

Узагальнення методу апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості на гетероскедастичні процеси

Виконала: Ганчукова Дар'я Володимирівна

Науковий керівник: професор Подладчіков Володимир
Миколайович

ННК «ІПСА», Київ 2016

Актуальність роботи

- ▶ Однією з центральних проблем математичного моделювання процесів різноманітної природи являється побудова математичної моделі процесу, що аналізується.
- ▶ Однак точну модель процесу, що аналізується, побудувати досить проблематично.
- ▶ Задача пошуку прихованих закономірностей динамічних процесів за експериментальними даними прямо чи опосередковано пов'язана з їх згладжуванням та фільтрацією.
- ▶ Якісний прогноз в біологічних системах можна отримати як через ланцюжок логічних міркувань із залученням методів якісного аналізу, так і через кількісний аналіз на основі обробки різних показників функціонування системи у минулому.
- ▶ Подібні задачі можуть вирішуватися методами згладжування.

Мета роботи

- ▶ Використання методів апроксимації для відновлення істинної динаміки процесу.
- ▶ Виявлення закономірностей динаміки медично-біологічних показань та динаміки процесів сонячної активності за допомогою критерію гладкості.

Об'єкт дослідження

- ▶ Медико-біологічні системи та процеси сонячної активності

Предмет дослідження

- ▶ Методи відновлення динаміки процесу за експериментальними даними

Постановка задачі

- ▶ Розробити метод апроксимації експериментальних даних на основі комплексного критерію.
- ▶ Провести імітаційне моделювання для оцінки ефективності запропонованого методу апроксимації та традиційно використовуваних.
- ▶ Провести експериментальні дослідження по виявленню закономірностей динаміки функціонального стану людини та процесів сонячної активності.
- ▶ Провести порівняльний аналіз запропонованого методу апроксимації із традиційно застосовуваними алгоритмами.

Методи апроксимації, які використовувалися у даній роботі

- ▶ Фільтр Гаусса
- ▶ Нейронна мережа RBF
- ▶ Ковзне середнє (зокрема, 13-місячне ковзне середнє)
- ▶ Алгоритм апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості
- ▶ Удосконалений алгоритм апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості

Фільтр Гаусса

- ▶ Фільтр Гаусса - електронний фільтр, чиєю імпульсною перехідною функцією є функція Гаусса (або її апроксимація).
- ▶ У дослідженнях сонячної активності традиційно застосовується наступний фільтр:

$$W(t) = e^{-0.3t^2/a^2} - e^{-1.2(2.2 - 0.3t^2/a^2)}$$

де t - різниця у часі від центру фільтра, а a - параметр, що задає ширину фільтра.

Нейронна мережа RBF

- ▶ Мережа типу радіально-базисної функції має проміжний шар із радіальних елементів, кожний з яких відтворює гауссівську поверхню відгуку:

$$\varphi(s) = \exp(-s^2/2\sigma^2) \quad (1)$$

де параметр σ визначає радіус впливу кожної базисної функції та швидкість наближення до нуля при віддаленні від центру.

- ▶ Вихідний шар складається з елементів з лінійними функціями активації:

$$\varphi(s) = ks \quad (2)$$

де k - кутовий коефіцієнт нахилу прямої.

- ▶ Процес навчання RBF-мереж включає дві стадії: процес налаштування центрів базисних функцій (1) та навчання нейронів у прихованому шарі, тому ці мережі навчаються досить швидко.

13-місячне ковзне середнє

- ▶ 13-місячне ковзне середнє представляє собою частковий випадок ковзного середнього, яке береться із вікном рівним 13 точкам.
- ▶ 13-місячне ковзне середнє з центром у k -му місяці визначається наступним чином:

$$\hat{X}_{k,k+6} = \frac{1}{24} \sum_{i=-6}^5 z_{k+i} + \frac{1}{24} \sum_{i=-5}^6 z_{k+i}$$

