



ГАРМОНІЧНИЙ АНАЛІЗ ТА ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки</i>
Освітня програма	<i>Системний аналіз і управління</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна(ПО 21)</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н.,доцент, Чаповський Юрій Аркадійович. yurychapovsky@gmail.com Практичні: к.ф.-м.н.,доцент, Чаповський Юрій Аркадійович</i>
Розміщення курсу	<i>Googleclassroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Гармонічний аналіз та операційне числення» є дисципліною природничо-наукової підготовки і присвячена формуванню у студентів здатності застосовувати основні поняття, означення, теореми та методи їх доведення.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі програмні компетентності та результати навчання за Стандартом вищої освіти:

Загальні компетентності

ЗК 1: Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 3: Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК 4: Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 6: Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 7: Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК 8: Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

Фахові компетентності

ФК1: Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК2: Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК 14: Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібну точність і надійність результату.

Програмні результати навчання

РН 1: Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН 2: Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН 3: Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН 5: Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

РН 6: Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

РН 7: Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

РН 14: Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

РН 15: Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передує і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Функціональний аналіз» (ПО 8), «Рівняння математичної фізики» (ПО 26), «Основи системного аналізу» (ПО 17), «Теорія прийняття рішень» (ПО 18), «Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях», ЗК 2 «Здатність планувати і управляти часом», «Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях», «Теорія випадкових процесів» (ПВ), «Стаціонарні випадкові процеси» (ПВ). Вивчення курсу ґрунтується на широкому використанні основних результатів дисциплін: «Алгебра та геометрія» (ПО 2) та «Математичний аналіз» (ПО 1).

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. Ряди та інтеграл Фур'є.

Тема 1.1. Ряди Фур'є.

Тригонометричні ряди Фур'є. Розвинення L^1 -функції в тригонометричний ряд Фур'є. Тригонометричний ряд в комплексній формі. Найпростіші властивості. Нерівність Бесселя.

Повнота та замкненість ортонормованої системи. Рівність Парсеваля. Достатня умова поточної збіжності тригонометричного ряду Фур'є до вихідної функції. та достатня умова рівномірної збіжності тригонометричного ряду Фур'є. Збіжність тригонометричних рядів в середньому квадратичному. Теорема про повноту тригонометричної системи.

Тема 1.2. Перетворення Фур'є.

Перетворення Фур'є в просторі L^1 . Властивості. Простір Шварца. Згортка L^1 -функцій. Обернене перетворення Фур'є. Перетворення та обернене перетворення Фур'є на L^2 . Теорема Планшереля.

РОЗДІЛ 2. Перетворення Лапласа.

Тема 2.1. Перетворення Лапласа.

Перетворення Лапласа. Аналітичність зображення Лапласа. Зображення деяких елементарних функцій. Властивості перетворення Лапласа: лінійність, теореми подібності, запізнення, зсуву. Зображення похідної та первісної. Побудова таблиці зображень Лапласа елементарних функцій. Зображення згортки. Диференціювання та інтегрування зображення. Визначення оригіналу за зображенням. Приклади. Застосування перетворення Лапласа для розв'язання задачі Коші для звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Застосування перетворення Лапласа при розв'язанні систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та лінійних інтегральних рівнянь.

РОЗДІЛ 3. Міра та інтеграл Лебега.

Сім'ї підмножин. Вимірні множини та функції. Означення міри та її продовження на σ -алгебру. Побудова інтеграла Лебега. Теорема Беппо Леві, теорема Фату, теорема Лебега. Збіжність послідовностей вимірних функцій за мірою, «майже всюди» та в середньому.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. Т.В. Боярищева, Т.В. Гудивок, О.О. Погоріляк. Функціональний аналіз. Навчальний посібник для студентів спеціальностей «математика», «прикладна математика», «статистика». – Ужгород, 2013. – 125 с.
2. С.А. Ус, Функціональний аналіз. Навчальний посібник. - Дніпропетровськ, 2013.
3. І.В. Федак, Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Частина
4. Лінійні функціонали та лінійні оператори. -- Івано-Франківськ, 2020.
4. Практикум із курсу «Функціональний аналіз», Кафедра математичного моделювання ДНУ ім. Олеса Гончара, -- Дніпропетровськ, 2009.
5. Богданський Ю.В. Курс лекцій з функціонального аналізу. "Політехніка", Київ, 2003.

