

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС «ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО
СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ**

**КОНСТРУКЦІЯ МОДЕЛЕЙ ЧАСОВИХ РЯДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ
ФРАКТАЛЬНИХ МЕТОДІВ**

Виконав: студент групи КА-23 Романко О.Р.

Науковий керівник: д.т.н., проф. Бондаренко В.Г.

Київ 2016

Актуальність теми

Провідні фінансові аналітики вважають, що існуючого програмного і математичного інструментарію недостатньо для аналізу деяких даних. Фрактальний аналіз часових рядів - нова методологія, яка використовує сучасне бачення фінансового ринку і інструментарій фрактальної математики для аналізу і прогнозування фінансових та економічних процесів.

Фрактальний аналіз базується на більш складній математиці та фрактальній статистиці, його результати набагато ближче до практики

Об'єкт дослідження

Розвиток фрактальних процесів в сферах фінансової та інвестиційної діяльності.

Предмет дослідження

Нестационарні часові ряди з кореляцією, що повільно змінюється з часом та відповідають характеристикам фрактальних рядів.

Мета

Метою даної роботи є дослідження інструментарію фрактального аналізу ринку – R/S аналізу та V-статистики, а також нових моделей – fBm (fractional Brownian motion) та ARFIMA (Autoregressive Fractal Integrated Moving Average).

Постановка задачі:

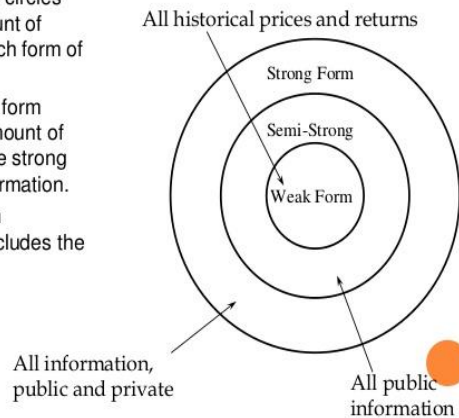
Порівняти підходи до аналізу фінансових ринків (гіпотезу ефективного ринку та гіпотезу фрактального ринку). Дослідити новий інструментарій фрактального аналізу часових рядів та його практичну ефективність (R/S – аналіз, V-статистика, модель fBm), застосувати фрактальні прогностні моделі типу ARFIMA до реальних фінансових даних з метою перевірки нового фрактального підходу до аналізу фінансових процесів. Для виконання поставлених цілей, створити програмний додаток на основі платформи SAS.

Гіпотеза ефективного ринку

Гіпотеза ефективного ринку (англ. efficient market hypothesis, EMH) — гіпотеза, згідно з якою вся суттєва інформація негайно і повною мірою відбивається на ринковій курсовій вартості цінних паперів: ринок є ефективним щодо деякої інформації, якщо вона відразу і повністю відбивається в ціні активу, що робить цю інформацію непотрібною для отримання надприбутків.

THE EMH GRAPHICALLY

- In this diagram, the circles represent the amount of information that each form of the EMH includes.
- Note that the weak form covers the least amount of information, and the strong form covers all information.
- Also note that each successive form includes the previous ones.