Аналіз методичних помилок 13-місячного ковзного середнього

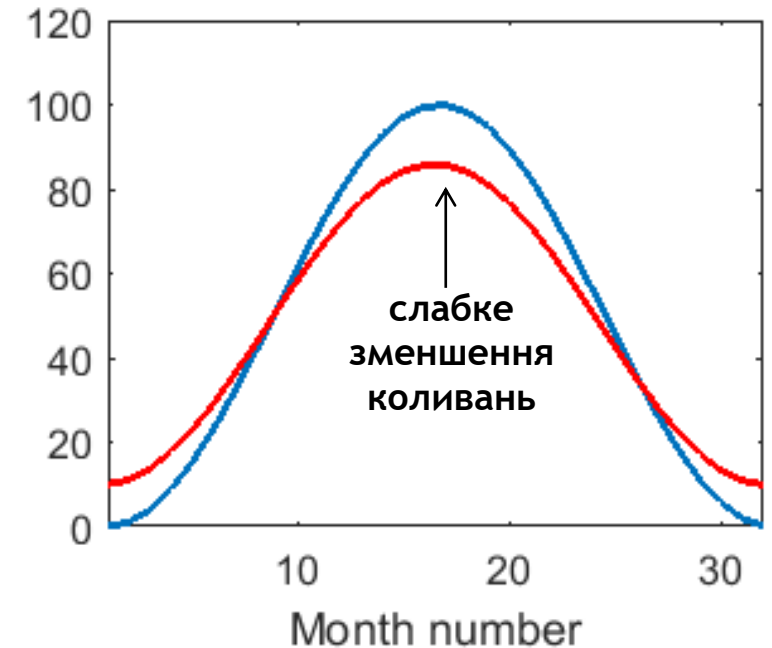
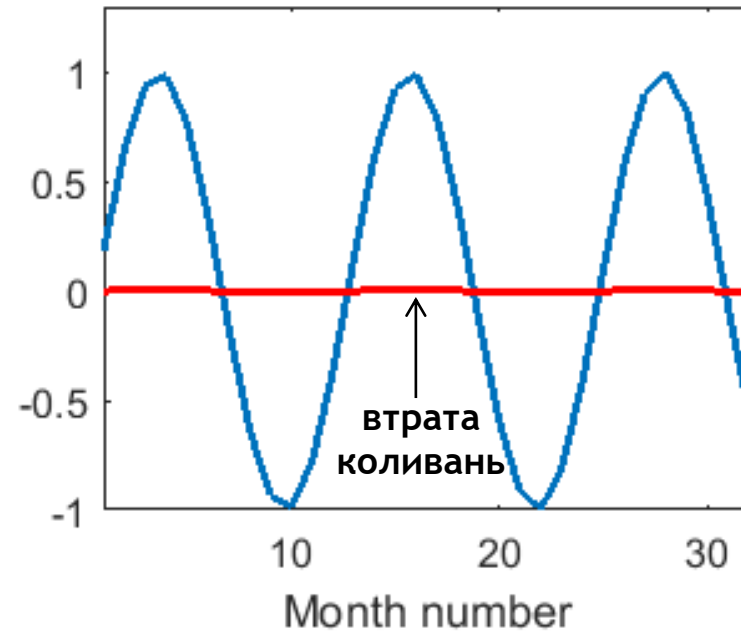
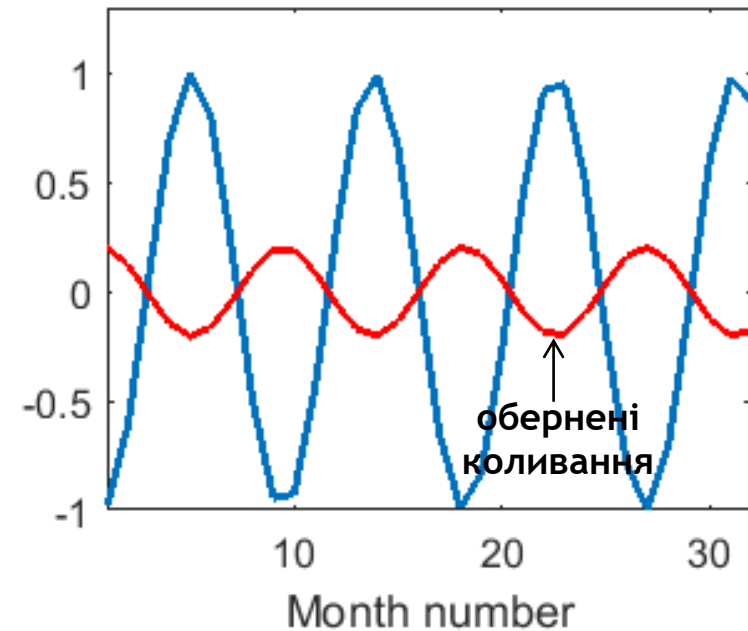
- ▶ Ковзне середнє може суттєво спотворити динаміку процесу.

— Виміряні значення
— Згладжені значення 13-місячним ковзним середнім

9-місячні
коливання

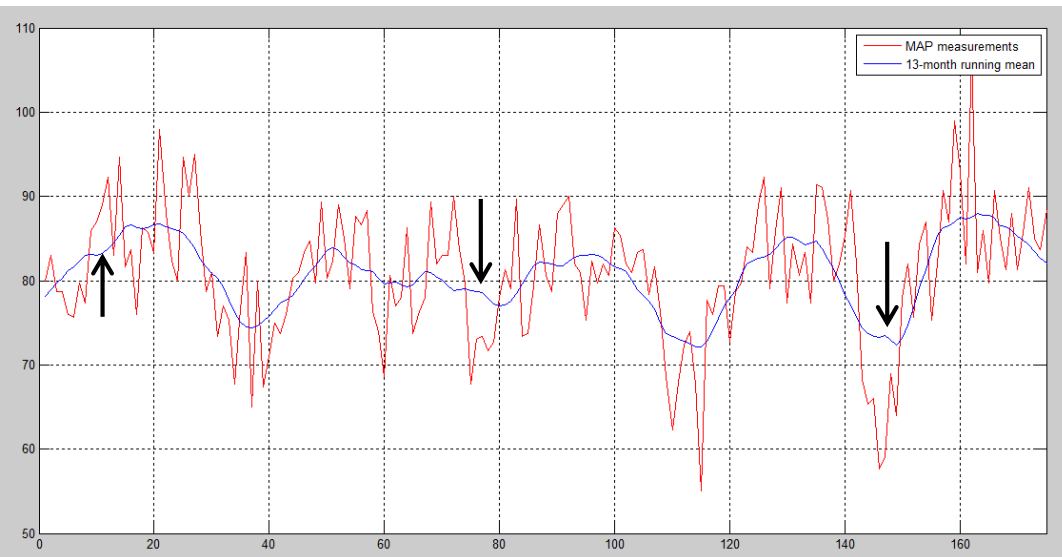
13-місячні
коливання

32-місячні
коливання



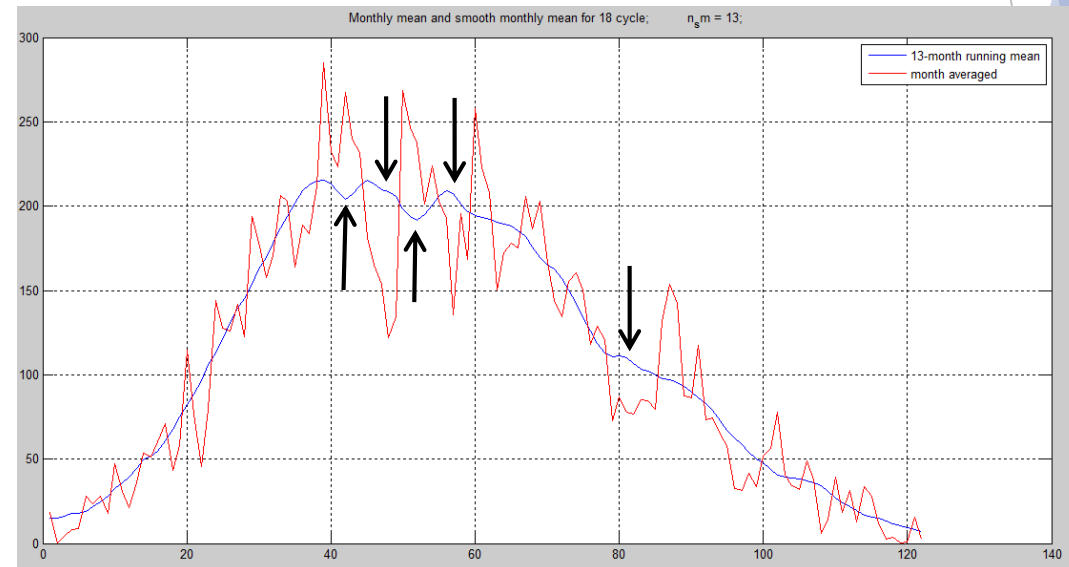
Спотворення динаміки різних процесів 13-місячним ковзним середнім