6. Богданський Ю.В. Збірник задач з функціонального аналізу. Метричні простори. Інтеграл Лебега (електронний посібник) К., КПІ, 2018.
7. Богданський Ю.В. Інтеграл в курсі математичного аналізу (електронний посібник). – К., КПІ, 2013.

Додаткова:

8. L. Schwartz, *Topologie generale et analyse fonctionelle*. Hermann, -- Paris, 1993.
9. S. Banach. *Teorie des operations lineares*, -- Warsaw, 1932.
10. N. Wiener, *The Fourier integral and certain of its applications*. -- Cambridge, 1933.
11. L. H. Loomis, *An introduction to abstract harmonic analysis*, -- N.Y., Chicago, San-Francisco, 1953.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Ортонормованість тригонометричної системи. Тригонометричний ряд: означення, рівномірна збіжність. Ряд Фур'є 2π -періодичної абсолютно інтегрованої функції: означення, приклади розкладу.
2	Лема Рімана та її наслідок. Ядро Діріхле, інтеграл Діріхле. Принцип локалізації. Кусково неперервні та кусково диференційовані функції: означення, приклади.
3	Теорема Діріхле про поточкову збіжність ряду Фур'є. Ряд Фур'є в просторі квадратично інтегрованих функцій: збіжність, найкраща апроксимація в сенсі середньо квадратичного. Рівність Парсевалю.
4	Почленне диференціювання ряду Фур'є. Швидкість спадання коефіцієнтів Фур'є до нуля. Збіжність ряду Фур'є в просторі неперервних функцій. Почленне інтегрування ряду Фур'є. Ряд Фур'є в комплексній формі.
5	Ряд Фур'є $2l$ -періодичної функції: означення, умови рівномірної збіжності, приклади. Перетворення Фур'є абсолютно інтегрованої функції: означення, приклади. Властивості перетворення Фур'є: неперервність образу, занулення на нескінченості.
6	Алгебраїчні властивості перетворення Фур'є. Згортка та її перетворення Фур'є.
7	Обернене перетворення Фур'є. Теорема обертання. Теорема Планшереля.
8	Функції-оригінали. Невласні інтеграли комплексно-значних функцій що залежить від параметру: означення, властивості. Перетворення Лапласа: означення, приклади, аналітичність.
9	Властивості перетворення Лапласа: лінійність, подібність, диференціювання оригіналу, інтегрування оригіналу, інтегрування зображення, зсув аргументу, запізнення. Згортка оригіналів: означення, властивості.
10	Формула Мелліна, друга теорема розкладу. Знаходження оригіналу для правильного дробу. Застосування до розв'язку диференціальних рівнянь.
11	Сім'ї підмножин: півкільце, кільце, σ -кільце, алгебра, σ -алгебра. Кільце, що породжено півкільцем. σ -алгебра, що породжена сім'єю відмножин. Борелівська σ -алгебра: означення, породжуючи сім'ї підмножин.
12	Вимірні простори і вимірні функції: означення, приклади. Критерій вимірності функції. Арифметичні властивості вимірних функцій. Вимірність супремуму, інфімуму, границі послідовності вимірних функцій.
13	Міра на півкільці. Міра довжини. Продовження міри на кільце. Монотонність міри за спаданням, зростанням.
14	Зовнішня міра: означення, приклади, властивості. Множини міри нуль: означення, властивості. Множини вимірні за Каратеодорі. Теорема Каратеодорі. Характеризація множин вимірних за Каратеодорі.
15	Міра Лебега на \mathbf{R} . Характеризація множин вимірних за Лебегом. Інтеграл від простої функції: означення, властивості.