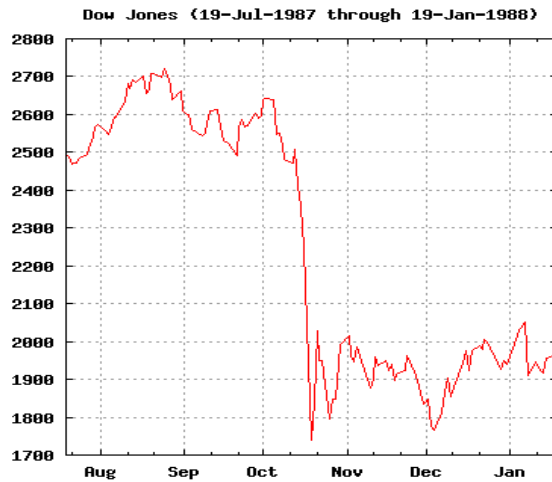
Efficient Market Hypothesis

Introduction to the Efficient Market Hypothesis for Business Students

Mario Chinas



Історичні передумови появи теорії фрактального ринку



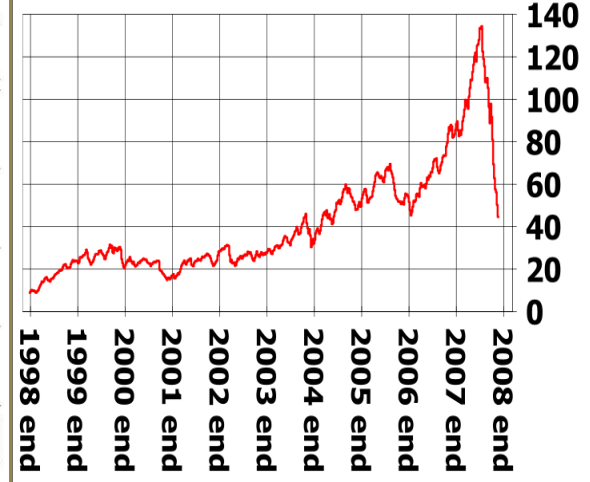
Чорний понеділок (1988) :

- Падіння DJIA на 26%
- Причини: програмний трейдинг, неліквідність, переоціненість ринку, ринкова психологія
- Сумнів в теорії раціональної поведінки людини, теорію ринкової рівноваги



Економічна криза в Росії (1998):

- Технічний дефолт перед зовнішніми кредиторами
- Невдала політика по стабілізації інфляції— переоцінка валюти



Світова економічна криза (2008):

- Причини: циклічність економічного розвитку, дисбаланс міжнародної торгівлі і руху капіталів, перебільшення кредитного ринку.

Фрактальний аналіз ринків

Фрактальний аналіз ринків, на відміну від теорії ефективних ринків, постулює залежність майбутніх цін від їх минулих змін. Таким чином, процес ціноутворення на ринках глобально детермінований, залежний від «початкових умов», тобто минулих значень. Локально ж процес ціноутворення випадковий, тобто в кожному конкретному випадку ціна має два варіанти розвитку. Фрактальний аналіз ринків безпосередньо виходить з фрактальної теорії і запозичує властивості фракталів для отримання прогнозів.

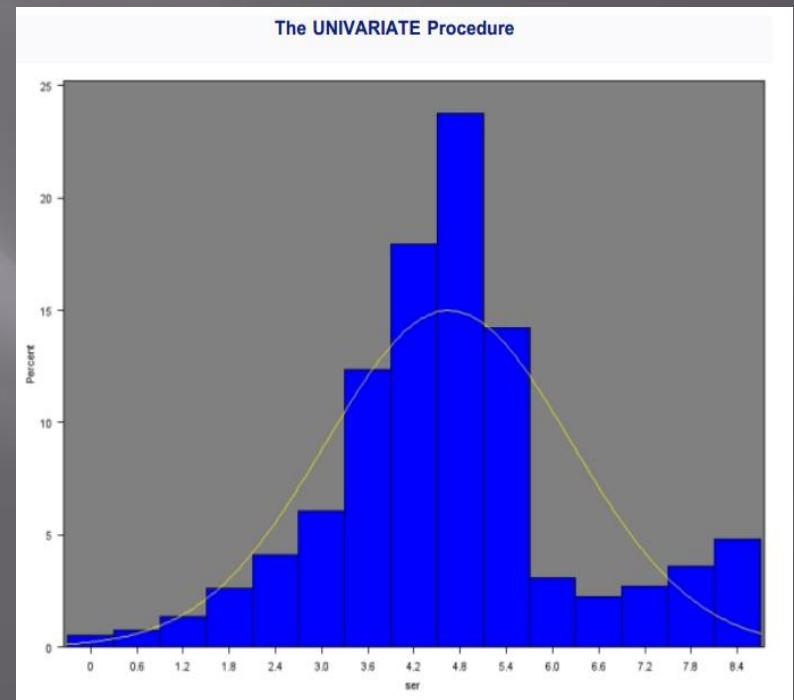
Помилкові уявлення про природу і поведінку фінансових процесів.

- Негаусовість. Приклад даних з «важкими» хвостами - 20-ти денний індекс Доу-Джонса.

- Оцінка дисперсії.