Середній артеріальний тиск



Стрілки вказують на оберненість коливань

18-й сонячний цикл



Критерій оптимальності згладжування

Для того, щоб апроксимуюча згладжена крива була достатньо гладкою і мало відрізнялась від вихідної кривої, необхідно шукати такі згладжені значення, які мінімізують наступний критерій:

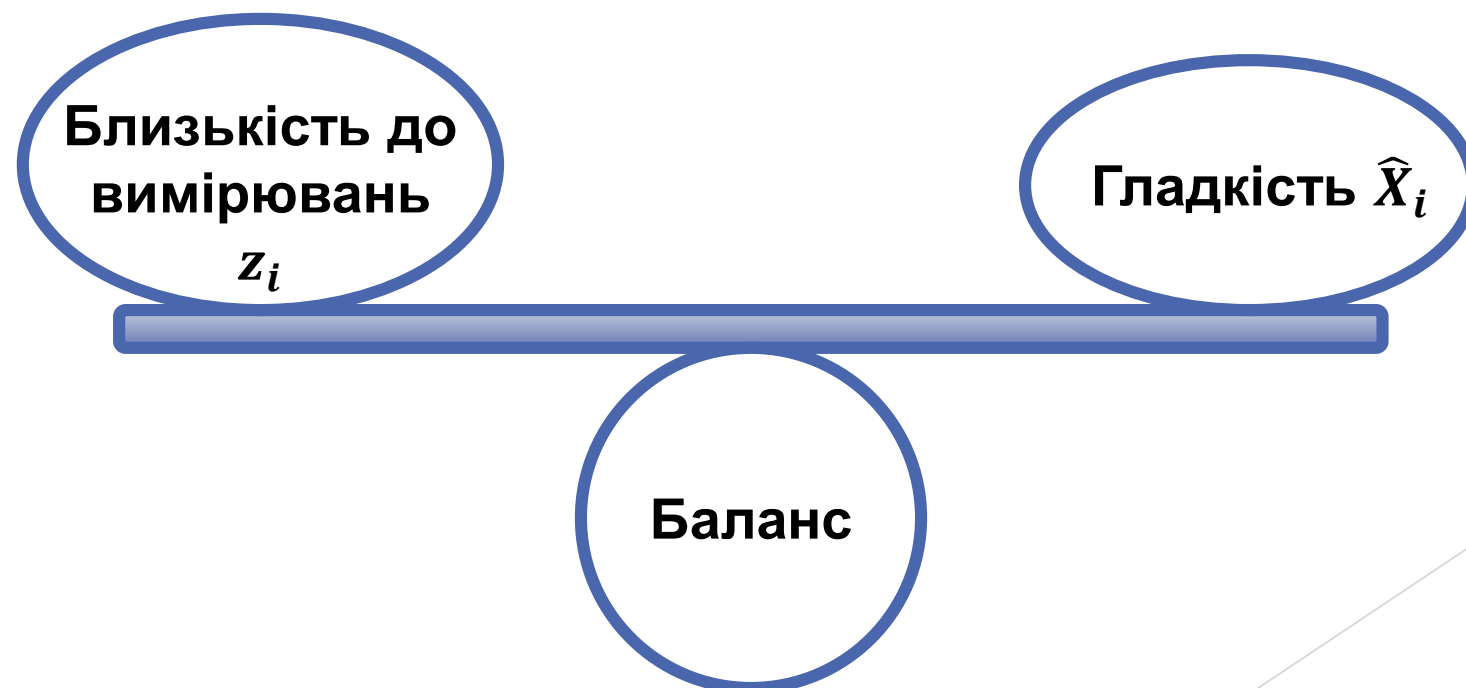
$$J = \beta I_d + I_v \rightarrow \min,$$

де β - коефіцієнт згладжування.

Чим більший коефіцієнт згладжування, тим ближче оцінка \hat{X}_i до вимірних значень z_i .

Критерій оптимальності згладжування

$$J = \beta \underbrace{\sum_{i=1}^N (z_i - \hat{X}_i)^2}_{\text{критерій близькості } I_d} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N-2} (\hat{X}_{i+2} - 2\hat{X}_{i+1} + \hat{X}_i)^2}_{\text{критерій гладкості } I_v} \quad (3)$$



Алгоритм апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості

- ▶ Якщо обчислити похідні виразу (3) по $\hat{X}_{k,n}$ ($k = 1, \dots, N$) і прирівняти похідні до нуля, то отримаємо систему N нормальних рівнянь з N невідомими, які у векторно-матричній формі записуються наступним чином:

$$A\hat{X} = \beta Z$$

де A - п'ятидіагональна стрічкова матриця розмірності $N \times N$, яка має вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \beta & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5 + \beta & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6 + \beta & -4 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -4 & 6 + \beta & -4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 & 5 + \beta & -2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 + \beta \end{bmatrix}$$

