'язку:

$$f(i, \omega) = \frac{f^+(i, \omega) + f^-(i, \omega)}{2}$$



Порядковий α -індекс

Нехай фракція i є ключовою в виграшній коаліції ω

Абсолютний вплив фракції i :

$$\theta_i = \sum_{\omega, i \text{—ключова в } \omega} f(i, \omega)$$

Відносний вплив фракції – порядковий α -індекс - індекс впливу фракції i , в якому враховані переваги фракцій в утворенні коаліцій

$$\alpha_{(i)} = \frac{\theta_i}{\sum_j \theta_j}$$

Використовуючи в якості функції інтенсивності зв'язку різні її варіації, можна побудувати відповідні різновиди α -індексу



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 2-го скликання

- Положення фракцій і груп у ВРУ 2-го скликання в 1995р на ідеологічному спектрі «ліві - неліві»:

Ліві радикалі	Ліві	Прагматики- центристи	Націонал- демократи	Праві радикали та незалежні
Комуністи	Соціалісти, Аграрії	"Центр", МДГ, "Єдинство"	"Реформи", НРУ	"Незалежні", Нефракційні

Фракціям і групам, які займають однакове становище на спектрі, будемо привласнювати однаковий ранг.

Нехай ранг r_i :

- у лівих радикалів = 1;
- у прагматиків-центристів = 2;
- у правих радикалів і незалежних = 5;



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 2-го скликання

- Позиції фракцій і груп у ВРУ 2-го скликання в 1995 р:

Фракція/група		Ранг
1	Комуністи	1
2	Соціалісти	2
3	Аграрії	2
4	"Центр"	3
5	МДГ	3
6	"Єдинство"	3
7	"Реформи"	4
8	НРУ	4
9	"Державність"	4
10	"Незалежні"	5
11	Внефракційні	5



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 2-го скликання

- Побудова матриці переваг $\|p_{ij}\|$.

$\mu_{ij} = |r_i - r_j|$ — міра віддаленості позицій двох фракцій.

Чим більша відстань між двома фракціями (групами) на осі, тим менш імовірно, що вони прагнуть утворювати коаліцію

Правила побудови матриці:

- при $\mu_{ij} > 3$ значення $p_{ij} = 0$;
- при $\mu_{ij} = 2$ значення $p_{ij} = 1$;
- при $\mu_{ij} = 1$ значення $p_{ij} = 2$;
- при $\mu_{ij} = 0$ значення $p_{ij} = 3$;

Побудова порядкового α -індексу дозволяє домогтися більш тонкої оцінки розподілу впливу між фракціями і групами в парламенті



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 2-го скликання

- Матриця переваг:

		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	Комуністи		2	2	1	1	1	0	0	0	0	0
B	Соціалісти	2		3	2	2	2	1	1	1	0	0
C	Аграрії	2	3		2	2	2	1	1	1	0	0
D	"Центр"	1	2	2		3	3	2	2	2	1	1
E	МДГ	1	2	2	3		3	2	2	2	1	1
F	"Єдність"	1	2	2	3	3		2	2	2	1	1
G	"Реформи"	0	1	1	2	2	2		3	3	2	2
H	НРУ	0	1	1	2	2	2	3		3	2	2
I	"Державність"	0	1	1	2	2	2	3	3		2	2
J	"Незалежні"	0	0	0	1	1	1	2	2	2		3
K	Внефракційні	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України

2-го скликання

- Частка місць і індекси впливу фракцій і груп у ВРУ 2-го скликання в 1995 р:

Фракція/група		Кількість місць	Доля місць	Індекс Банзафа	Альфа індекс	Дельта Альфа - Банзаф
1	Комуністи	89	0,221	0,261	0,146	-0,115
2	Соціалісти	28	0,070	0,074	0,042	-0,032
3	Аграрії	47	0,117	0,095	0,077	-0,018
4	"Центр"	33	0,082	0,08	0,101	0,021
5	МДГ	30	0,075	0,07	0,105	0,035
6	"Єдність"	31	0,077	0,074	0,104	0,03
7	"Реформи"	36	0,090	0,095	0,133	0,038
8	НРУ	29	0,072	0,069	0,096	0,027
9	"Державність"	30	0,075	0,07	0,093	0,023
10	"Незалежні"	28	0,070	0,065	0,06	-0,005
11	Внефракційні	21	0,052	0,045	0,042	-0,003



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 2-го скликання



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 3-го скликання

- Міра лояльності до президента і уряду фракцій і груп у ВРУ 3-го скликання:

Contra - табір		Pro - табір		
Радикальні супротивники	Помірні супротивники	Відносно дистанційні	Достатньо лояльні	Максимально лояльні
ПСПУ, "Громада"	КПУ, СПУ, Сел. ПУ	НДП, СДПУ (о)	"Незалежні", Внефракційні	НРУ, ПЗУ

Фракціям і групам, які займають однакове становище на спектрі, будемо привласнювати однаковий ранг.

Нехай ранг r_i :

- у лівих радикалів = 1;
- у помірних супротивників = 2
- у відносно-дистанційних = 4;
- у достатньо лояльних = 5;
- у правих-лояльних = 6



α -індекс фракцій і груп Верховної Ради України 3-го скликання



Висновки

- вплив фракцій і груп, оцінений за допомогою індексу Банцафа, не завжди залежить від частки їх місць в парламенті;
- оцінки розподілу впливу фракцій і груп, проведені за допомогою α -індексу, що враховує переваги, і індексу Банцафа часто значно відрізняються;
- фракції і групи, які займають центричне положення, збільшують свій вплив, в той час як радикальні фракції і групи зменшують його



Висновки по роботі

- Проаналізовано принципи побудови індексів впливовості гравців на прикладі вагових систем голосування та досліджено їх стійкість до позитивної кореляції між голосами;
- За допомогою індексу Банзафа та порядкового α -індексу виміряно вплив фракцій у Верховній Раді України I-VII скликання;
- Спростована залежність індексу впливу фракції від її частки місць у парламенті.



Дякую за увагу!