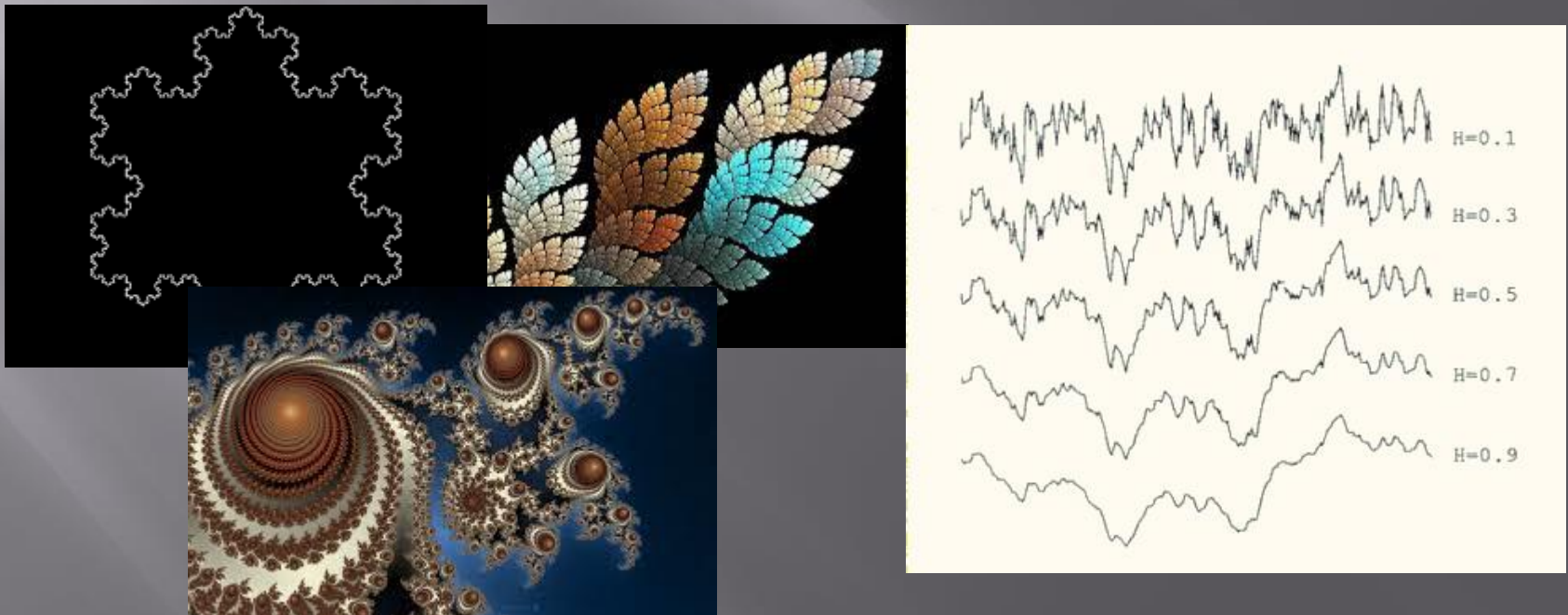
Класичний підхід: $\sigma_{t+\tau} = \sqrt{\tau} \sigma_{\tau}$.