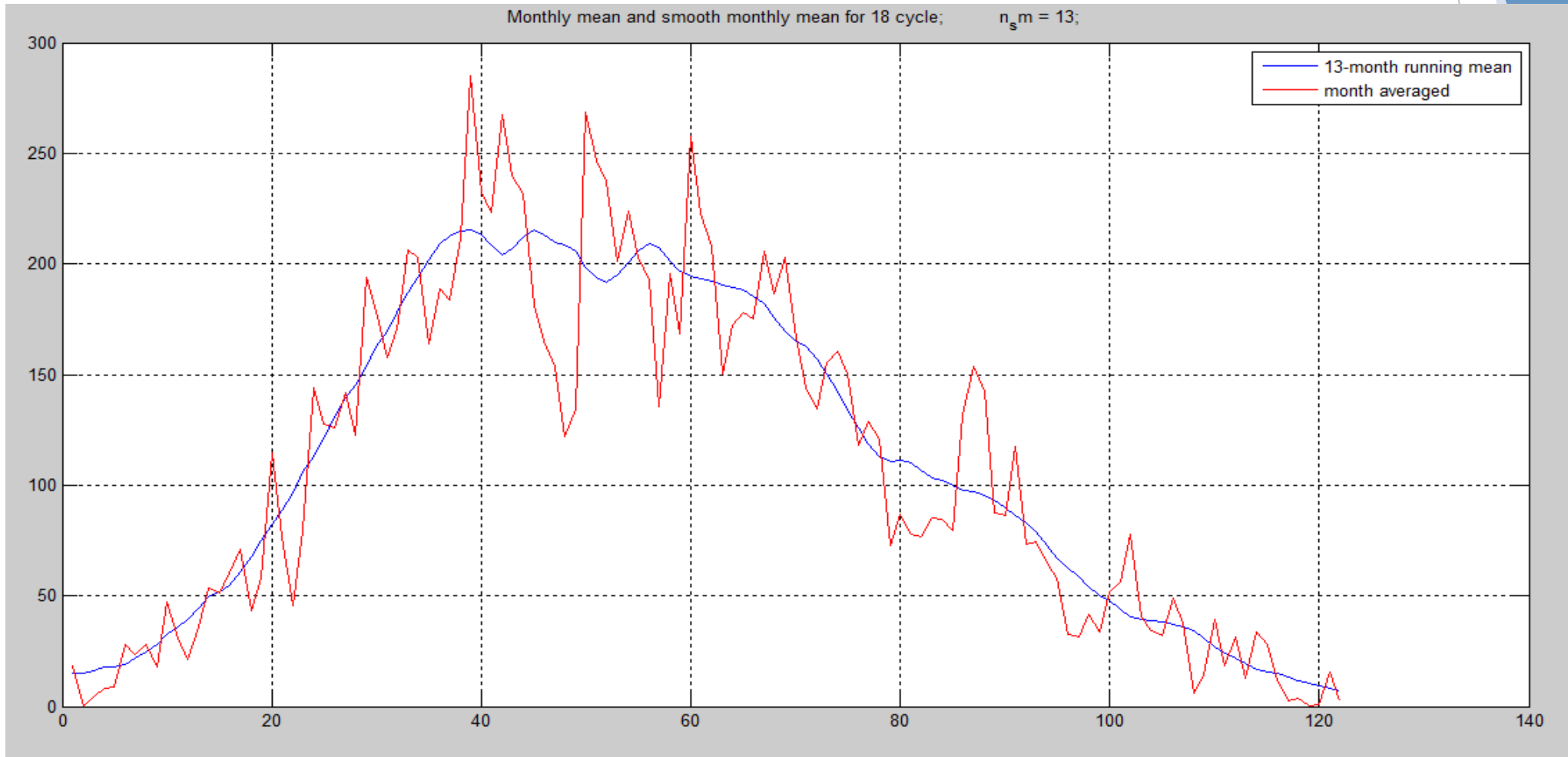
Узагальнення алгоритму апроксимації за критерієм гладкості на гетероскедастичні процеси

На практиці спостереження неоднорідні, що виявляється у змінній дисперсії.

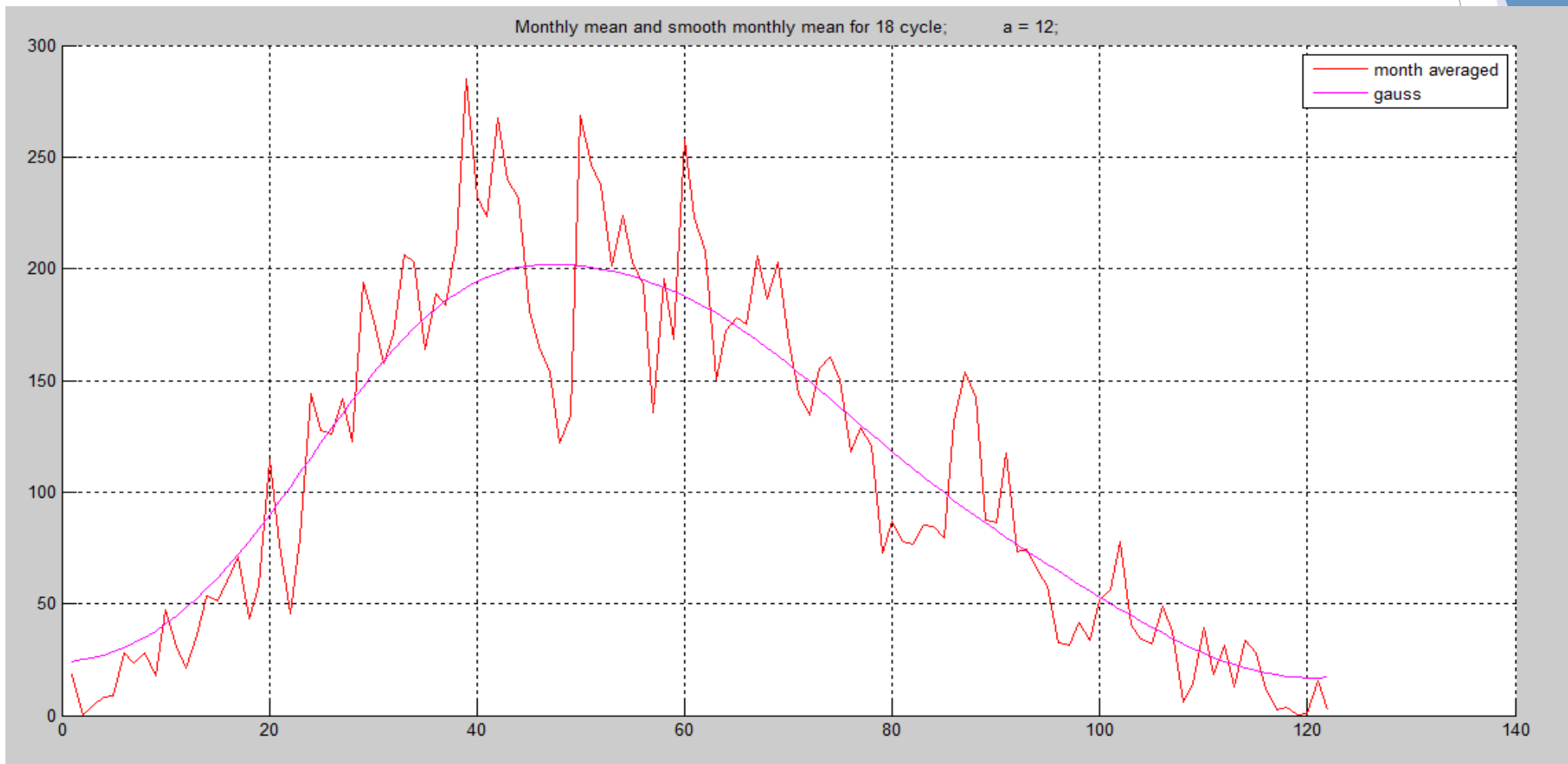
Врахувавши її, отримуємо наступну матрицю A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\beta}{\sigma^2} & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5 + \frac{\beta}{\sigma^2} & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6 + \frac{\beta}{\sigma^2} & -4 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -4 & 6 + \frac{\beta}{\sigma^2} & -4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 & 5 + \frac{\beta}{\sigma^2} & -2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 + \frac{\beta}{\sigma^2} \end{bmatrix}$$

