

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою Інституту  
прикладного системного  
аналізу від 24.02.2020 р.  
протокол № 2



Заступник голови Вченої ради

Віктор РОМАНЕНКО

М.П.

**ПРОГРАМА**

комплексного фахового випробування  
для вступу на освітню програму підготовки магістра  
**Системний аналіз фінансового ринку**

за спеціальністю 124 Системний аналіз

Програму рекомендовано  
кафедрою математичних  
методів системного аналізу  
від 12.02.2020 р., протокол № 6  
В.о.завідувача кафедри

Оксана ТИМОЩУК

Київ  
2020

## **ВСТУП**

Програма комплексного фахового випробування для вступу на освітню програму підготовки магістра «Системний аналіз фінансового ринку» за спеціальністю 124 Системний аналіз (далі — Програма) призначена для отримання досвіду самостійної роботи абітурієнта з підготовки до екзамену.

Метою програми є формування у абітурієнтів здатностей:

ознайомитися із предметними питаннями курсів навчальних дисциплін, що включені в екзаменаційні білети;

опрацювати підручники, навчальні посібники та інші інформаційно-літературні джерела предметної області знання;

осмислити, упорядочити і систематизувати засвоєні теоретичні знання і практичні навички;

вмотивовано виконати роботу на екзамені, продемонструвавши певний рівень засвоєння структури та змісту навчальних дисциплін в результаті підготовки.

Перелік навчальних дисциплін цієї Програми складають такі, що є базовими та, відповідно, належать до циклу загальної підготовки навчального плану підготовки бакалавра за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз фінансового ринку» спеціальності 124 «Системний аналіз»:

- 1) Аналіз часових рядів;**
- 2) Методи оптимізації та дослідження операцій;**
- 3) Чисельні методи.**

Вступний екзамен проводиться чотири академічних години без перерви (180 хвилин), в аудиторному приміщенні випускової кафедри математичних методів системного аналізу КПІ ім. Ігоря Сікорського, за методом «одержання екзаменаційного білету—повернення письмової роботи».

Завданням на екзамені є розв'язання задач екзаменаційного білету. Екзаменаційний білет містить п'ять за типом практичних завдань. Диференціації робочого часу, відведеного на виконання кожного завдання, немає. Фіксується час початку і закінчення роботи.

## **ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ, ЩО ВІНОСИТЬСЯ НА КОМПЛЕКСНЕ ФАХОВЕ ВИПРОБУВАННЯ**

### **1. Аналіз часових рядів**

#### **Основні типи моделей часових рядів: огляд**

Моделі лінійних стаціонарних процесів.

Лінійні нестаціонарні процеси з детермінованим трендом.

Нелінійні нестаціонарні процеси з детермінованим трендом.

Нестаціонарні процеси із стохастичним трендом.

## **Методика побудови моделі часового ряду**

Типи регресійних моделей для формального опису статистичних даних у формі часових рядів.

Вимоги до даних, оцінок параметрів математичних моделей і моделей у цілому.

Поняття структури математичної моделі часового ряду; поняття стаціонарності процесів, поданих статистичними даними.

Попередня підготовка даних для побудови моделі.

Оцінювання структури моделі на основі розрахунку кореляційних характеристик даних і використання статистичних тестів на лінійність та нестаціонарність.

Оцінювання параметрів моделі за допомогою методу найменших квадратів (МНК), методу максимальної правдоподібності (ММП).

Аналіз адекватності моделей-кандидатів за множиною статистичних характеристик якості, вибір кращої моделі.

### **Застосування різницевого рівняння до опису часових рядів**

Поняття різниць та різницевого рівняння (РР).

Знаходження повних розв'язків рівнянь низьких порядків ітераційним методом; аналіз збіжності розв'язків.

Загальна методика знаходження однорідних рівнянь вищих порядків з використанням коренів характеристичних рівнянь (ХР); три випадки (дійсні різні корені ХР, кратні та комплексні корені).

Методика знаходження неоднорідних розв'язків стохастичних РР.

Знаходження повних розв'язків РР.

Умови збіжності повних розв'язків РР.

### **Застосування РР до прогнозування часових рядів**

Умовні та безумовні статистичні характеристики випадкових процесів, означення прогнозу.

Коротко- та середньострокове прогнозування без знаходження розв'язків РР.

Статистичні критерії якості оцінок прогнозів.

Побудова функцій прогнозування на довільну кількість кроків на основі лінійних різницевого рівнянь.

Довгострокове прогнозування нестаціонарних процесів за моделями трендів.

### **Застосування лагових операторів при побудові моделей часових рядів**

Подання різницевого рівняння за допомогою лагових операторів.

Властивості лагових операторів, альтернативні форми РР.

Знаходження розв'язків РР за допомогою лагових операторів.

Застосування операторів зсуву в теорії керування та аналізі часових рядів.

**Література** [1, 2, 3, 4]

## 2. Методи оптимізації та дослідження операцій

Поняття про задачі оптимізації. Постановка задач оптимізації. Цільова функція та допустима множина,  $\arg\min$  та  $\text{Ardmin}$  функції.