Новий підхід $\sigma_{t+\tau} = \tau^H \sigma_{\tau}$, $H \in (0,1)$



Фрактал

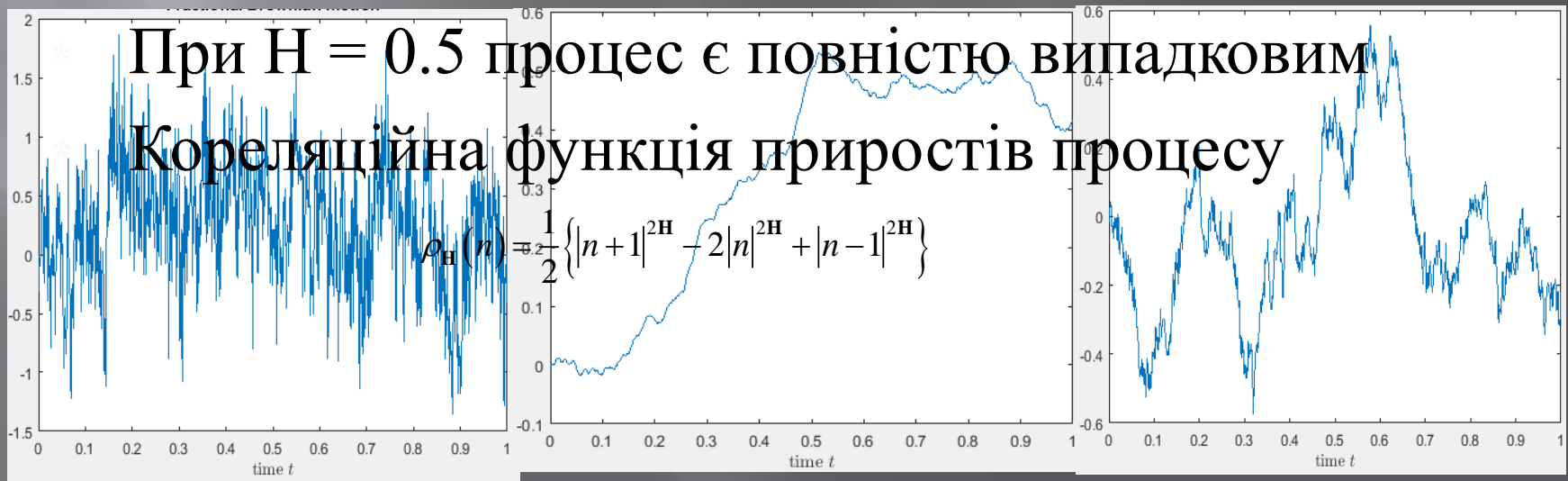
Від латинського *fractus*, від якого відбуваються англійські терміни *fraction*, *fractional* - дріб, дробовий. Таким чином, з математичної точки зору, фрактал можна розглядати, перш за все, як множину з дробовою (фрактальною) розмірністю. Фрактальна розмірність характеризує те, як об'єкт або часовий ряд заповнює простір. Крім того, вона описує структуру предмета при зміні коефіцієнта збільшення або при зміні масштабу предмета. Для фізичних (або геометричних) фракталів такий закон подібного перетворення має місце в просторі. Фрактальний часовий ряд змінює масштаб статистично, в часі.



Пам'ять процесу

Параметр Харста $H \in (0,1)$ - показує характер зміни процесу.

- * При $H \in (0.5,1]$ процес є персистентний
- * При $H \in [0,0.5)$ процес антиперсистентний



R/S аналіз

Відомо, що випадкове блукання (наприклад випадковий броунівський рух молекул) за час n проходить відстань $S = c * \sqrt{n}$ (де c - довільна константа). Херст узагальнив це рівняння для систем, які не є «IID»: $S = c * n^H$, где $H \in [0,1]$. Отже, ми можемо виконати просту лінійну регресію на $\log(n)$ як незалежній змінній і як залежній змінній. Нахил рівняння є оцінкою показника Харста H .

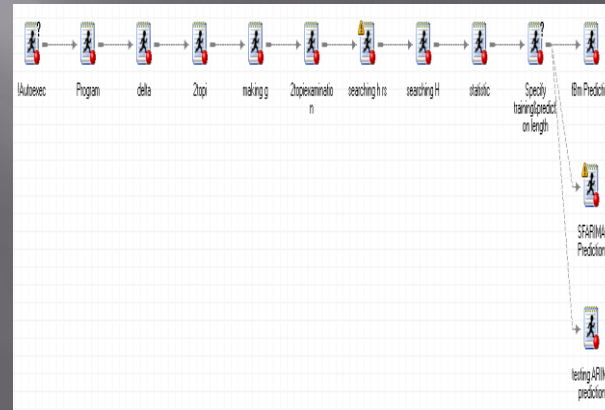
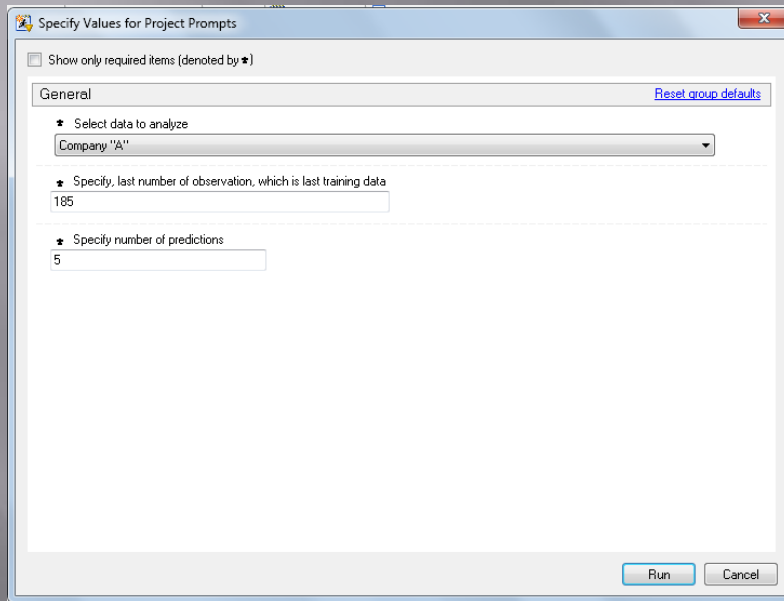
V-статистика