16	Інтеграл від невід'ємної функції: означення, властивості. Теорема Беппе-Леві. Теорема Фату. Властивість «майже всюди». Нерівність Чебишева.
17	Інтеграл від вимірної функції: означення, властивості. Теорема Лебега. Інтеграл по підмножині.
18	Збіжність за мірою. Теорема Лебега. Теорема Рісса. Збіжність в середньому. Зв'язок збіжності в середньому із збіжністю за мірою та збіжністю «майже всюди».

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Ряд Фур'є 2π -періодичної абсолютно інтегрованої функції.
2	Збіжність тригонометричних рядів.
3	Властивості рядів Фур'є.
4	Швидкість спадання коефіцієнтів Фур'є до нуля. Ряд Фур'є в комплексній формі.
5	Ряд Фур'є $2l$ -періодичної функції
6	Перетворення Фур'є абсолютно інтегрованої функції
7	Зворотка та її перетворення Фур'є. Обернене перетворення Фур'є.
8.	Застосування перетворення Фур'є.
9	Перетворення Лапласа.
10	Властивості перетворення Лапласа. Обчислення оригіналу Лапласа.
11	Застосування перетворення Лапласа до розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь.
12	Сім'ї підмножин. Борелівська σ -алгебра.
13	Вимірні функції.
14	Міра на кільці. Властивості.
15	Зовнішня міра. Властивість «майже всюди».
16	Інтеграл від невід'ємної функції.
17	Інтеграл від вимірної функції.
18	Збіжності послідовності функцій на вимірних просторах із мірою.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Здобувачі вищої освіти не мають право пропускати лекційні та практичні заняття без поважних причин. На кожному практичному занятті студенти повинні активно залучатися до розв'язання задач. Усі надані завдання мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: **екзамен**

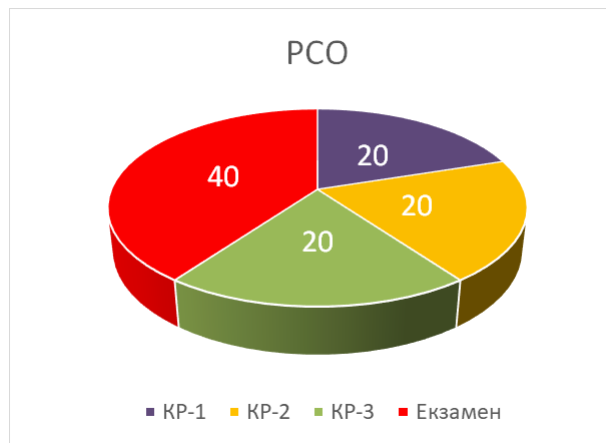
Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за¹:

¹Кожна контрольна робота може бути замінена самостійною або розрахунковою роботою. Кількість можливих балів за контрольний захід при цьому не змінюється.

У разі неможливості проведення екзамену за наявності форс-мажорних обставин, бали за семестр R нараховуються за формулою $R = 100 \cdot (G1 + G2 + G3)/3$, де $G1$, $G2$, $G3$ — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

КР-1 20 балів
 КР-2 20 балів
 КР-3 20 балів

Екзаменаційна робота / екзамен 40 балів



7.1. Семестровий рейтинг складається з рейтингових балів, і не перевищує $R_{max} = 100$ балів. У семестрі здобувач може набрати 60 балів, на екзамені — 40 балів. Бали за семестр рахуються як сума набраних балів за всі контрольні заходи.

7.2. Кожний контрольний захід оцінюється у частках від одиниці G ($0 - 1$). Бали за кожну контрольну роботу нараховуються як $R = 20 \cdot G$, за екзамен як $R = 40 \cdot G$.

7.3. У разі, якщо здобувач отримав за роботу в семестрі оцінку не нижче ніж 60% від максимальної оцінки за його бажанням, висловленим в письмовій формі, його семестрова оцінка R може бути порашована за формулою $R = \min\{84, 100 \cdot (G_1 + G_2 + G_3)/3\}$, де G_1, G_2, G_3 — оцінки (у частках одиниці) за відповідні контрольні заходи.

7.4. Здобувач допускається до екзамену або перескладання, якщо семестрова складова його балів становить не нижче, ніж 25 балів.