Проблеми задач оптимізації. Теорема Вейерштрасса та наслідок з неї. Задача безумовної оптимізації. Необхідні умови оптимальності першого порядку.

Критерій Сильвестра. Необхідні умови оптимальності другого порядку. Достатні умови оптимальності задачі безумовної оптимізації.

Задача умовної оптимізації. Поняття лінії рівня. Геометрична інтерпретація.

Класична задача на умовний екстремум. Множники Лагранжа. Умови регулярності. Геометрична інтерпретація.

Теореми про необхідні та достатні умови в класичній задачі на умовний екстремум.

Опуклі множини. Приклади. Поліедральні множини.

Задача про екстремум квадратичної функції на сфері одиничного радіусу.

Операції над опуклими множинами.

Поняття опуклої комбінації та опуклої оболонки. Теорема про опуклу комбінацію точок опуклої множини. Нерівність Йенсена.

Поняття конуса та опуклого конуса. Конічна оболонка множини. Спряжений конус.

Поняття гіперплощини та півпросторів, що породженні гіперплощиною. Віддільність та строга віддільність.

Теореми віддільності.

Опуклі функції. Строга опуклість. Надграфік функції. Друге означення опуклої функції. Індикаторна функція.

Операції над опуклими функціями.

Опукла задача оптимізації. Теореми про властивості розв'язків опуклої задачі.

Поняття дотичної гіперплощини. Теорема про властивості опуклої функції.

Критерії опуклості функції в термінах перших та других похідних.

Поняття субдиференціала опуклої функції. Геометрична інтерпретація.

Субдиференціал лінійної комбінації опуклих функцій та функції максимуму. Умови екстремуму.

Напрямок спадання та можливий напрямок. Теорема про необхідні умови оптимальності.

Теорема про необхідні та достатні умови оптимальності у випадку опуклої допустимої множини та опуклої функції. Геометрична інтерпретація.

Леми про умови оптимальності в загальній задачі оптимізації для деяких конкретних видів допустимої множини (весь простір, координатний паралелепіпед).

Правило Лагранжа та умови регулярності в задачі математичного програмування.

Теорема Куна-Такера. Геометрична інтерпретація.

**Література** [5, 6, 7, 8, 9]

### **3. Чисельні методи**

Розв'язання нелінійних рівнянь. Пошук коренів алгебраїчних рівнянь. Теорема Бюдана. Теорема Декарта. Теорема Гюа. Теорема Штурма. Чисельні методи пошуку коренів рівняння: метод бісекції (половинного ділення), метод простої ітерації, метод січних, метод Ньютона.

Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гаусса та його різновиди (LU розклад, LDU), обчислення визначника системи, оберненої матриці. Метод квадратного кореня, схема Холецького.. Обумовленість системи рівнянь.

Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зайделя. Умови збіжності методів.

Ітераційні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь. Метод простої ітерації, метод Ньютона. Принцип стислих відображень. Умови збіжності методів.

Наближення функцій. Задачі інтерполяції та апроксимації. Інтерполяційні формули Ньютона та Лагранжа. Інтерполяція сплайнами. Оцінка похибок інтерполяційних формул.

Чисельне диференціювання. Оцінювання порядку точності різницевих формул.

Чисельне інтегрування. Формули середніх, трапецій, Сімпсона. Квадратурні формули Ейлера. Кубатурні формули.

Спектральна задача. Методи: степеневий, скалярних добутків, Данилевського, Крилова, Якобі, QR, LR. Перетворення подібності, конгруентне, Гаусголдера.

Розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь. Методи Ейлера, Рунге-Кутта першого, другого, четвертого порядків. Методи Адамса першого, другого, четвертого порядків.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь. Метод прогонки. Метод колокації. Метод найменших квадратів. Метод Гальоркіна. Метод скінченних різниць для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних. Застосування до задач другого порядку: крайової двоточкової, еліптичної, параболічної, гіперболічної.

**Література** [10, 11, 12, 13, 14]

## ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ

### Користування допоміжним матеріалом на екзамені

— Забороняється

### Критерії оцінювання (за системою ECTS, стобальна шкала)

Розв'язання кожної задачі оцінюється за такими критеріями:

95—100	—	задачу розв'язано повністю, вірно
85—94	—	задачу розв'язано вірно, відповідь правильна, але наявними є один-два недоліки (наявними є деякі методичні помилки, порушено послідовність викладок тощо)
75—84	—	задачу розв'язано вірно, але відповідь неправильна (наявними є арифметичні помилки)
65—74	—	задачу розв'язано неповністю, але намічено правильний хід розв'язування
60—64	—	задачу не розв'язано, але наведено формули або твердження, що можуть бути використані при розв'язуванні задачі
менше 60	—	задачу не розв'язано

Результат роботи обчислюється як середнє арифметичне оцінок, що їх отримано за кожну задачу і заокруглюється до цілих.

Відповідно до «Правил прийому до КПІ ім. Ігоря Сікорського в 2020 році» є необхідним перерахунок оцінки рейтингової системи оцінювання (60...100 балів) в шкалу ЄВІ (100...200 балів).