Загальна ідея V-статистики - коли цикл будь-якого процесу закінчується, нормований розмах (R/s_n) перестає рости (оскільки значення знову починають повторюватися, отже не вносять змін до діапазон значень). Якщо викреслити R/s_n проти $\lg(n)$, то при закінченні циклу, графік почне стрімко падати вниз.

Кінцева формула: $V_n = \frac{R/s_n}{\sqrt{n}}$. Це відношення приведе до горизонтальної лінії, якщо процес випадковий.

Практичні результати

Модуль для фрактального аналізу даних виконаний на базі платформи SAS, як модуль в програмі SAS Enterprise Guide.



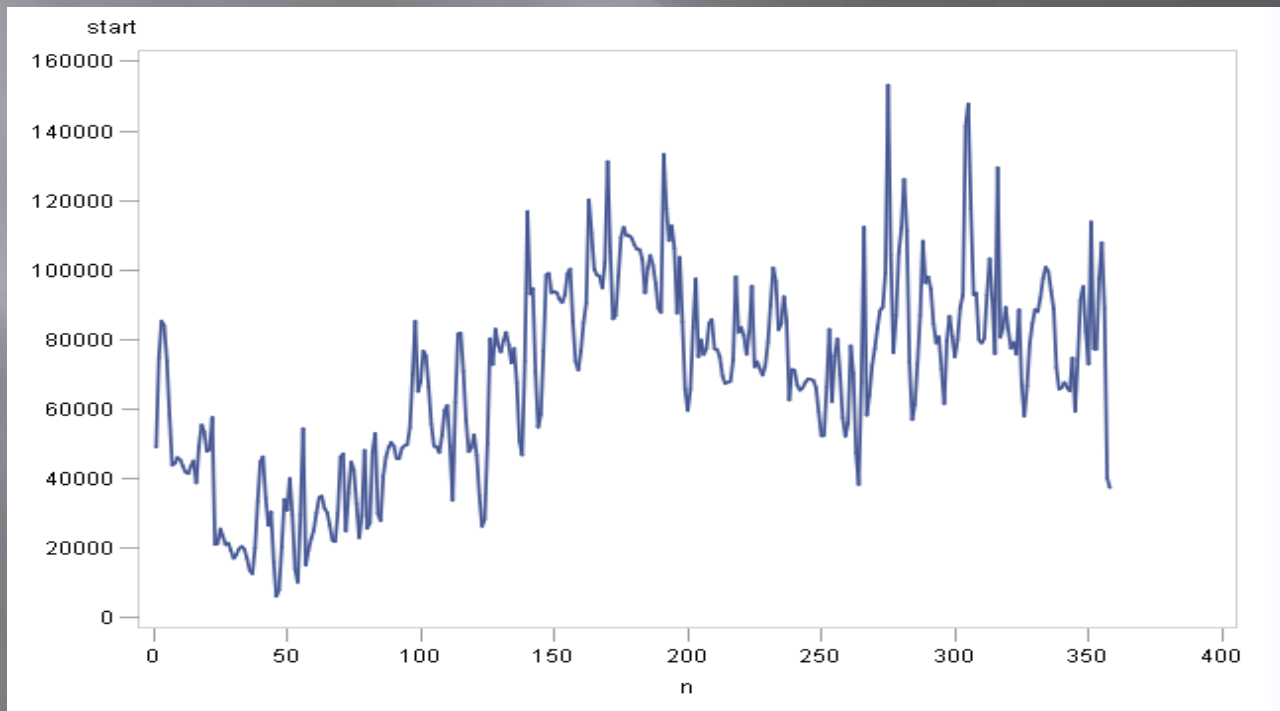
Технологічний процес, що проходять вхідні дані