7.5. Рейтингова оцінка з кредитного модуля переводиться в оцінку ECTS згідно таблиці

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам ECTS:

Бали: контрольні роботи + екзаменаційна робота	Оцінка
100...95	A-Відмінно
94...85	B-Дуже добре
84...75	C-Добре
74...65	D-Задовільно
64...60	E-Достатньо
Менше 60	F-Незадовільно
стартовий рейтинг менше 25 балів	FX-Не допущено

7.6. Для допуску до контрольного заходу у дистанційному режимі здобувач має надіслати, не пізніше ніж за 3 дні до дати проведення контрольного заходу, свою фотографію та фотографію написаних від руки наступних своїх даних: ПІБ, група, місце поточного знаходження (місто, район, країна), підпис. Ці дані надсилаються один раз на семестр з пошти, на яку здобувач згоден отримати завдання контрольного заходу (бажано в домені @Ill.kpi.ua). У разі зміни якихось з цих даних або поштової адреси, дані надсилаються знову.

7.7. Виконання і оцінювання **контрольної роботи** або **екзамену**, проведеному в **дистанційному режимі**.

7.7.1. Здобувач отримує завдання контрольного заходу на пошту, вказану в п. 7.6 або в Google Classroom.

7.7.2. Розв'язок отриманого завдання здійснюється самостійно. Виконане завдання контрольного заходу надсилається як відповідь на отримане завдання у вигляді одного файлу в форматі **pdf**, який містить фотографії рукописного тексту, і розмір якого не перевищує 10 Mb. Текст має бути розбірливим і фотографії тексту якісні.

За невиконання будь-якої з цих вимог робота не перевіряється і буде оцінена в 0 балів.

7.7.3. Виконання завдання має бути здійснено у зазначений в умовах час. Максимальний за роботу бал зменшується на 5% за кожну хвилину запізнення.

7.7.4. Перша сторінка роботи має містити **варіант завдання, ПІБ та групу виконавця роботи**. Кожна сторінка має містити його **підпис**. Робота, що не містить будь-яких з цих даних не перевіряється і оцінюється в 0 балів.

7.7.5. Екзамен може бути також проведений у формі співбесіди за допомогою комп'ютерних засобів. При цьому відсутність працюючої камери, або мікрофону, або відсутність інтернету означає неявку студента на іспит.

7.8. Виконання і оцінювання **самостійної (розрахункової) роботи**, проведеної в **дистанційному режимі**.

7.8.1. Здобувач отримує завдання самостійної (розрахункової) роботи на пошту, вказану в п. 7.6, або на пошту групи, або в Google Classroom.

7.8.2. Виконана самостійна (розрахункова) робота має бути надіслана як відповідь на отримане завдання у вигляді одного файлу в форматі **pdf**, який містить саму роботу, набрану за допомогою будь-якого редактора, або фотографії рукописного тексту. У другому випадку текст має бути розбірливим і фотографії тексту якісними. Розмір файлу не має перевищувати 10 Mb.

За невиконання будь-якої з цих вимог робота не перевіряється і буде оцінена в 0 балів.

7.8.3. Робота має бути надіслана не пізніше вказаної в умовах дати. Максимальний бал за роботу зменшується на 20% за кожний день запізнення.

7.8.4. Перша сторінка роботи має містити **варіант, ПІБ та групу виконавця роботи**. Також перша сторінка має містити підпис виконавця у разі фотографій рукописного тексту. Робота, що не містить будь-яких з цих даних не перевіряється і оцінюється в 0 балів.

7.8.5. Будь-яка кількість робіт (розв'язаних завдань), що надішли вчасно і містять понад 90% однакових формул (викладок), буде оцінюватися як одна робота (завдання), тобто кожен (спів)автор отримує бали за одну роботу (завдання), поділені на кількість (спів)авторів. Роботи (завдання), що надішли із запізненням і містять понад 90% формул (викладок), які містяться в раніше надісланих роботах, оцінюються в 0 балів.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к.ф.-м.н., доцентом, Чаповським Юрієм Аркадійовичем

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол №13 від 05.06.2024)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол № 13 від 06.06.2024)