### Таблиця. Відповідність оцінок рейтинговій системі оцінювання (PCO)

Таблиця відповідності оцінок PCO (60...100 балів) оцінкам ЄВІ (100...200 балів)

Оцінка PCO	Оцінка ЄВІ	Оцінка PCO	Оцінка ЄВІ	Оцінка PCO	Оцінка ЄВІ	Оцінка PCO	Оцінка ЄВІ
60	100,0	70	125,0	80	150,0	90	175,0
61	102,5	71	127,5	81	152,5	91	177,5
62	105,0	72	130,0	82	155,0	92	180,0
63	107,5	73	132,5	83	157,5	93	182,5
64	110,0	74	135,0	84	160,0	94	185,0
65	112,5	75	137,5	85	162,5	95	187,5
66	115,0	76	140,0	86	165,0	96	190,0
67	117,5	77	142,5	87	167,5	97	192,5
68	120,0	78	145,0	88	170,0	98	195,0
69	122,5	79	147,5	89	172,5	99	197,5
						100	200,0

## Приклад типового завдання комплексного фахового випробування

### Білет № 0

1. Дано рівняння авторегресії з ковзним середнім третього порядку АРКС(3, 2):

$$y(k) = 0,5 + y(k-1) + 0,25y(k-2) - 0,25y(k-3) + \varepsilon(k) - 0,125\varepsilon(k-1) + 0,125\varepsilon(k-2).$$

Необхідно знайти повний розв'язок цього рівняння і виконати аналіз збіжності знайденого розв'язку.

2. Дослідити цільову функцію на екстремум та описати характер екстремальних точок:

$$\begin{cases} x^4 + y^4 - 4xy \rightarrow \text{extr} \\ (x, y) \in R^2 \end{cases}$$

3. Знайти точки екстремуму в класичній задачі на умовний екстремум методом множників Лагранжа. Підтвердити розв'язок за допомогою геометричної інтерпретації:

$$\begin{cases} x \rightarrow \min \\ x^3 - y^2 = 0 \end{cases}$$

4. Для пошуку власних чисел матриці  $A$  застосовується  $QR$ -метод.  $Q$  — ортогональна,  $R$  — верхня трикутна матриці. Зробити одну ітерацію методу.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа для функції  $f(x) = e^{-x}$ , якщо вузлами інтерполяції є точки  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ . Оцінити похибку для  $x = 1,5$ .

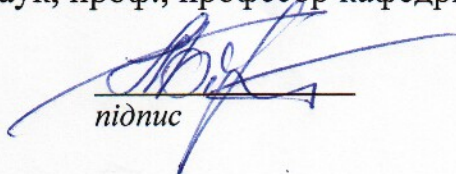
**РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

1. Бідюк П.І. Аналіз часових рядів /Бідюк П.І., Романенко В.Д., Тимошук О.Л. — К.: НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», 2013. — 600 с.
2. Дрейпер Н.Р. Прикладной регрессионный анализ /Дрейпер Н.Р., Смит Г. — К.: Диалектика, 2007. — 912 с.
3. Diebold F.X. Time Series Econometrics /Diebold F.X. — Pennsylvania: University of Pennsylvania, 2019. — 215 p.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов Андерсон Т. — М.: Мир, 1976. — 755 с.
5. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации /А.Г.Сухарев, А.В.Тимохов, В.В.Федоров. — М.: Наука, 2001. — 326 с.
6. Пшеничный Б. Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
7. Дослідження операцій в економіці: Підручник /за ред. І.К.Федоренко, О.І.Черненко. — К.: Знання, 2007. — 558 с.
8. Алексеев В. М. Сборник задач по оптимизации /В.М.Алексеев, С.М.Галеев, В.М.Тихомиров. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
9. Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах /А.В.Пантелеев, Т.А.Летова. — М.: Высшая шк., 2002. — 544 с.
10. Андрійчук В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, том 1 / за ред. В.В. Пасічника –Львів: «Новий світ - 2000», 2018. – 807 с.
11. Андрійчук В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, том 2 / за ред. В.В. Пасічника –Львів: «Новий світ - 2000», 2018. – 805 с.
12. Амосов А.А. Вычислительные методы для инженеров: учебное пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – М.: Высшая школа, 1993. – 544 с.
13. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики /Б. П.Демидович, И.А.Марон. — М.: Физматгиз, 1960. — 659 с.
14. Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений /Дж.Ортега, У.Пул. — М.: Наука, 1986. — 288 с.



**Розробники програми:**

Бідюк П.І., докт. техн.наук, проф., професор кафедри математичних методів системного аналізу

  
підпис

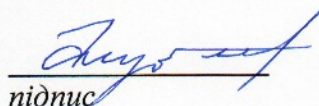
Петро БІДЮК

Яковлева А.П., канд.фіз.-мат.наук, доц., доцент кафедри математичних методів системного аналізу

  
підпис

Алла ЯКОВЛЕВА

Шубенкова І.А., канд.фіз.-мат.наук, доц., доцент кафедри математичних методів системного аналізу

  
підпис

Ірина ШУБЕНКОВА