- Початкова перевірка на пропущені значення, очищення даних
- Взяття логарифмічних різниць та перевірка твердження про гаусовість
- Інакше – одновимірне степеневе перетворення та перевірка статистики
- Пошук параметра Харста та пошук неперіодичних циклів
- Перевірка гіпотези про те, що процес – фрактальний, з параметром Харста H .
- Прогнозування на задану кількість кроків за допомогою моделей fBm та $FARIMA$.

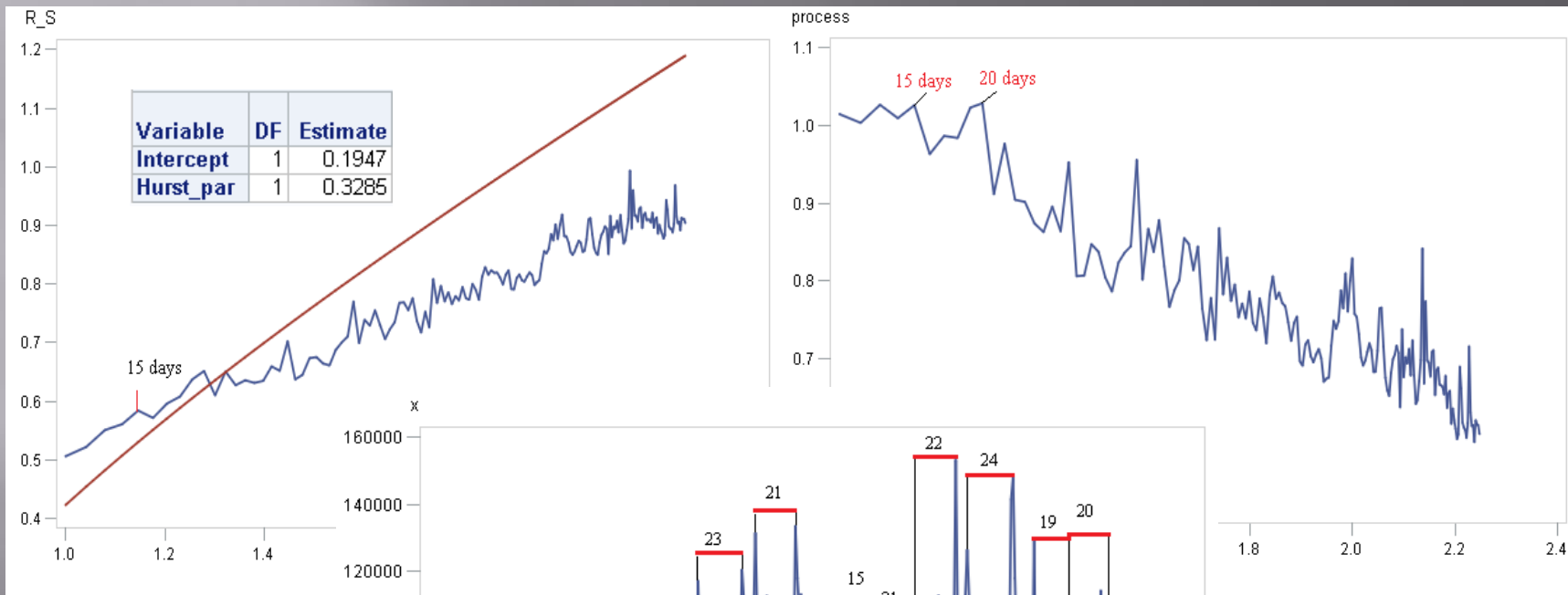
Практичні результати

Для прикладу візьмемо дані щоденних фінансових потоків підприємства «А» за 2014 рік та проведемо фрактальний аналіз (дані і програму можна знайти на сайті