Результати згладжування 18-го циклу 13-місячним ковзним середнім

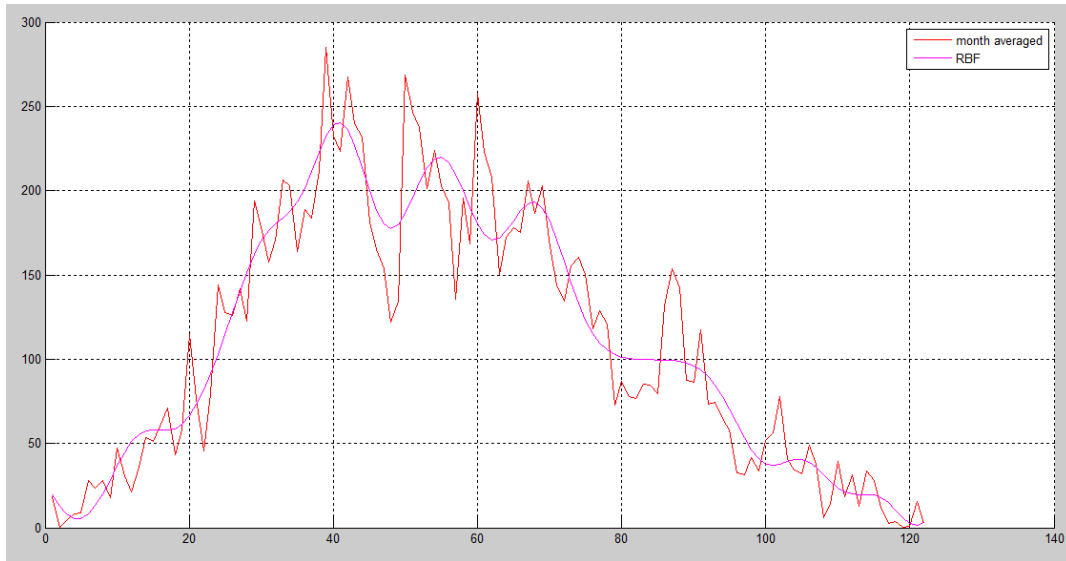


Результати згладжування 18-го циклу Гауссівським фільтром

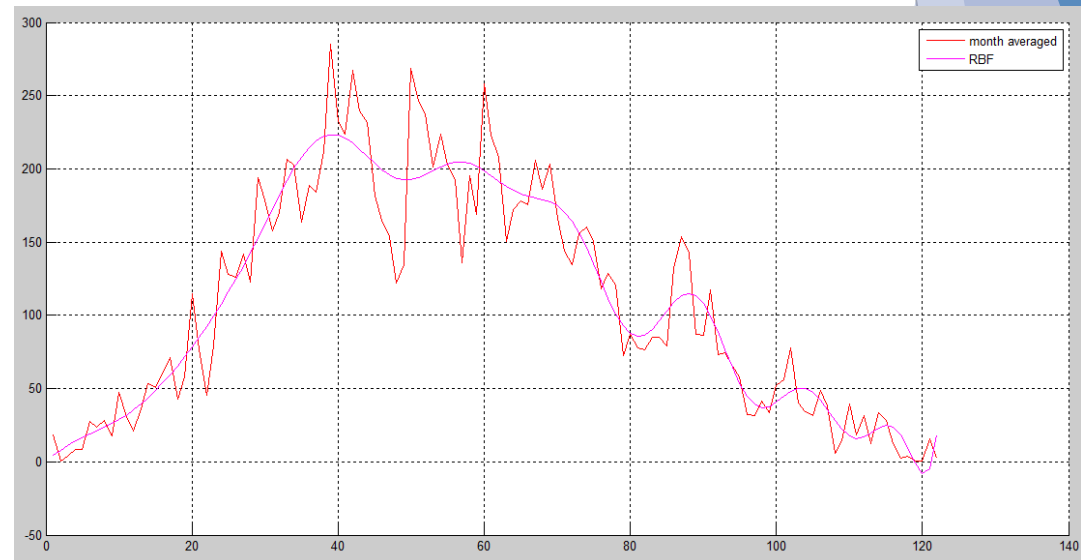


Результати згладжування 18-го циклу радіально-базисною нейронною мережею

Параметр впливу рівний 5

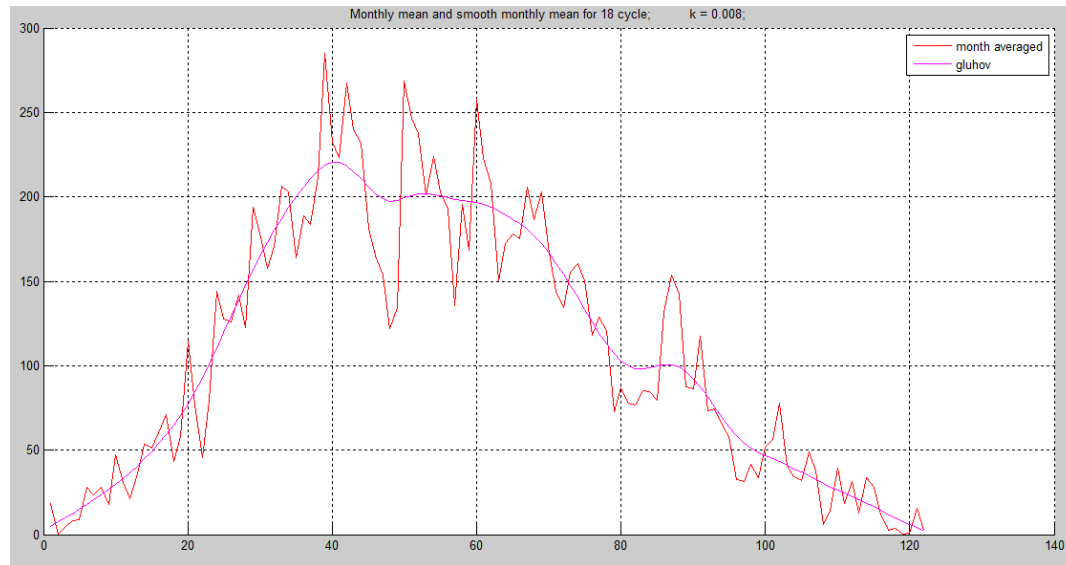


Параметр впливу рівний 13

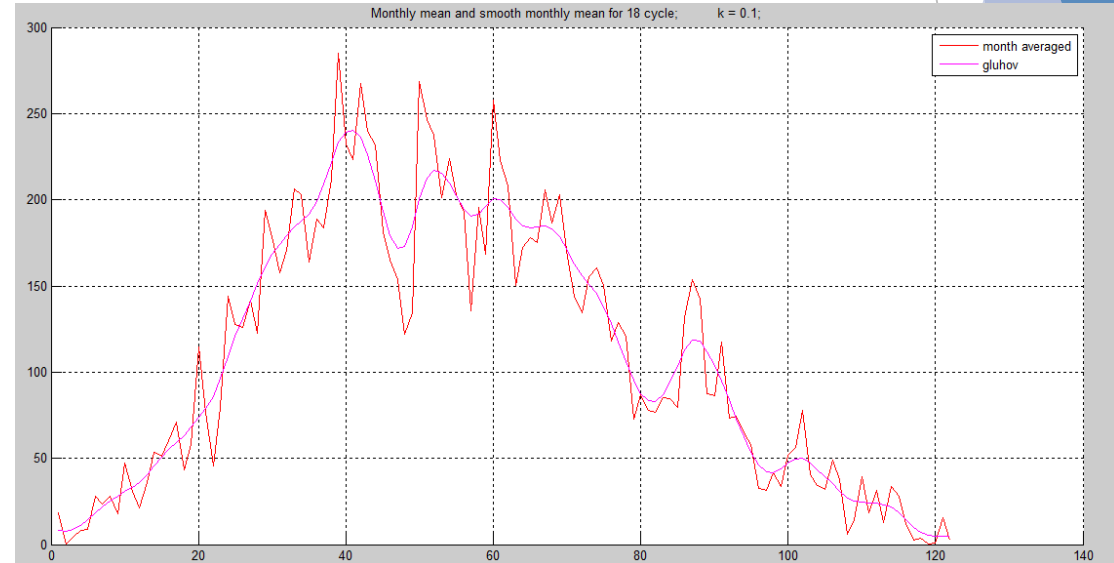


Апроксимація за критерієм гладкості для 18-го циклу

Коефіцієнт згладжування рівний 0.008



Коефіцієнт згладжування рівний 0.1

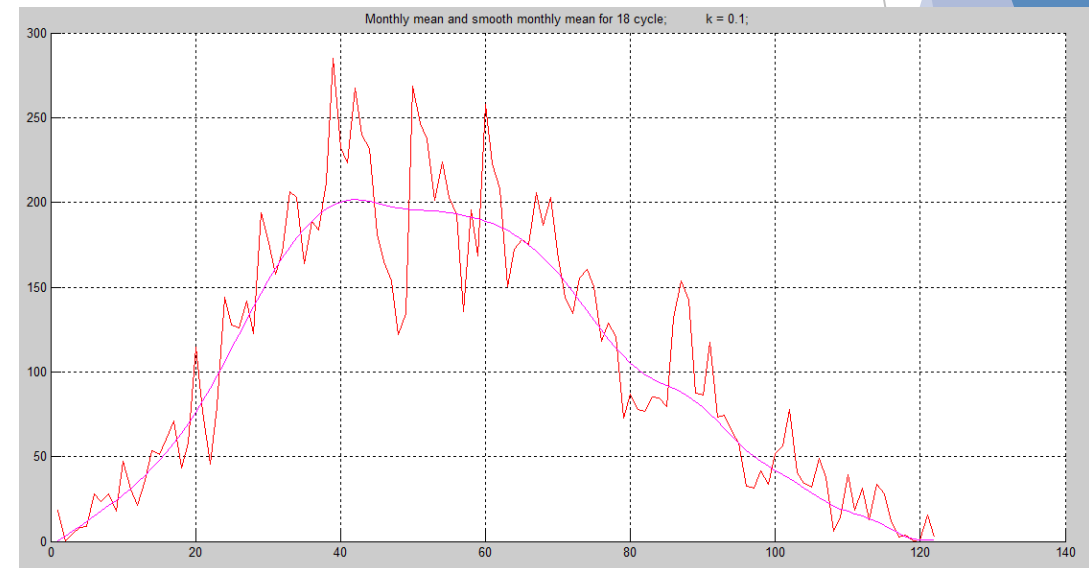


Удосконалений алгоритм апроксимації за критерієм гладкості для 18-го циклу

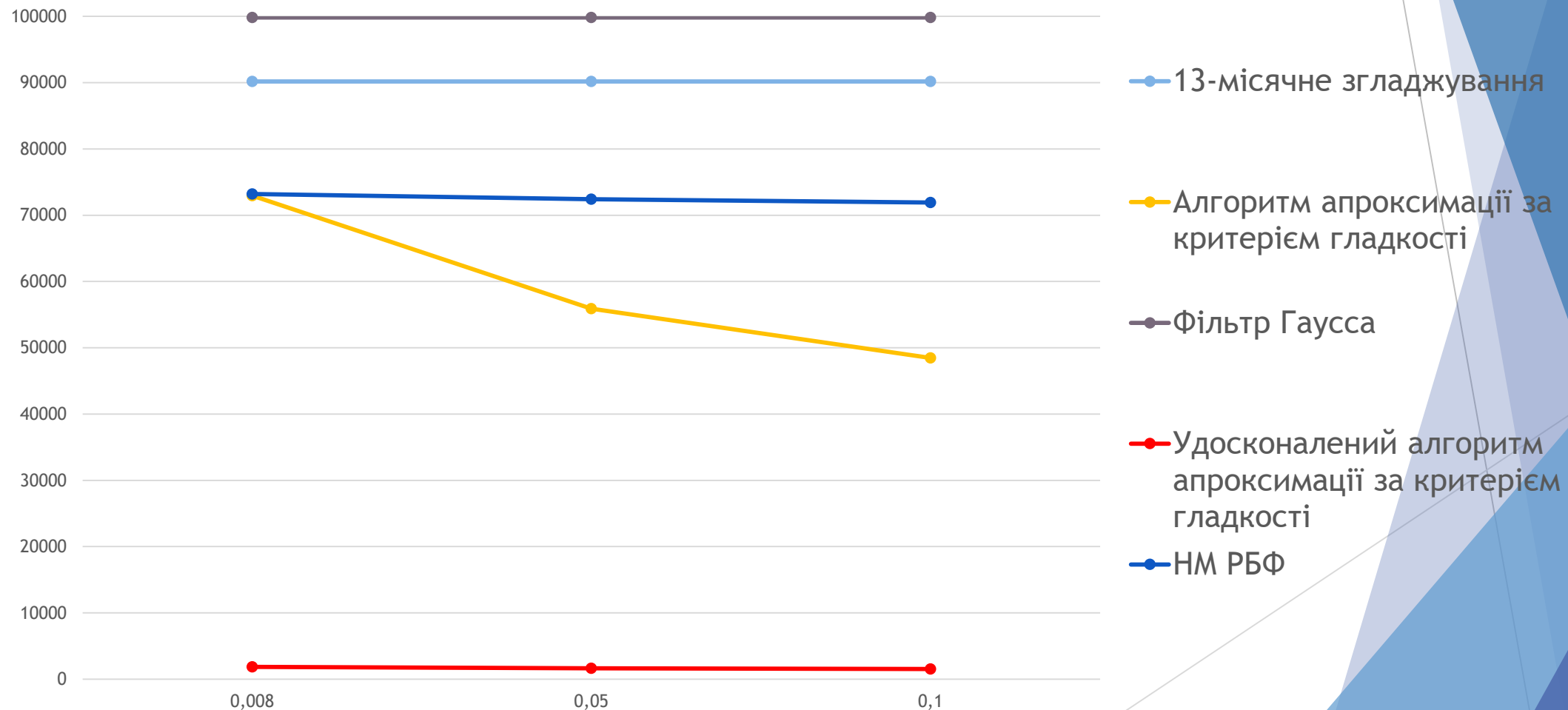
Коефіцієнт згладжування рівний 0.008



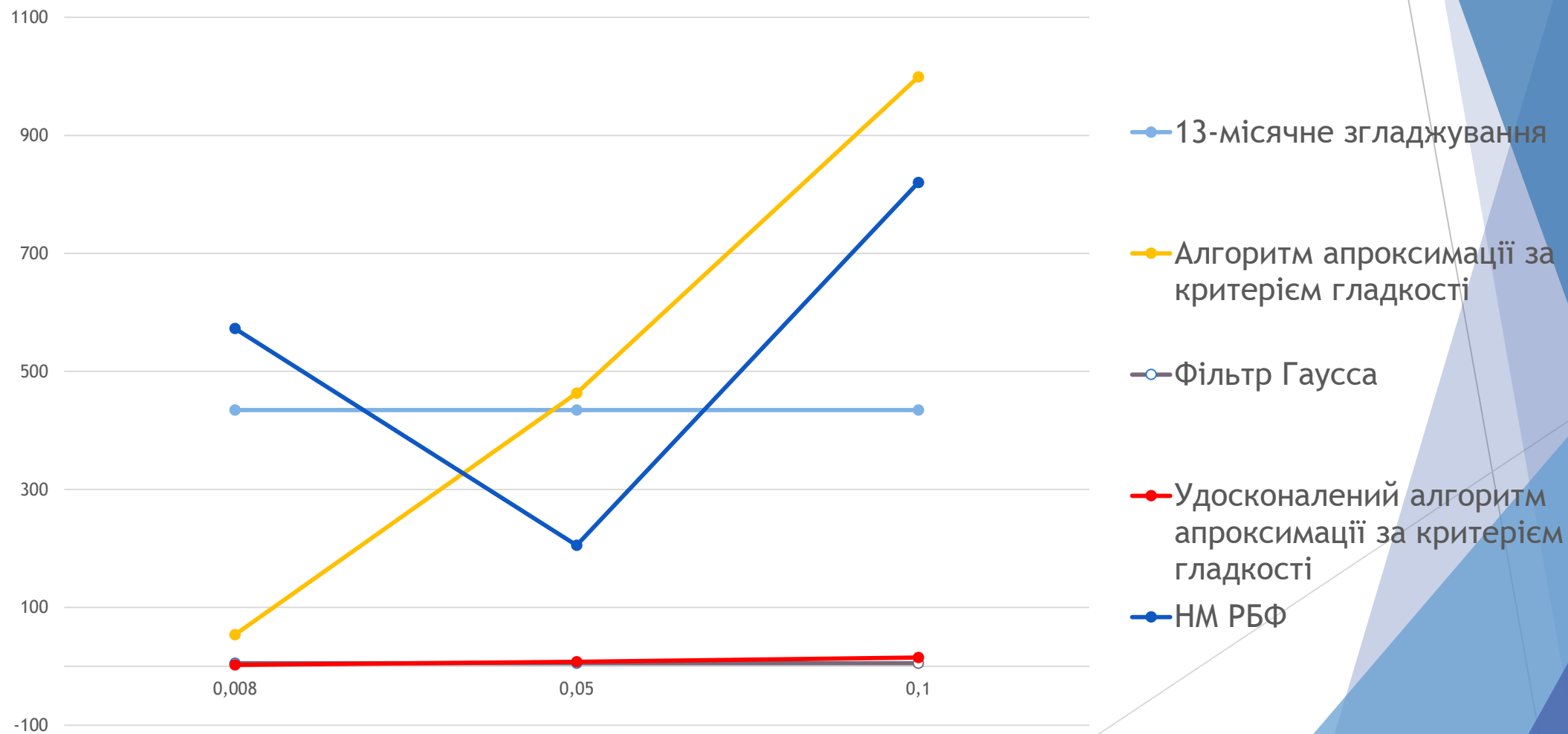
Коефіцієнт згладжування рівний 0.1



Сума квадратів відхилень для методів апроксимації, застосованих для 18-го сонячного циклу



Сума квадратів других різниць для методів апроксимації, застосованих для 18-го сонячного циклу



Порівняльний аналіз

- ▶ Найбільш близькою до експериментальних даних виявляється згладжена крива удосконаленим алгоритмом апроксимації за критерієм згладжування.