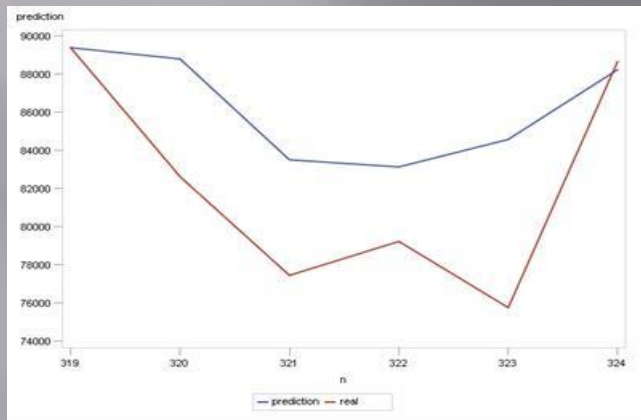
https://sites.google.com/site/sas4ua2015/romanko_alex).



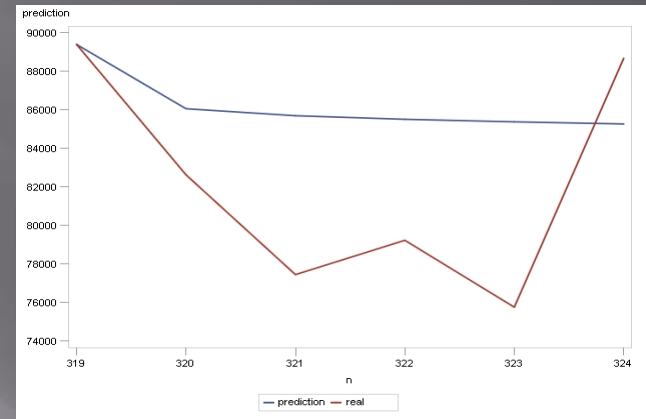
R/S аналіз та V-статистика



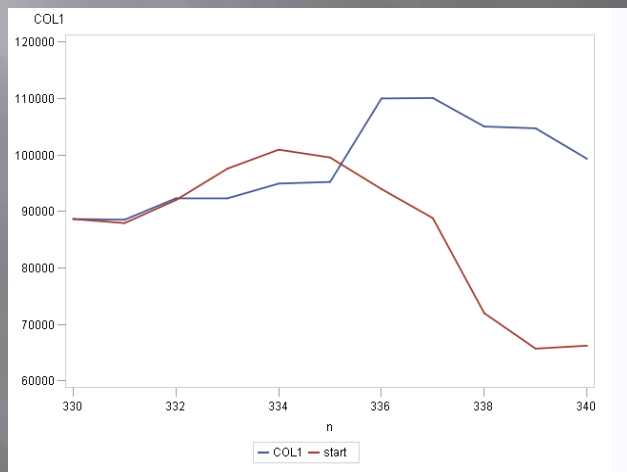
Прогноз із використанням моделей fBm та FARIMA



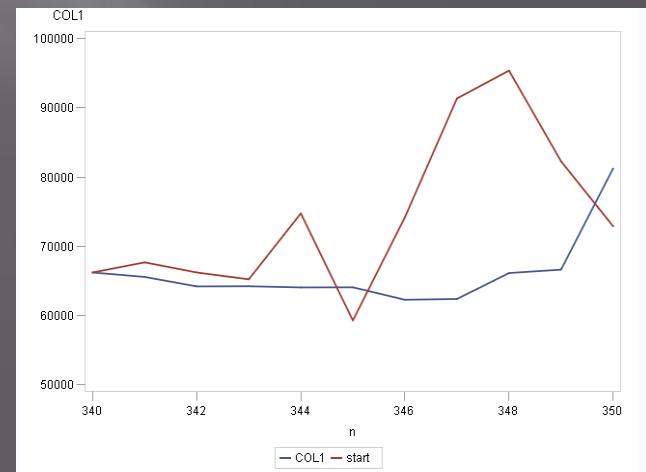
SFARIMA model, MAPE=0.06



fBm model, MAPE=0.08

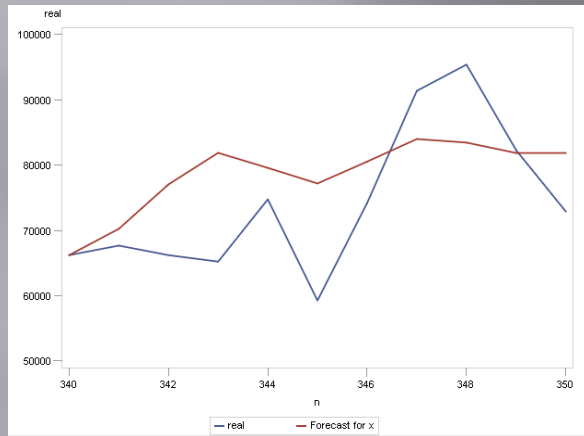


SFARIMA model, MAPE=0.11

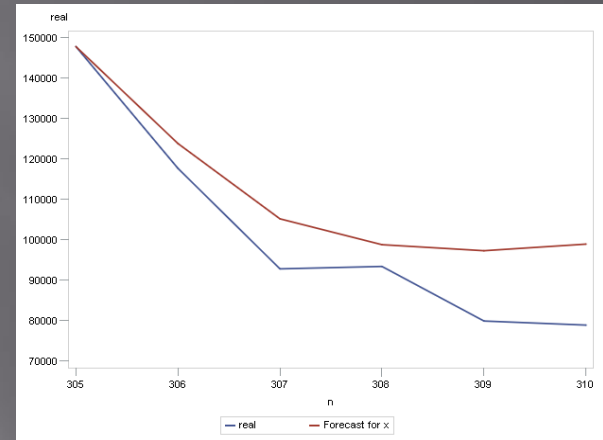


SFARIMA model, MAPE=0.12

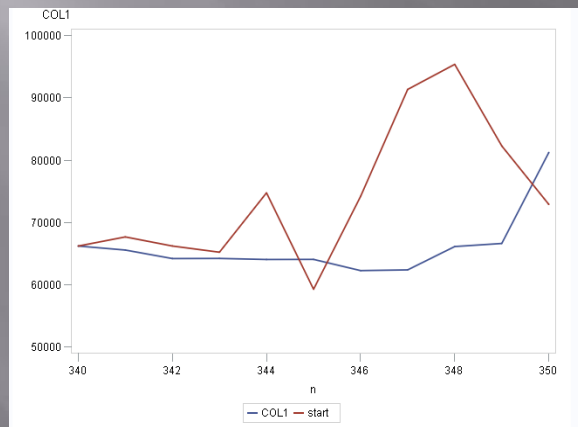
Порівняння з моделями ARIMA



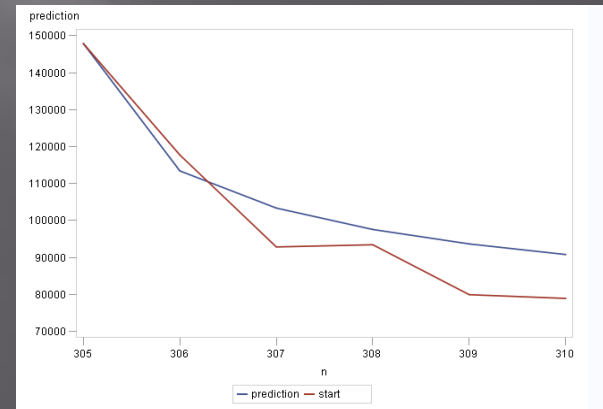
Прогноз ARIMA(14,2,1) – MAPE=0.13



ARIMA(14,2,1) – MAPE=0.14



Прогноз SFARIMA – MAPE=0.11



fBm model, MAPE=0.10

Висновки

Використання нових інструментів фрактального аналізу, таких як R/S - аналіз і V -статистика дає більш глибоке розуміння природи тимчасового ряду і його особливостей, можливість досліджувати періодичні і неперіодичні цикли. Написана програма на мові SAS / BASE, виконане в інтерфейсі SAS Enterprise Guide з використанням технологій IML і ETS дозволяє проводити випробування на різних даних і в подальшому розвинути програму в окрему процедуру для аналізу. Порівняння моделей fBm і SFARIMA показало, що SFARIMA іноді є більш точним та довгостроковий прогноз, хоча моделі помиляються на різних тестах. Для даних, які визначені як наближені до фрактальним, моделі fBm і SFARIMA дають більш якісний прогноз, ніж модель ARIMA.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!