- ▶ Найдалі від експериментальних значень виявилась крива, згладжена гауссівським фільтром.
- ▶ Найгладкішими виявляються криві, що були згладжені удосконаленим алгоритмом апроксимації за критерієм гладкості та фільтром Гауса.
- ▶ Таким чином, згладжування за удосконаленим алгоритмом апроксимації за критерієм гладкості дає кращі результати (зберігає баланс між близькістю до експериментальних даних та гладкістю апроксимованої кривої), ніж згладжування іншими алгоритмами.

Висновки

- ▶ За результатами імітаційного моделювання було виявлено, що традиційно застосовувані алгоритми апроксимації ефективніше відтворюють динаміку довготривалих закономірностей.
- ▶ Запропонований алгоритм позбавлений недоліку 13-місячного ковзного середнього - обертання або втрати коливань.
- ▶ При застосуванні для гетероскедастичного процесу удосконалений алгоритм апроксимації за критерієм гладкості показує кращі результати, ніж інші алгоритми.

Висновки

При застосуванні алгоритмів апроксимації на реальних експериментальних даних було виявлено:

- ▶ За критерієм близькості найбільш близькою до експериментальних даних виявляється згладжена крива удосконаленням алгоритмом апроксимації за критерієм згладжування.
- ▶ За критерієм гладкості найгладкішими виявляються криві, що були згладжені удосконаленням алгоритмом апроксимації за критерієм гладкості та фільтром Гауса.

Оскільки між цими двома критеріями необхідно знайти баланс, то найкращі результати показує *удосконалений алгоритм апроксимації* експериментальних даних за критерієм гладкості.

Це пов'язано перш за все з тим, що цей алгоритм враховує *змінний характер* дисперсії даного процесу, що дозволяє точніше відтворити закономірність.

Висновки

- ▶ Динаміка MAP носить циклічний характер з періодом в 24 години.
- ▶ Мінімальне значення MAP спостерігається о 2-8 годинах ранку, після якого починається ранкова фаза зростання.
- ▶ Також спостерігаються два пікових значення: перший максимум біля 10-14 годин, а другий біля 17-21 годин.
- ▶ З віком регулярність зміни MAP проявляються у меншій степені, а також вони носять більш різкий скачко подібний характер.
- ▶ Якщо подивитися на зміну часу настання фаз зростання та падіння MAP в залежності від віку, то досить чітко простежується їх схильність до “зменшення” - тобто до настання у більш ранній час для людей старшого віку.
- ▶ За допомогою розробленого удосконаленого алгоритму апроксимації за критерієм гладкості можна точніше виділити максимуми, мінімуми, фази зростання, падіння, тривалість сонячних циклів.
- ▶ У фазі падіння сонячного циклу існують інтервали зростання.
- ▶ Виявлення коливань у фазі падіння циклу є дуже важливим, оскільки саме вони визначають силу наступного циклу.

Наукові досягнення

- ▶ Ганчукова Д. В., Подладчиков В. М. Використання критерію гладкості для вияву закономірностей динаміки медико-біологічних показань // Системний аналіз та інформаційні технології: Матеріали міжнародної науково-технічної конференції (26-30 травня 2014 р., Київ).—2014.
- ▶ Ганчукова Д. В., Подладчиков В. М. Узагальнення методу апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості на гетероскедастичні процеси // Системний аналіз та інформаційні технології: Матеріали міжнародної науково-технічної конференції (30 травня - 2 червня 2016 р., Київ).—2016.
- ▶ Пошук закономірностей динаміки артеріального тиску на основі апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості / Ганчукова Д. В., Подладчиков В. М. // Системні дослідження та інформаційні технології.—2016.—№1, С. 63—72.

Дякую за увагу!